



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر مزبان حبیبی استاده از این بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۱. تمرین: در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

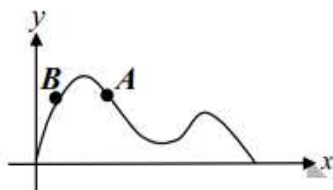
- الف) اگر باقی مانده تقسیم  $f(x) = x^2 + kx - 1$  بر  $(x+1)$  برابر ۲ باشد، مقدار  $k$  برابر ..... است.  
 ب) دوره تناوب تابع تنازانت برابر با ..... است.  
 پ) مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{2x-1}$  در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد ..... است.  
 ت) اگر تابع  $y = f(x)$  در بازه  $[a, b]$  صعودی باشد، علامت مشتق تابع  $f$  در این بازه ..... است.

۲. تمرین: پاسخ کوتاه

- الف) درجه تابع  $f(x) = x^2(1-x)^5$  را مشخص کنید.  
 ب) در فاصله  $[0, 1]$  از بین دو تابع  $f(x) = x^2$  و  $g(x) = x^3$ ، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟  
 پ) نمودار تابع  $y = -f(x)$ ، قرینه نمودار تابع  $y = f(x)$  نسبت به کدام محور است؟  
 ت) تابع  $h(x) = |x+2|$  در چه بازه ای اکیداً صعودی است؟

۳. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

- الف) اگر  $k > 1$  باشد، نمودار  $y = f(kx)$  از انساط افقی نمودار  $y = f(x)$  در راستای محور  $x$  ها به دست می آید.  
 ب) نقاطی به فرم  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ،  $k \in Z$  در دامنه تابع تنازانت قرار ندارند.



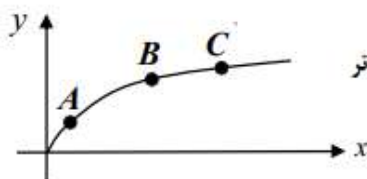
پ) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{9-x^2}$  برابر با  $-\infty$  است.

ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط  $A$  و  $B$  مثبت است.

۴. تمرین: در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) دوره تناوب تابع  $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)$  برابر با ..... است.

ب) حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$  برابر با ..... است.



پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ..... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه  $B$  است.

ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه ..... نام دارد.



جزوه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی  
استاد اتران پژوهش‌م‌ون کب اجازه منوع است.

۵. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) اگر تابع  $f$  در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیدا نزولی نیز می باشد.  
ب) سرعت لحظه ای در  $t = 2$  برای متحرکی با معادله حرکت  $f(t) = t^2 + 3t$  برابر ۷ است.

۶. تمرین: در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

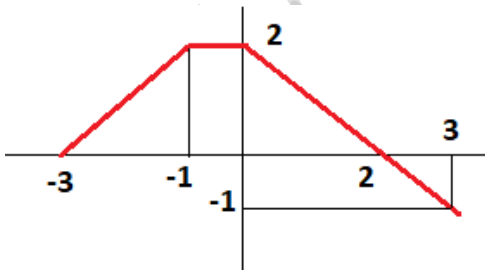
الف) اگر  $\frac{1}{64} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2}$  باشد، حدود  $x$  برابر ..... است.

ب) حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^2)$  برابر با ..... است.

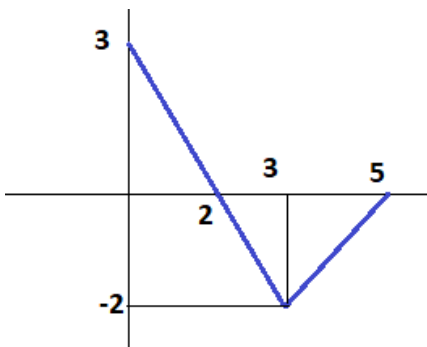
پ) اگر  $f'(2) = -1$  و  $g'(2) = 3$ ، در این صورت  $(2f + 3g)'(2)$  برابر با ..... است.

