۱. تمرین: درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف)اگر باقی مانده تقسیم $f(x)=x^{۲}+kx-۱$ بر $(x+۱)$ برابر با ۲ باشد، مقدار k برابر .... است.

ب)دوره تناوب تابع تانژانت برابر با .... است.

پ) مشتق تابع $f(x)=\sqrt{۲x-۱}$ در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد .... است.

ت) اگر تابع $y=f(x)$ در بازه $[a,b]$ صعودی باشد، علامت مشتق تابع f در این بازه .... است.

الف: ۲ ب: π پ: $\frac{1}{2}$ ت: مثبت یا صفر

۲. تمرین: پاسخ کوتاه

الف) درجه تابع $f(x)=x^{۲}(۱-x)^{۵}$ را مشخص کنید.

ب) در فاصله $[۰,۱]$ از بین دو تابع $f(x)=x^{۲}$ و $g(x)=x^{۳}$ ، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟

پ) نمودار تابع $y=-f(x)$ ، قرینه نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به کدام محور است؟

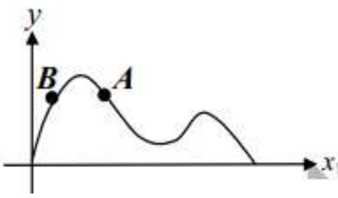
ت) تابع $h(x)=|x+۲|$ در چه بازه ای اکیداً صعودی است؟

الف: ۷ ب: f پ: y ت: $[-2,+\infty)$

۳. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) اگر $k>۱$ باشد، نمودار $y=f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور xها به دست می آید.

ب) نقاطی به فرم $x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\,,\,k\in Z$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.



پ) حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^{+}}\frac{x+۱}{۹-x^{۲}}$ برابر با $-\infty$ است.

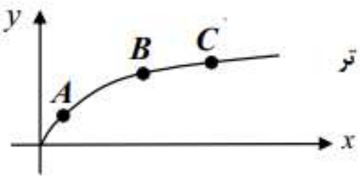
ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.

الف: نادرست ب: درست پ: درست ت: نادرست

۴. تمرین: درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) دوره تناوب تابع $y=۳\cos(-\frac{\pi}{۴}x)$ برابر با .... است.

ب) حاصل حد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x+۵}{x-۲}$ برابر با .... است.



پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه .... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.

ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه .... نام دارد.

۵. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد،آنگاه در این بازه اکیدا نزولی نیز می باشد.

ب) سرعت لحظه ای در $t=۲$ برای متحرکی با معادله حرکت $f(t)=t^۲+۳t$ برابر ۷ است.

الف: نادرست   ب: درست

۶. تمرین: درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) اگر $\frac{۱}{۶۴}\le(\frac{۱}{۲})^{۳x-۲}$ باشد، حدود x برابر .... است.

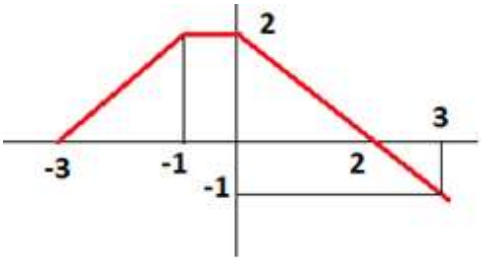
ب) حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}(۳-۲x-۵x^۴)$ برابر با .... است.

پ) اگر $f'(۲)=-۱$ و $g'(۲)=۳$، در این صورت $(۲f+۳g)'(۲)$ برابر با .... است.

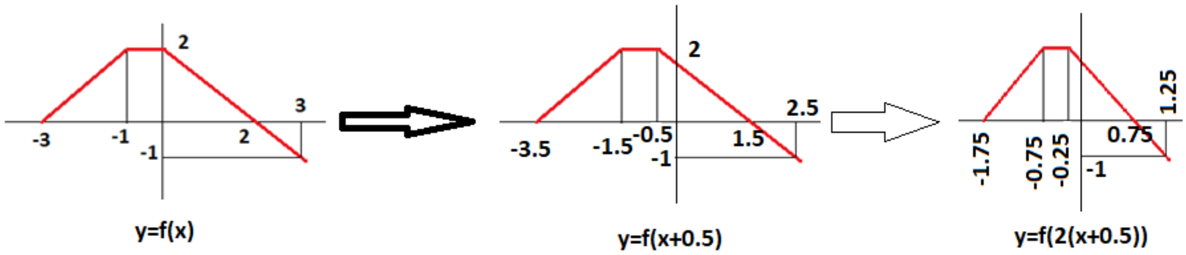
ت) طول نقطه عطف تابع $f(x)=x^۳-۶x^۲$ برابر .... است .

الف: $\frac{8}{3}$ ب: $-\infty$ پ: ۷   ت: ۲

۷. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=f(2x+1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.

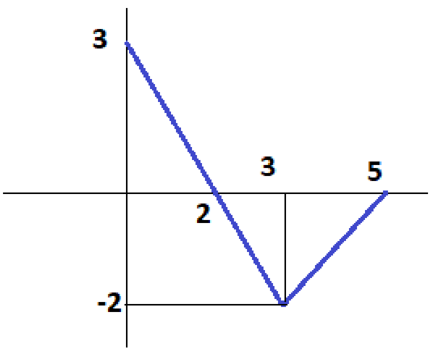


$$y=f(2x+1)=f(2(x+0.5))$$
$$y=f(x)\Rightarrow y=f(x+0.5)\Rightarrow y=f(2(x+0.5))$$



نکته: برای رسم نمودار تابع $y=f(ax+b)$ ابتدا نمودار تابع f را با توجه به علامت کسر $\frac{b}{a}$، به اندازه $\frac{b}{a}$ به سمت راست یا چپ منتقل می کنیم و سپس طول های نقاط را بر a تقسیم می کنیم.

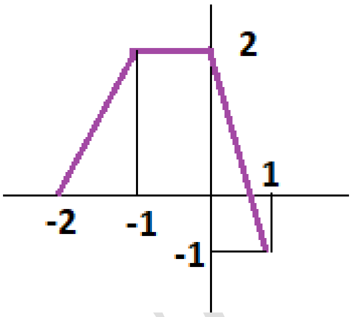
۸. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=f(3-x)+1$ را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



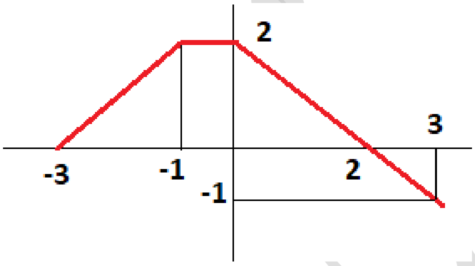
راهنمایی:

$$y=f(3-x)+1=f(-(x-3))+1$$
$$y=f(x)\Rightarrow y=f(x-3)\Rightarrow y=f(-(x-3))\Rightarrow y=f(-(x-3))+1$$

۹. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=2f(x-1)-1$ را رسم کرده و سپس دامنه و برد آنرا بیابید.



۱۰. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=-2f(x-1)+1$ را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



۱۱. تمرین: مقادیر a,b را چنان بیابید که چندجمله ای x^3+ax^2+bx+1 بر $x-2$ و $x+1$ بخش پذیر باشد.

یادآوری: باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x-a$ برابر است با $P(a)$.

$$x+1=0\Rightarrow x=-1$$
$$R=P(-1)=-1+a-b+1=0\Rightarrow a-b=0\Rightarrow a=b\,(*)$$

$$x-2=0\Rightarrow x=2$$
$$R=P(2)=8+4a+2b+1=0\Rightarrow 4a+2b=-9\overset{*}{\Rightarrow}4a+2a=-9\Rightarrow a=\frac{-3}{2}\overset{*}{\Rightarrow}b=\frac{-3}{2}$$

۱۲. اگر چندجمله ای x^2+ax-3 بر $x-2$ بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم آن را بر $x+1$ بیابید.

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$R=P(2)=4+2a-3=0 \Rightarrow 2a=-1 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$R=P(-1)=1-\frac{1}{2}(-1)-3=-\frac{3}{2}$

۱۳. تمرین: اگر چندجمله ای x^2+ax-3 بر $x+1$ بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم آن را بر $x-2$ بیابید.

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$R=P(-1)=1-a-3=0 \Rightarrow a=-2$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$R=P(2)=4+(-2)(2)-3=-3$

۱۴. تمرین: مقادیر a,b را چنان بیابید که چندجمله ای x^3+ax^2+b بر $x+1$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x+2$ برابر ۴ باشد.

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$R=P(-1)=1+a+b=0\,(*)$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$R=P(2)=8+4a+b=4$

$$\begin{cases} 1+a+b=0 \\ 8+4a+b=4 \end{cases} \Rightarrow 7+3a=4 \Rightarrow 3a=-3 \Rightarrow a=-1 \overset{(*)}{\Rightarrow} b=0$$

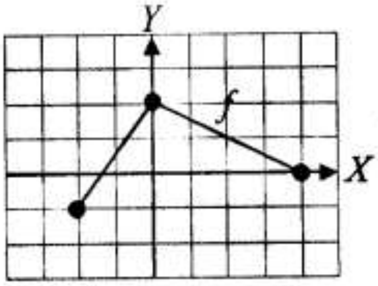
۱۵. تمرین: نامعادله $\log(x+1) \le \log(2x-3)$ را حل کنید.

یادآوری: تابع $\log(x+1) \le \log(2x-3)$ را یک تابع لگاریتمی می گویند که صعودی و یا نزولی بودن آن به مقدار $\log(x+1) \le \log(2x-3)$ بستگی دارد.

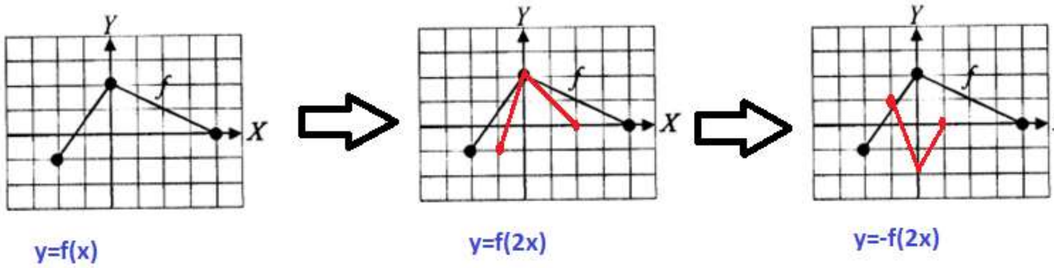
اگر $a>1$ آنگاه تابع صعودی اکید و اگر $0<a<1$ تابع نزولی اکید است.

$$\log(x+1) \le \log(2x-3) \Rightarrow \log_{10}(x+1) \le \log_{10}(2x-3) \overset{10>1}{\Rightarrow} (x+1) > (2x-3) \Rightarrow 4 > x$$

۱۶. تمرین:



نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است.
نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم کنید.
سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.



۱۷. تمرین: چندجمله ای x^6-1 را بر حسب $x+1$ تجزیه کنید،

یادآوری:

$$x^n - y^n = (x-y).\left(x^{n-1}y^0 + x^{n-2}.y^1 + \cdots + x^0.y^{n-1}\right)$$

$$x^n - y^n = (x+y).\left(x^{n-1}y^0 - x^{n-2}.y^1 + \cdots + (-1)^{n+1}x^0.y^{n-1}\right)$$

و اگر n فرد باشد آنگاه

$$x^n + y^n = (x+y).\left(x^{n-1}y^0 - x^{n-2}.y^1 + \cdots + x^0.y^{n-1}\right)$$

جواب:

$$x^6 - 1 = x^6 - 1^6 = (x+y).\left(x^5y^0 - x^4.y^1 + x^3.y^2 - x^2.y^3 + x^1.y^4 - x^0.y^5\right)$$

۱۸. تجزیه کنید:

الف) x^5+1 با عامل $x+1$

ب) x^6-1 با عامل $x-1$

۱۹. تمرین: نمودار تابع $f(x)=(x-1)^2+1$ را رسم کرده و یکنوایی آنرا در دامنه اش تعیین کنید.

راهنمایی: با توجه به نمودار تابع $y=x^2$ ، پاسخ سوال مشابه تمرین های شماره 7,8 است.

۲۰. تمرین: نمودار تابع $f(x)=(x+1)^3-2$ را رسم کرده و یکنوایی آنرا در دامنه اش تعیین کنید.

۲۱. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) مینیمم تابع $y=-3\cos(\pi x)+2$ برابر با یک است.

ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

الف: نادرست ب: نادرست

۲۲. تمرین: دوره تناوب تابع $f(x)=a\,\mathrm{Sin}\,bx+c$ برابر $\frac{\pi}{3}$ و حداکثر و حداقل مقدار تابع ۶ و ۲- است،

ضابطه تابع را تعیین کنید.

یادآوری: در توابع $y=a\,\mathrm{Sin}(cx+d)+b, y=a\,\mathrm{Cos}(cx+d)+b$ داریم

$$\left.\begin{array}{l}\max f=|a|+b\\ \min f=-|a|+b\end{array}\right\}\Rightarrow R_f=\left[-|a|+b,|a|+b\right]$$

$$T=\frac{2\pi}{|c|}$$

جواب:

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow |b|=6\Rightarrow b=\pm 6$$

$$\left.\begin{array}{l}\max\ f=|a|+c=6(*)\\ \min\ f=-|a|+c=-2\end{array}\right\}\Rightarrow 2c=4\Rightarrow c=2\overset{(*)}{\Rightarrow}|a|+2=6\Rightarrow |a|=4\Rightarrow a=\pm 4$$

۲۳.تمرین: دوره تناوب تابع $f(x)=a\operatorname{Sin}bx+c$ برابر π و حداکثر و حداقل مقدار تابع ۵ و ۳- است، ضابطه تابع را تعیین کنید.