ت) طول نقطه عطف تابع  $f(x) = x^2 - 6x^2$  برابر ..... است.

۷. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = f(2x+1)$  را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.

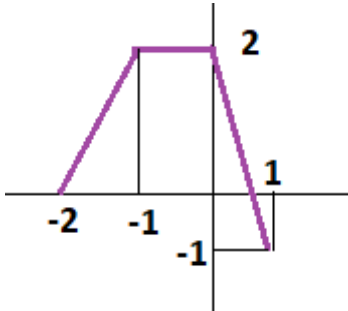


۸. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = f(3-x) + 1$  را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.

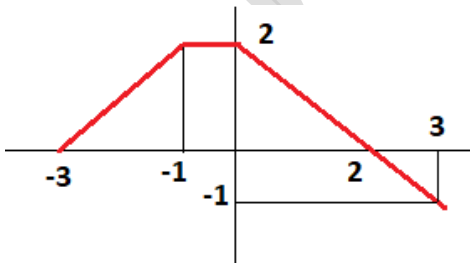




۹. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = 2f(x-1) - 1$  را رسم کرده و سپس دامنه و برد آنرا بیابید.



۱۰. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = -2f(x-1) + 1$  را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



۱۱. تمرین: مقادیر  $a, b$  را چنان بیابید که چندجمله ای  $x^3 + ax^2 + bx + 1$  بر  $x-2$  و  $x+1$  بخش پذیر باشد.

۱۲. تمرین: اگر چندجمله ای  $x^2 + ax - 3$  بر  $x-2$  بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسین آن را بر  $x+1$  بیابید.

۱۳. تمرین: اگر چندجمله ای  $x^2 + ax - 3$  بر  $x+1$  بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسین آن را بر  $x-2$  بیابید.

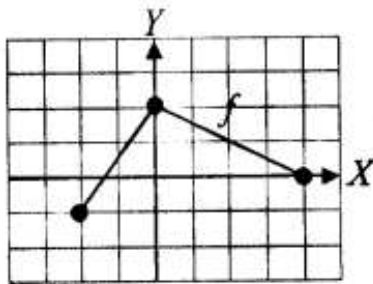


بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده از این بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۱۴. تمرین: مقادیر  $a, b$  را چنان بیابید که چند جمله ای  $x^3 + ax^2 + b$  بر  $x-1$  بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر  $x+2$  برابر ۴ باشد.

۱۵. تمرین: نامعادله  $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$  را حل کنید.

۱۶. تمرین:



نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است.

نمودار تابع  $g(x) = -f(2x)$  را رسم کنید.

سهس دامنه و برد تابع  $g$  را تعیین کنید.

۱۷. تمرین: چند جمله ای  $x^6 - 1$  را بر حسب  $x+1$  تجزیه کنید،

۱۸. تجزیه کنید:

(الف)  $x^5 + 1$  با عامل  $x+1$

(ب)  $x^6 - 1$  با عامل  $x-1$



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده از این بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۱۹. تمرین: نمودار تابع  $f(x) = (x-1)^2 + 1$  را رسم کرده و یکنوایی آنرا در دامنه اش تعیین کنید.

۲۰. تمرین: نمودار تابع  $f(x) = (x+1)^3 - 2$  را رسم کرده و یکنوایی آنرا در دامنه اش تعیین کنید.

۲۱. تمرین: درستی یا ناردستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) مینیمم تابع  $y = -2 \cos(\pi x) + 2$  برابر با یک است.

ب) تابع تنازات در دامنه اش صعودی است.

۲۲. تمرین: دوره تناوب تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  و حداکثر و حداقل مقدار تابع ۶ و -۲ است، ضابطه تابع را تعیین کنید.

۲۳. تمرین: دوره تناوب تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  برابر  $\pi$  و حداکثر و حداقل مقدار تابع ۵ و -۳ است، ضابطه تابع را تعیین کنید.

۲۴. تمرین: دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 5 \cos\left(\frac{2}{3}x\right) - 2$  را تعیین کنید.