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=\pi\Rightarrow |b|=2\Rightarrow b=\pm 2$$

$$\left.\begin{array}{l}\max\ f=|a|+c=5(*)\\ \min\ f=-|a|+c=-3\end{array}\right\}\Rightarrow 2c=2\Rightarrow c=1\overset{(*)}{\Rightarrow}|a|+1=5\Rightarrow |a|=4\Rightarrow a=\pm 4$$

۲۴.تمرین: دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=5\operatorname{Cos}\left(\frac{2}{3}x\right)-2$ را تعیین کنید.

$$\left.\begin{array}{l}\max\ f=|a|+b=|5|+1=6\\ \min\ f=-|a|+b=-|5|+1=-4\end{array}\right\}\Rightarrow R_f=[-4,6]$$

$$T=\frac{2\pi}{|c|}=\frac{2\pi}{\left|\frac{2}{3}\right|}=3\pi$$

۲۵.تمرین: دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=-3\operatorname{Cos}(\pi x)+1$ را تعیین کنید.

$$\left.\begin{array}{l}\max\ f=|a|+b=|-3|+1=4\\ \min\ f=-|a|+b=-|-3|+1=-2\end{array}\right\}\Rightarrow R_f=[-2,4]$$

$$T=\frac{2\pi}{|c|}=\frac{2\pi}{|\pi|}=2$$

۲۶. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$ اکیداً صعودی است.

ب) نقاطی به فرم $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$, $(k\in Z)$ در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.

الف: نادرست   ب: نادرست

۲۷. تمرین: معادله $\operatorname{Cos}2x+\operatorname{Cos}x+1=0$ را حل کنید

یادآوری:

$$\operatorname{Sin}x=\operatorname{Sin}\alpha\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\alpha\\x=2k\pi+\pi-\alpha\end{cases}$$

$$\operatorname{Cos}x=\operatorname{Cos}\alpha\Rightarrow x=2k\pi\pm\alpha\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\alpha\\x=2k\pi-\alpha\end{cases}$$

$$\tan x=\tan\alpha\Rightarrow x=k\pi+\alpha$$

$$\cot x=\cot\alpha\Rightarrow x=k\pi+\alpha$$

توجه: اگر $a\notin[-1,1]$ آنگاه معادله های $\operatorname{Sin}x=a$ و $\operatorname{Cos}x=a$ جواب ندارند.

حل:

$$\operatorname{Cos}2x+\operatorname{Cos}x+1=0\xRightarrow{\operatorname{Cos}2x=2\operatorname{Cos}^2x-1}2\operatorname{Cos}^2x-1+\operatorname{Cos}x+1=0\Rightarrow 2\operatorname{Cos}^2x+\operatorname{Cos}x=0\Rightarrow$$

$$\operatorname{Cos}x(2\operatorname{Cos}x+1)=0\Rightarrow\begin{cases}\operatorname{Cos}x=0=\operatorname{Cos}\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{2}\\\operatorname{Cos}x=-\frac{1}{2}=\operatorname{Cos}\frac{2\pi}{3}\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}\end{cases}$$

۲۸. تمرین: معادله های زیر را حل کنید

$$2\operatorname{Cos}5x+\sqrt{2}=0\Rightarrow\operatorname{Cos}5x=\frac{-\sqrt{2}}{2}=\operatorname{Cos}\frac{3\pi}{4}\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{3\pi}{4}$$

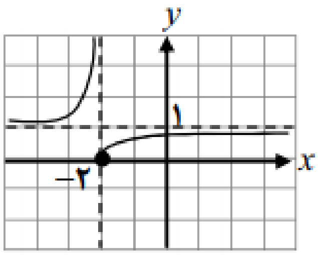
$$\operatorname{Sin}3x-\operatorname{Sin}2x=0\Rightarrow\operatorname{Sin}3x=\operatorname{Sin}2x\Rightarrow\begin{cases}3x=2k\pi+2x\Rightarrow x=2k\pi\\3x=2k\pi+\pi-2x\Rightarrow 5x=2k\pi+\pi\Rightarrow x=\frac{2k\pi+\pi}{5}\end{cases}$$

۲۹. تمرین: معادله های زیر را حل کنید

$$2\operatorname{Cos}3x-\sqrt{3}=0 \Rightarrow \operatorname{Cos}3x=\frac{\sqrt{3}}{2}=\operatorname{Cos}\frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x=2k\pi\pm\frac{\pi}{6} \Rightarrow x=\frac{2k\pi}{3}\pm\frac{\pi}{18}$$

$$\tan 5x-\tan 3x=0 \Rightarrow \tan 5x=\tan 3x \Rightarrow 5x=k\pi+3x \Rightarrow 2x=k\pi \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}$$

۳۰. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، حدهای خواسته شده را بنویسید.



$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$$

$$\lim_{x\to(-2)^+} f(x)=0$$

$$\lim_{x\to(-2)^-} f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$$

۳۱. تمرین: حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x^2-1}{(x-1)^2}$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-2x^3+x-1)$

پ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3+1}{2x^3-4x}$

۳۲. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\mathop{Lim}_{x\to2^+}\frac{2x+1}{4-x^2}=\mathop{Lim}_{x\to2^+}\frac{2x+1}{(2-x).(2+x)}=\frac{5}{(2-2^+).(2+2^+)}=\frac{5}{(0^-).(4^+)}=\frac{5}{(0^-)}=-\infty$$

$$\mathop{Lim}_{x\to(-2)^-}\frac{2x+1}{4-x^2}=\mathop{Lim}_{x\to(-2)^-}\frac{2x+1}{(2-x).(2+x)}=\frac{5}{(2-(-2)^-).(2+(-2)^-)}=\frac{5}{(4^-).(0^-)}=\frac{5}{(0^-)}=-\infty$$

www.mezbanhabibi.ir/?p=9074 منبع

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^5+3x-7}{-3x^5-x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^5\left(4+\frac{3}{x^4}-\frac{7}{x^5}\right)}{x^5\left(-3-\frac{1}{x^4}+\frac{2}{x^5}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(4+\frac{3}{x^4}-\frac{7}{x^5}\right)}{\left(-3-\frac{1}{x^4}+\frac{2}{x^5}\right)}=\frac{(4+0-0)}{(-3-0+0)}=\frac{4}{-3}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^5+3x-7}{-3x^5-x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^5}{-3x^5}=\frac{4}{-3}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^5+3x-7}{-3x^5-x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^5}{-3x^5}=\frac{4}{-3}$$

۳۳. تمرین: حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to3^+}\frac{[x]-2}{3-x}=\frac{[3^+]-2}{3-3^+}=\frac{3-2}{3-3^+}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x+5}{x-5}-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x.(3x+5)-2(x-5)}{x(x-5)}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(3x^2+5x)-(2x-10)}{(x^2-5x)}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x^2+3x+10}{(x^2-5x)}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x^2}{x^2}\right)=3$$

۳۴. تمرین: مجانب های تابع $f(x)=\frac{x+3}{2-x}$ را تعیین کنید.

یادآوری ۱: اگر $\lim_{x\to a}f(x)=\infty$ آنگاه خط $x=a$ مجانب قائم نمودار تابع f است.

یادآوری ۲: اگر $\lim_{x\to\infty}f(x)=b$ آنگاه خط $y=b$ مجانب افقی نمودار تابع f است.

جواب:

$$f(x)=\frac{x+3}{2-x}$$

$$2-x=0\Rightarrow x=2$$

$$\lim_{x\to2^+}f(x)=\lim_{x\to2^+}\frac{x+3}{2-x}=\frac{5}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{2-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{-x}=-1\Rightarrow y=-1$$

۳۵. تمرین: مجانب های تابع $f(x)=\dfrac{x-3}{x^3-1}$ را تعیین کنید.

$$f(x)=\frac{x-3}{x^3-1}$$

$$x^3-1=0\Rightarrow x^3=1\Rightarrow x=1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{x-3}{x^3-1}=\frac{-2}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x-3}{x^3-1}=\lim_{x\to +\infty}\frac{x}{x^3}=\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x}=0\Rightarrow y=0$$

۳۶.تمرین: مجانب های تابع $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x^2-x}$ را تعیین کنید.

$$f(x)=\frac{x^2+x}{x^2-x}=\frac{x\left(x+1\right)}{x\left(x-1\right)}=\frac{\left(x+1\right)}{\left(x-1\right)},x\neq 0$$

$$x-1=0\Rightarrow x=1\Rightarrow x=1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x+1}{x-1}=\frac{2}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x+1}{x-1}=\lim_{x\to +\infty}\frac{x}{x}=1\Rightarrow y=1$$

خط $x=1$ مجانب قائم و خط $y=1$ مجانب افقی نمودار تابع است.

۳۷. تمرین: کدام یک از خطوط $x=1$ و $x=-3$ مجانب قائم تابع $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-2x-3}$ است؟

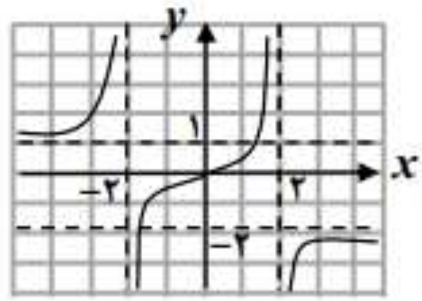
$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x^2-2x-3}=\frac{\left(x-1\right).\left(x-3\right)}{\left(x-1\right).\left(x+3\right)}=\frac{\left(x-3\right)}{\left(x+3\right)},x\neq 1$$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\left(x-3\right)}{\left(x+3\right)}=\frac{-2}{4}$$

$$\lim_{x\to (-3)^+} f(x)=\lim_{x\to (-3)^+}\frac{\left(x-3\right)}{\left(x+3\right)}=\frac{-6}{0^+}=+\infty$$

پس خط $x=1$ مجانب قائم نیست اما $x=-3$ مجانب قائم است.

۳۸. تمرین: مجانب های تابع با نموار زیر را بنویسید.



$\lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 2$

$\lim_{x\to (-2)^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = -2$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = -2 \Rightarrow y = -2$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$

۳۹. تمرین: مجانب های تابع $f(x) = \dfrac{x^2-5}{x^2-4}$ را تعیین کنید.

$f(x) = \dfrac{x^2-5}{x^2-4}$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

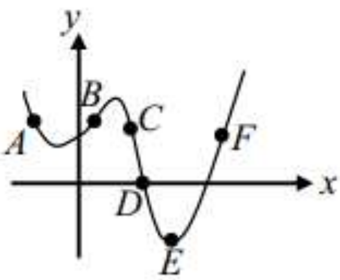
$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \dfrac{x^2-5}{x^2-4} = \dfrac{-4}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to (-1)^+} f(x) = \lim_{x\to (-1)^+} \dfrac{x^2-5}{x^2-4} = \dfrac{-4}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to \pm\infty} f(x) = \lim_{x\to \pm\infty} \dfrac{x^2-5}{x^2-4} = \lim_{x\to \pm\infty} \dfrac{x^2}{x^2} = 1$

خطوط $x=1$ و $x=-1$ مجانی های قائم و خط $y=1$ مجانب افقی نمودار تابع است.

۴۰. تمرین: با توجه به نمودار تابع



الف: در کدام نقطه خط مماس، افقی است؟ E

ب: شیب خط مماس در نقطه F ، مثبت است یا منفی؟ مثبت

ج: از دو مقدار شیب خط مماس بر تابع در نقاط B و D، کدام یک بیشتر است؟ B

یادآوری: مشتق تابع در یک نقطه، در صورت وجود، همان شیب خط مماس بر نمودار است.

۴۱. تمرین: مشتق پذیری تابع $f(x)=\left|x^2-4\right|$ را در نقطه $x=2$ بررسی کنید.

یادآوری: اگر حد $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(a)}{h}=\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ موجو باشد، آنگاه تابع f را در نقطه $x=a$ مشتق پذیر می گویند و $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(a)}{h}$

حل تمرین:

$$f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{|x^2-4|-0}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|.|x+2|}{x-2}=4.\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|}{x-2}$$

$$f'_+(2)=4.\lim_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x-2}=4.\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{x-2}=4$$

$$f'_-(2)=4.\lim_{x\to 2^=}\frac{|x-2|}{x-2}=4.\lim_{x\to 2^-}\left(-\frac{x-2}{x-2}\right)=-4$$

۴۲. تمرین: مشتق پذیری تابع $f(x)=|x-2|$ را در نقطه $x=2$ بررسی کنید.

$$f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|-0}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|}{x-2}$$

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{x-2}=1$$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^=}\frac{|x-2|}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\left(-\frac{x-2}{x-2}\right)=-1$$

۴۳. تمرین: مشتق پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}x^2+3, x\ge 1\\ 3x+1, x<1\end{cases}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\begin{cases}f'_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+3-4}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}(x+1)=2\\ f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{3x+1-4}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{3(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}3=2\end{cases}$$

۴۴. تمرین: مشتق پذیری تابع $f(x)=(x-2)[x]$ را در نقطه $x=2$ بررسی کنید.

$$f'(1)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)[x]-0}{x-2}=\lim_{x\to 2}[x]$$

$$=\begin{cases}f'_+(1)==\lim_{x\to 2^+}[x]=[2^+]=2\\ f'_-(1)=\lim_{x\to 2^-}[x]=[2^-]=1\end{cases}$$

۴۵. نشان دهید نقطه $x=-1$، نقطه گوشه ای برای تابع $f(x)=\left|x^2+x\right|$ است.