بزرگواران آموزش امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده از این بزرگواران کب اجازه ممنوع است.

۲۵. تمرین: دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = -3\cos(\pi x) + 1$  را تعیین کنید.

۲۶. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع تناوب در بازه  $(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2})$  اکیداً صعودی است.

ب) نقاطی به فرم  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ,  $(k \in \mathbb{Z})$  در دامنه تابع تناوب قرار دارند.

۲۷. تمرین: معادله  $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$  را حل کنید

۲۸. تمرین: معادله های زیر را حل کنید

$$\sin 3x - \sin 2x = 0 \quad 2\cos 5x + \sqrt{2} = 0$$

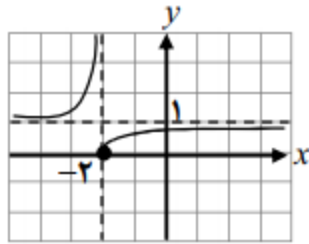
۲۹. تمرین: معادله های زیر را حل کنید

$$2\cos 3x - \sqrt{3} = 0 \quad \tan 5x - \tan 3x = 0$$



بزرگواران آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده اذراين بزده بدون كج اجازه ممنوع است.

۳۰. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، حدهای خواسته شده را بنویسید.



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

۳۱. تمرین: حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + x - 1)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 - 4x}$

۳۲. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x + 1}{4 - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2x + 1}{4 - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5 + 3x - 7}{-3x^5 - x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x - 7}{-3x^5 - x + 2}$$

۳۳. تمرین: حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x + 5}{x - 5} - \frac{2}{x} \right)$$



بزرگواران آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده اذراين بزده بدون كج اجازه ممنوع است.

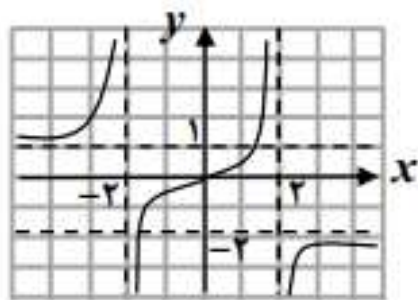
۳۴. تمرین: مجانب های تابع  $f(x) = \frac{x+3}{2-x}$  را تعیین کنید.

۳۵. تمرین: مجانب های تابع  $f(x) = \frac{x-3}{x^3-1}$  را تعیین کنید.

۳۶. تمرین: مجانب های تابع  $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-x}$  را تعیین کنید.

۳۷. تمرین: کدام یک از خطوط  $x=3$  و  $x=-1$  مجانب قائم تابع  $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2-2x-3}$  است؟

۳۸. تمرین: مجانب های تابع با نمودار زیر را بنویسید.



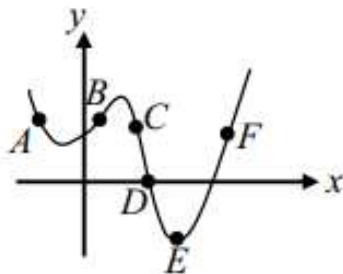




بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده از این بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۳۹. تمرین: بجانب های تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x^2 - 4}$  را تعیین کنید.

۴۰. تمرین: با توجه به نمودار تابع



الف: در کدام نقطه خط مماس، افقی است؟

ب: شیب خط مماس در نقطه F، مثبت است یا منفی؟

ج: از دو مقدار شیب خط مماس بر تابع در نقاط B و D، کدام

یک بیشتر است؟

۴۱. تمرین: مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در نقطه  $x = 2$  بررسی کنید.

۴۲. تمرین: مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x - 2|$  را در نقطه  $x = 2$  بررسی کنید.

۴۳. تمرین: مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \geq 1 \\ 3x + 1, & x < 1 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده از این بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۴۴. تمرین: مشتق پذیری تابع  $f(x) = (x-2)[x]$  را در نقطه  $x=2$  بررسی کنید.