یادآوری: اگر نیم مماس راست و نیم مماس چپ در نقطه ای موجود و غیرهمراستا باشند، آن نقطه یک نقطه گوشه ای برای تابع است. یکی از ویژگی های نقاط گوشه ای مشتق ناپذیری تابع در آن نقاط است.

$$f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to -1}\frac{\left|x^2+x\right|-0}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{|x|.|x+1|}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{|x+1|}{x+1}$$

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{|x+1|}{x+1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{x+1}{x+1}=1$$

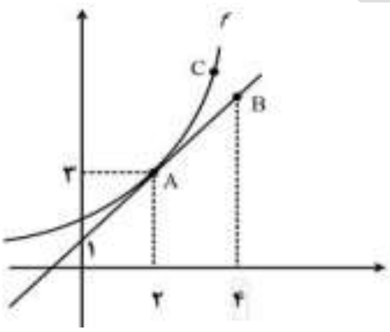
$$f'_-(-1)=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{|x+1|}{x+1}=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{-(x+1)}{x+1}=-1$$

۴۶. تمرین: ثابت کنید اگر تابعی در یک نقطه مشتق پذیر باشد، آنگاه در آن نقطه پیوسته است.

قضیه و اثبات آن در کتاب است.

۴۷. تمرین: در شکل زیر نمودار تابع f و خط مماس بر نمودار در $x=2$ داده شده است،

الف: $f'(2)$ را تعیین کنید.



$$f'(2)=\frac{x_O-x_A}{y_O-y_A}=\frac{0-2}{1-3}=\frac{-2}{-2}=1$$

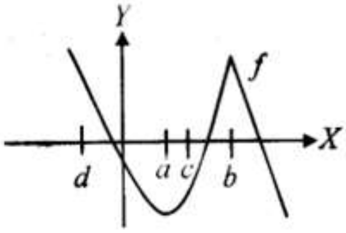
ب: معادله خط مماس بر نمودار در $x=2$ را بنویسید.

$$m=1$$

$$y-y_0=m\left(x-x_0\right)\Rightarrow y-3=1.\left(x-2\right)\Rightarrow y=x+1$$

یادآوری: مشتق تابع در یک نقطه، در صورت وجود، همان شیب خط مماس بر نمودار است.

۴۸. تمرین:



با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) طول نقطه ای که مماس در آن افقی است. a

ب) طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است. d

پ) طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست. b

۴۹. تمرین: اگر داشته باشیم: $f(2)=3, f'(2)=1, g(2)=-3, g'(2)=2$ آنگاه مقادیر $(fg)'(2)$ و $(f+g)'(2)$ را بیابید.

$$(f.g)'(2)=f'(2).g(2)+g'(2).f(2)=1.(-3)+2.3=3$$

$$(f+g)'(2)=f'(2)+g'(2)=1+2=3$$

۵۰. تمرین: مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

الف) $y=\dfrac{x^۲+۱}{x^۳+۲x-۵}$

ب) $y=\cos^۲(-۳x+۱)$

۵۱. تمرین: مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x^3+2x+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{2x.\left(x^3+2x+1\right)-\left(3x^2+2\right).\left(x^2+1\right)}{\left(x^3+2x+1\right)^2}$$

$$Note:\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x).g(x)-g'(x).f(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

$$g(x)=\mathrm{Cos}^3(2x)\Rightarrow g'(x)=3\left(-2\,\mathrm{Sin}\,2x\right)\mathrm{Cos}^2(2x)$$

$$Note:\left(\mathrm{Cos}^n\left(f(x)\right)\right)'=-n.f'(x).\mathrm{Sin}\left(f(x)\right).\mathrm{Cos}^{n-1}\left(f(x)\right)$$

یادآوری:

$$\left(\operatorname{Cos}^n\left(f(x)\right)\right)' = -n.f'(x).\operatorname{Sin}\left(f(x)\right).\operatorname{Cos}^{n-1}\left(f(x)\right)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x)-g'(x).f(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

۵۲. تمرین: مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\frac{2x+1}{4-x^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{2\left(4-x^2\right)-(-2x)(2x+1)}{\left(4-x^2\right)^2}$$

$$Note:\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x)-g'(x).f(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

$$g(x)=\operatorname{Sin}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \Rightarrow g'(x)=\left(\frac{2(x-1)-1.(2x+1)}{(x-1)^2}\right)\operatorname{Cos}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)$$

$$Note:\left(\operatorname{Sin}^n\left(f(x)\right)\right)' = -n.f'(x).\operatorname{Cos}\left(f(x)\right).\operatorname{Sin}^{n-1}\left(f(x)\right)$$

$$h(x)=\sqrt{\frac{4x^5+3x-7}{-3x^5-x+2}} \Rightarrow h'(x)=\frac{\frac{\left(20x^4+3\right)\left(-3x^5-x+2\right)-\left(-15x^4-1\right).\left(4x^5+3x-7\right)}{\left(-3x^5-x+2\right)^2}}{2.\sqrt{\frac{4x^5+3x-7}{-3x^5-x+2}}}$$

$$Note:\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

یادآوری:

$$\left(\operatorname{Sin}\left(f(x)\right)\right)' = f'(x).\operatorname{Cos}\left(f(x)\right)$$

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

۵۳. تمرین: مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$g(x)=\operatorname{Cos}\left(\frac{x}{x^2+1}\right) \Rightarrow g'(x)=-\left(\frac{1.\left(x^2+1\right)-2x.(x)}{\left(x^2+1\right)^2}\right)\operatorname{Sin}\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$$

$$f(x)=\left(2x^3+\sqrt{x}+1\right)^4 \Rightarrow f'(x)=4.\left(6x^2+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(2x^3+\sqrt{x}+1\right)^3$$

یادآوری:

$$\left(\mathrm{Cos}\left(f(x)\right)\right)'=-f'(x).\mathrm{Sin}\left(f(x)\right)$$

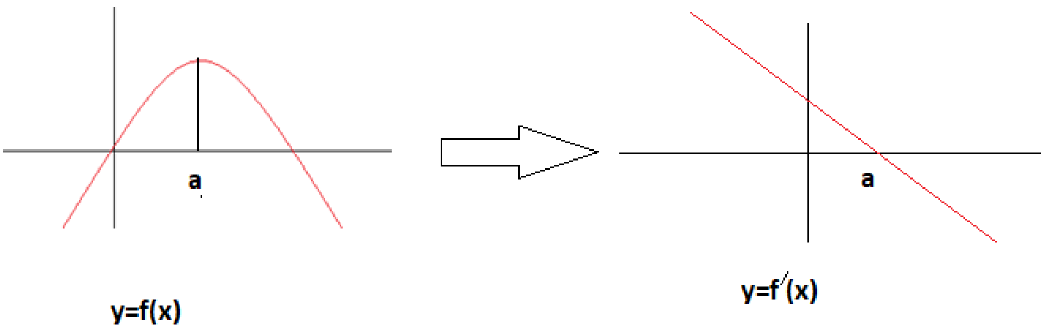
$$\left(f(x)^n\right)'=n.f'(x).f(x)^{n-1}$$

۵۴.تمرین: مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\frac{2x+3}{x^3-2x^2}$$

$$Note: g(x)=\mathrm{Sin}^3(2x+1) \Rightarrow g'(x)=3.\left(2\,\mathrm{Cos}(2x+1)\right)\mathrm{Sin}^2(2x+1)$$

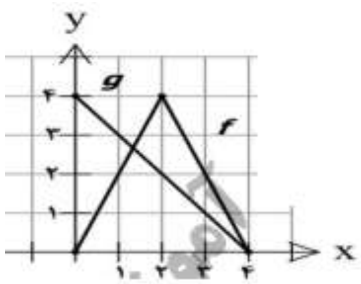
۵۵.تمرین: نمودار مشتق تابع زیر را رسم کنید.(با ذکر دلیل)



x<a ⟹ تابع صعودی اکید است ⟹ مقدار تابع مشتق مثبت است

x>a ⟹ تابع نزولی اکید است ⟹ مقدار تابع مشتق منفی است

۵۶.تمرین: نمودار توابع f,g به صورت زیر است و $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$، مقدار $h'(1)$ را بیابید.



$$f'(1)=\frac{4-0}{2-0}=2$$

$$g'(1)=\frac{0-4}{4-0}=-1$$

$$h'(1)=\frac{f'(1).g(1)-g'(1).f(1)}{\left(g(1)\right)^2}=\frac{2.3-(-1).2}{(3)^2}=\frac{8}{9}$$

.۵۷ تمرین: یک توده باکتری پس از t ساعت، دارای جرم $m(t)=\sqrt{t}+t^2$ است. آهنگ تغییر جرم توده باکتری را در لحظه $t=9$ بیابید.

یادآوری: اگر تابع f در همسایگی نقطه $x=a$ پیوسته باشد، آنگاه آهنگ لحظه ای تغییرات تابع در این بنقطه برابر است با $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

حل تمرین:

$$f'(a)=\lim_{t\to 9}\frac{f(t)-f(9)}{t-9}=\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{t}+t^2-84}{t-9}=\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{t}-3+t^2-81}{t-9}$$

$$=\lim_{x\to 9}\left(\frac{\sqrt{t}-3}{t-9}+\frac{t^2-81}{t-9}\right)=\lim_{x\to 9}\left(\frac{(t-9)}{(t-9)\left(\sqrt{t}+3\right)}+\frac{(t-9).(t+9)}{t-9}\right)$$

$$=\lim_{x\to 9}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{t}+3\right)}+\frac{(t+9)}{1}\right)=\frac{1}{6}+18$$

.۵۸ تمرین: آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x)=x^3-2x$ در بازه $[0,2]$ و آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x=1$ را محاسبه کنید؟

یادآوری: اگر تابع f در بازه $[a,b]$ پیوسته باشد، آنگاه آهنگ متوسط تغییرات تابع در این بازه برابر است با $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

حل تمرین:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(2)-f(0)}{2-0}=\frac{4-0}{2-0}=2$$

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x^3-2x-(-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^2+x-1\right)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\left(x^2+x-1\right)=1$$

۵۹. تمرین: آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x)=2x^2+5x+1$ در نقطه $x=2$، چقدر از آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x=-1$ بیشتر است؟

$$f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+5x+1-(19)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+5x-18}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(2x+9)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(2x+9)=13$$

$$f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+5x+1-(-2)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+5x+3}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(2x+3)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(2x+3)=1$$
$$13-1=12$$

۶۰. تمرین: آهنگ تغییر $f(x)=2x^2+5x+1$ لحظه ای تابع در نقطه $x=2$ چقدر از آهنگ تغییر آن در بازه $[1,5]$ بیشتر است؟

$$f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+5x+1-(19)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+5x-18}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(2x+9)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(2x+9)=13$$
$$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(5)-f(1)}{5-1}=\frac{76-8}{4}=\frac{68}{4}=17$$
$$13-17=-4$$

تمرینات مربوط به کتاب ریاضی سه تجربی:

توضیح: برخی از سوالات ریاضی سه، مربوط به مباحث حذف شده حسابان دو است.

۶۱. تمرین: درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) تابع $y=(x+1)^{3}$ در دامنه‌ی تعریف خود.......... (صعودی، نزولی) است.

ب)هرچه خروج از مرکزبیضی .... (کوچکتر، بزرگتر)شود شکل بیضی به دایره نزدیکترخواهد شد.

پ)دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد............. (مستقل، ناسازگار) هستند.

۶۲. درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود، تابع .... نامیده می شود.

ب) دورهٔ تناوب اصلی تابع $y=\tan x$ برابر .... است.

ج) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، .... آن نامیده می شود.

۶۳. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) دوتابع $f(x)=-\dfrac{2x+6}{7}$ و $g(x)=\dfrac{-7}{2}x-3$ وارون یکدیگرند.

ب) دوره‌ی تناوب تابع $y=\tan x$ برابر 2π است.

۶۴. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف)تابع $y=-x^{3}+2$ در دامنه ی تعریفش صعودی است.

ب)دامنه ی تابع $y=\tan x$ برابر $\left\{x\,\middle|\,x\in R, x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right\}$ است.

ج)اگر صفحه p دریکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد وازرأس آن عبور نکند شکل حاصل یک هذلولی است.

۶۵. تمرین: پاسخ کوتاه

الف) حد تابع $f(x)=\dfrac{-3x^{7}+5x^{2}}{2x^{3}+9}$ وقتی $x\to-\infty$ میل می کند برابر............ می باشد.

ب)شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن .... است.

۶۶. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) برد تابع با ضابطهٔ $y=kf(x)$ همان برد تابع $y=f(x)$ است.

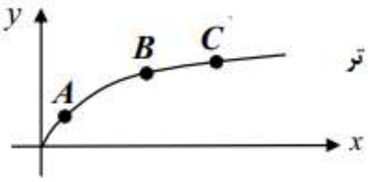
ب) چند جمله ای $f(x)=2x^{3}+5x^{2}-3x-10$ بر دو جمله ای $x+2$ بخش پذیر است.

ج) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند هرگاه با هم رخ ندهند.

۶۷. تمرین: درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) دوره تناوب تابع $y=۴\cos(-\frac{\pi}{۴}x)$ برابر با .... است.

ب) حاصل حد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x+۵}{x-۲}$ برابر با .... است.



پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه .... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.

ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه .... نام دارد.

۶۸. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد،آنگاه در این بازه اکیدا نزولی نیز می باشد.

ب) سرعت لحظه ای در $t=۲$ برای متحرکی با معادله حرکت $f(t)=t^۲+۳t$ برابر ۷ است.

۶۹. تمرین: درجاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

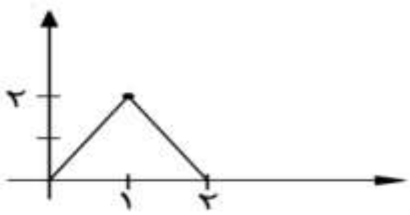
الف) اگر $\frac{۱}{۶۴}\leq(\frac{۱}{۲})^{۳x-۲}$ باشد، حدود x برابر .... است.

ب) حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}(۳-۲x-۵x^۲)$ برابر با .... است.

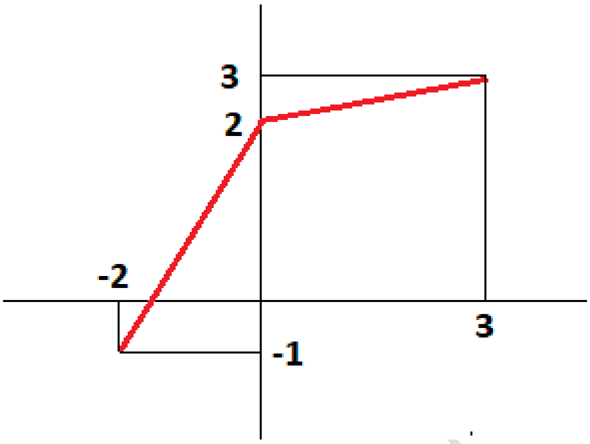
پ) اگر $f'(۲)=-۱$ و $g'(۲)=۳$، در این صورت $(۲f+۳g)'(۲)$ برابر با .... است.

ت) طول نقطه عطف تابع $f(x)=x^۳-۶x^۲$ برابر .... است .

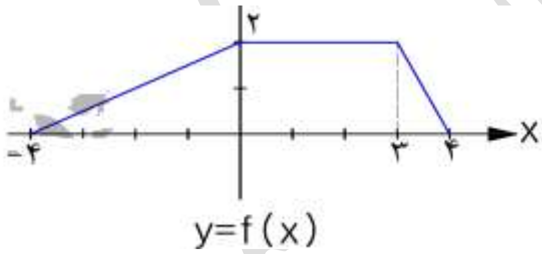
۷۰. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=-2f(\frac{1}{3}x)$ را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



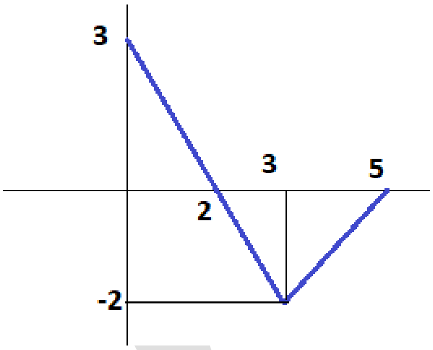
۷۱. نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=f(\frac{x}{2})-2$ را رسم کنید.



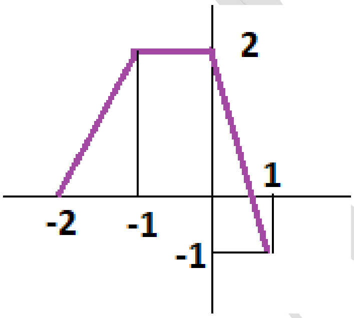
۷۲. نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=\frac{1}{2}f(4x)$ را رسم کنید.



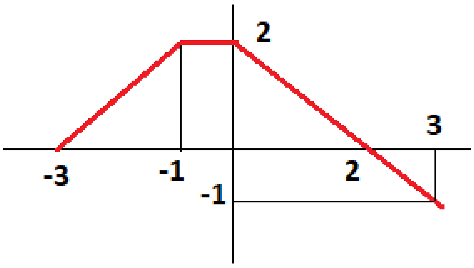
۷۳. نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=f(3-x)+1$ را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



۷۴. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=2f(x-1)-1$ را رسم کرده و سپس دامنه و برد آنرا بیابید.



۷۵. تمرین: نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y=-2f(x-1)+1$ را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



۷۶.اگر $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ و $f(x)=\sqrt{x-4}$ ، دامنه تابع gof را به کمک تعریف بیابید.

۷۷. اگر $g(x)=2x^2-1$ و $f(x)=\sqrt{x-1}$ ، دامنه تابع fog را به کمک تعریف بیابید.

۷۸. اگر $g(x)=3x-1$ و $f(x)=\frac{x+3}{2x}$ ، دامنه تابع fog را به کمک تعریف بیابید.

۷۹.اگر $f(x)=x^2-5$ و $g(x)=\sqrt{x+6}$

الف. ضابطه و دامنه تابع fog را بیابید.(دامنه به کمک تعریف)

ب. با محدود نمودن دامنه تابع $f(x)=(x+1)^3-2$ ، یک تابع وارون پذیر بیابید.

۸۰. نشان دهید توابع $f(x)=3x-4$ و $g(x)=\frac{x+4}{3}$ ، وارون یکدیگرند.

۸۱. اگر داشته باشیم $f(x)=\frac{1}{8}x-3$ و $g(x)=x^3$ ، مقدار $g^{-1}of^{-1}(5)$ را به دست آورید.

۸۲.دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=2-3\text{Sin}(4x)$ را تعیین کنید.

۸۳. دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=1-2\text{Sin}\left(\frac{-\pi}{3}x\right)$ را تعیین کنید.

۸۴.دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=-\pi\,\text{Cos}\left(\frac{x}{2}\right)-2$ را تعیین کنید.

۸۵. دامنه تابع $f(x)=\tan 2x$ را بیابید.

۸۶.مقدار $\text{Sin}\left(22.5^o\right)$ را محاسبه کنید.

۸۷. د وره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=-3\text{Cos}(2\pi x)+1$ را به دست آورید.

۸۸. معادله $\text{Sin}\,x.\text{Cos}\,x=\frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید.

۸۹.دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع $f(x)=5\text{Cos}\left(\frac{2}{3}x\right)-2$ را تعیین کنید.

۹۰. معادله $\text{Sin}\,x-\text{Cos}\,2x=0$ را حل کنید.

۹۱. معادله $\text{Cos}\,2x - \text{Sin}\,x + 1 = 1$ را حل کنید.

۹۲. معادله $\text{Cos}\,2x + \text{Cos}\,x + 1 = 0$ را حل کنید.

۹۳. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{[x]-3}{x-3}$$

$$\lim_{x \to 3} \left(\frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2} \right)$$

۹۴. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 3} \frac{2}{|3-x|}$$

$$\lim_{x \to -1} \left(\frac{x^2-1}{x+\sqrt{2x+3}} \right)$$

۹۵. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{[x]}{\text{Sin}\,x}$$

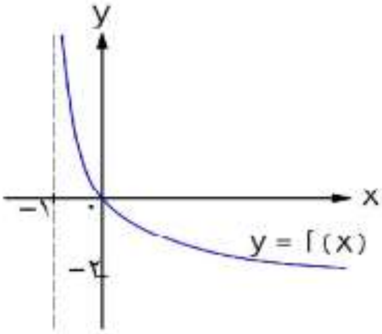
$$\lim_{x \to 1} \left(\frac{x-\sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \right)$$

۹۶. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{1-\text{Cos}\,x}$$

$$\lim_{x \to 4} \left(\frac{2-\sqrt{x}}{x^2-16} \right)$$

۹۷. با توجه به نمودار تابع ، حدهای خواست شده را بنویسید.

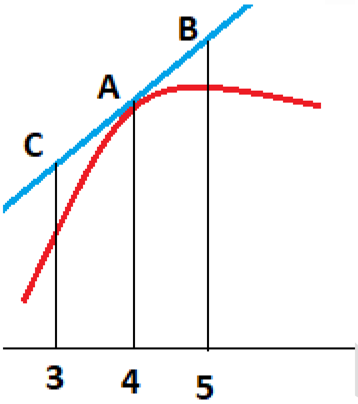


$$\lim_{x\to(-1)^+} f(x) =$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

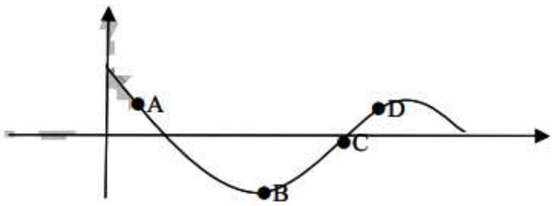
$$\lim_{x\to +\infty} f(x) =$$

۹۸. در شکل زیر $f(4)=5$ و $f'(4)=1.5$ ، مختصات نقاط A و B و C را تعیین کنید.



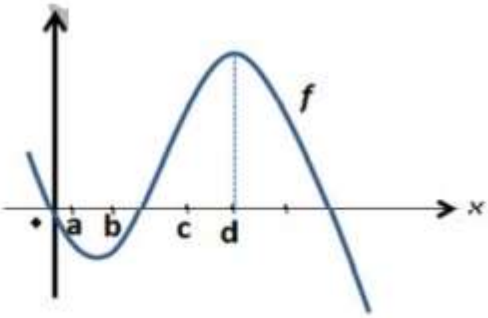
۹۹. نمودار تابع داده شده است، مشتقات جدول زیر را با نقاط مشخص شده نظیر کنید.

شیب	۱	۰	$\frac{۱}{۲}$	−۲
نقطه				



۱۰۰. نمودار تابع داده شده است، مشتقات جدول زیر را با نقاط مشخص شده نظیر کنید.

x	$f'(x)$
	۰
	۰/۵
	۲
	−۰/۵



۱۰۱.مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\left(x^2+1\right)^3.(5x-1)$$

۱۰۲. مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$y=\frac{1}{x}.\left(2\sqrt{x}-1\right)^4$$

۱۰۳. مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\left(x^4-x\right)^5$$

$$g(x)=\frac{\sqrt{x}}{1-x}$$

۱۰۴. مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\left(x^2+1\right)^3.(5x-1)$$

$$g(x)=x^3\sqrt{x+1}$$

۱۰۵. مشتق بگیرید.(ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x)=\left(\frac{x}{2x+1}\right)^5$$

$$g(x)=\frac{9x-2}{\sqrt{x}}$$

اگر $f(x)=\begin{cases} x^2, x\geq 0 \\ x, x<0 \end{cases}$ آنگاه

الف. نشان دهید تابع در مبدا مختصات مشتق پذیر نیست.

ب. ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

ج. نمودار تابع مشتق این تابع را رسم کنید.

۱۰۶. اگر $f(x)=\begin{cases} x^2, x\geq 0 \\ x, x<0 \end{cases}$ نشان دهید $f_+'(0)$ و $f_-'(0)$ موجودند اما $f'(0)$ وجود ندارد.

۱۰۷. مشتق تابع $f(x)=1-2x^2$ را در $f'(-1)$ به کمک تعریف بیابید.

۱۰۸. مشتق تابع $f(x)=x^3-1$ را در $x=1$ به کمک تعریف بیابید.

۱۰۹. مشتق پذیری $f(x)=\begin{cases} x^2+x, x\geq 1 \\ 3x-1, x<1 \end{cases}$ را در $x=-1$ به کمک تعریف مشتق بیابید.

۱۱۰. تابع $f(x)=2x^2+5x+1$ قد نوزادان را به طور متوسط تا ۶۰ ماهگی نشان می دهد آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0,25]$ را بیابید؟

۱۱۱. معادله حرکت یک متحرک به صورت $f(t)=t^2-t$ است، سرعت لحظه ای در چه زمانی با سرعت متوسط در بازه $[0,4]$ برابر است؟

۱۱۲. یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $f(t)=\sqrt{t}+t^2$ است. آهنگ تغیر جرم توده باکتری را در بازه زمانی $[3,4]$ بیائید.

۱۱۳. تابع $f(x)=ax^2+bx$ در نقطه $x=1$ دارای اکسترمم نسبی است، مقادیر a و b را بیابید.

۱۱۴. آهنگ تغییر تابع $f(x)=\sqrt{x+2}$ را از $x=2$ تا $x=7$ محاسبه کنید.

۱۱۵. اکسترمم های مطلق تابع $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ را در بازه $[-2,1]$ بیابید.

۱۱۶. اکسترمم های مطلق تابع $f(x)=x^3+3x^2-9x+10$ را در بازه $[-1,3]$ بیابید.

۱۱۷. جدول تغییرات تابع $f(x)=x^3-3x+4$ رسم کرده و نقاط بحرانی و اکسترمم های تابع را بیابید.

۱۱۸. جدول تغییرات تابع $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ رسم کرده و نقاط بحرانی و اکسترمم های نسبی این تابع را بیابید.

۱۱۹. اکسترممهای مطلق تابع $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ را در بازه $[-1,3]$ بیابید.

۱۲۰. نقاط بحرانی و اکسترمم های تابع $f(x)=x^3+3x^2-9x+10$ را بیابید.

۱۲۱. محیط مستطیلی ۲۴ متر است، طول و عرض مستطیل را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم مقدار ممکن باشد.

۱۲۲. دو عدد a,b بیابید که $2a+b=60$ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن باشد.

۱۲۳. ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید.می خواهیم از چهار گوشه ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x بر می گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود، مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.

۱۲۴. دو عدد بیابید که تفاضل آنها ۱۰ بوده و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن باشد.

پیروز باشید

مزبان حبیبی