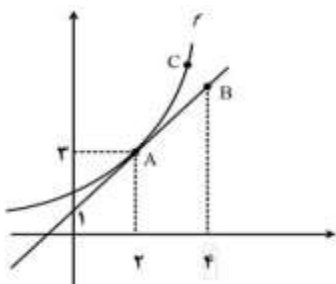
۴۵. نشان دهید نقطه  $x=-1$ ، نقطه گوشه ای برای تابع  $f(x) = |x^2 + x|$  است.

۴۶. تمرین: ثابت کنید اگر تابعی در یک نقطه مشتق پذیر باشد، آنگاه در آن نقطه پیوسته است.

۴۷. تمرین: در شکل زیر نمودار تابع  $f$  و خط مماس بر نمودار در  $x=2$  داده شده است،

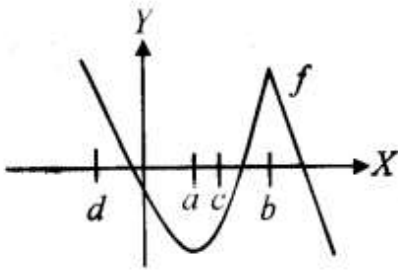
الف:  $f'(2)$  را تعیین کنید.

ب: معادله خط مماس بر نمودار در  $x=2$  را بنویسید.





۴۸. تمرین:



با در نظر گرفتن نمودار  $f$  در شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید.  
الف) طول نقطه ای که معاس در آن افقی است.  
ب) طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است.  
پ) طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.

۴۹. تمرین:

اگر  $f$  و  $g$  توابع مشتق پذیر باشند و  $f(2) = 3$ ،  $f'(2) = 1$ ،  $g(2) = -3$  و  $g'(2) = 2$ ،  
مقادیر  $(fg)'(2)$  و  $(f+g)'(2)$  را به دست آورید.

۵۰. تمرین: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

الف)  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x - 5}$

ب)  $y = \cos^2(-3x + 1)$

۵۱. تمرین: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست.)

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x + 1}$$

$$g(x) = \cos^3(2x)$$



۵۲. تمرین: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$f(x) = \frac{2x+1}{4-x^2}$$

$$g(x) = \sin\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{4x^5+3x-7}{-3x^5-x+2}}$$

۵۳. تمرین: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$$

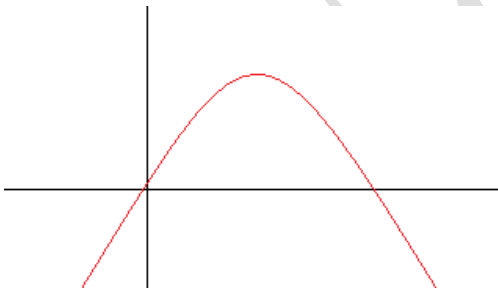
$$f(x) = (2x^3 + \sqrt{x+1})^4$$

۵۴. تمرین: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

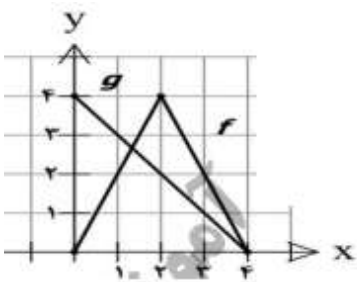
$$f(x) = \frac{2x+3}{x^3-2x^2}$$

$$g(x) = \sin^3(2x+1)$$

۵۵. تمرین: نمودار مشتق تابع زیر را رسم کنید. (با ذکر دلیل)



۵۶. تمرین: نمودار توابع  $f, g$  به صورت زیر است و  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  مقدار  $h'(1)$  را بیابید.





بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده ازان بزده بدهن کب اجازه منبع است.

۵۷. تمرین:

یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + t^2$  گرم است.

آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t = 9$  چقدر است؟

۵۸. تمرین: آهنگ تغییر لحظه ای تابع  $f(x) = x^3 - 2x$  در بازه  $[0, 2]$  و آهنگ تغییر لحظه ای

آن در  $x = 1$  را محاسبه کنید؟

۵۹. تمرین: آهنگ تغییر لحظه ای تابع  $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$  در نقطه  $x = 2$ ، چقدر از آهنگ تغییر لحظه

ای آن در  $x = -1$  بیشتر است؟

۶۰. تمرین: آهنگ تغییر  $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$  لحظه ای تابع در نقطه  $x = 2$  چقدر از آهنگ تغییر آن در

بازه  $[1, 5]$  بیشتر است؟

### تمرینات مربوط به کتاب ریاضی سه تجربی:

۶۱. تمرین: در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) تابع  $y = (x + 1)^3$  در دامنه ی تعریف خود..... (صعودی، نزولی) است.

ب) هرچه خروج از مرکز بیضی ..... (کوچکتر، بزرگتر) شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.

پ) دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد..... (مستقل، ناسازگار) هستند.

۶۲. در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی  
استاد اتران بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

الف) تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود، تابع ..... نامیده می شود.  
ب) دوره تناوب اصلی تابع  $y = \tan x$  برابر ..... است.  
ج) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، ..... آن نامیده می شود.

۶۳. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) دو تابع  $f(x) = -\frac{2x+6}{\sqrt{x}}$  و  $g(x) = \frac{-7}{\sqrt{x}} - 3$  وارون یکدیگرند.

ب) دوره تناوب تابع  $y = \tan x$  برابر  $2\pi$  است.

۶۴. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) تابع  $y = -x^3 + 2$  در دامنه ی تعریفش صعودی است.

ب) دامنه ی تابع  $y = \tan x$  برابر  $\left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\}$  است.

ج) اگر صفحه  $P$  در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند شکل حاصل یک هذلولی است.

۶۵. تمرین: پاسخ کوتاه

الف) حد تابع  $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  میل می کند برابر ..... می باشد.

ب) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن ..... است.

۶۶. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) برد تابع با ضابطه  $y = kf(x)$  همان برد تابع  $y = f(x)$  است.

ب) چند جمله ای  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$  بر دو جمله ای  $x + 2$  بخش پذیر است.

ج) دو پیشامد  $A$  و  $B$  از هم مستقل هستند هرگاه با هم رخ ندهند.

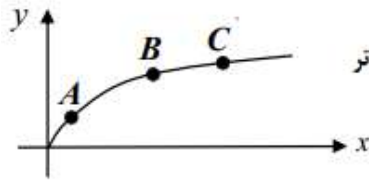
۶۷. تمرین: در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر مزبان حبیبی استاده اذراین بزده بدون کب اجازه ممنوع است.

الف) دوره تناوب تابع  $y = 3 \cos\left(-\frac{\pi}{4}x\right)$  برابر با ..... است.

ب) حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$  برابر با ..... است.



پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ..... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.

ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه ..... نام دارد.

۶۸. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید:

الف) اگر تابع  $f$  در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیدا نزولی نیز می باشد.  
ب) سرعت لحظه ای در  $t = 2$  برای متحرکی با معادله حرکت  $f(t) = t^2 + 3t$  برابر ۷ است.

۶۹. تمرین: در جاهای خالی، عبارت مناسب بنویسید:

الف) اگر  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2} \leq \frac{1}{64}$  باشد، حدود  $x$  برابر ..... است.

ب) حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^2)$  برابر با ..... است.

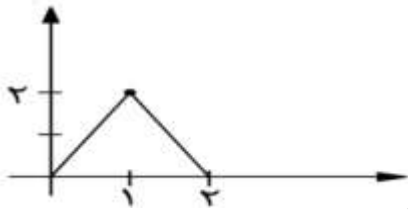
پ) اگر  $f'(2) = -1$  و  $g'(2) = 3$ ، در این صورت  $(2f + 3g)'(2)$  برابر با ..... است.

ت) طول نقطه عطف تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2$  برابر ..... است.

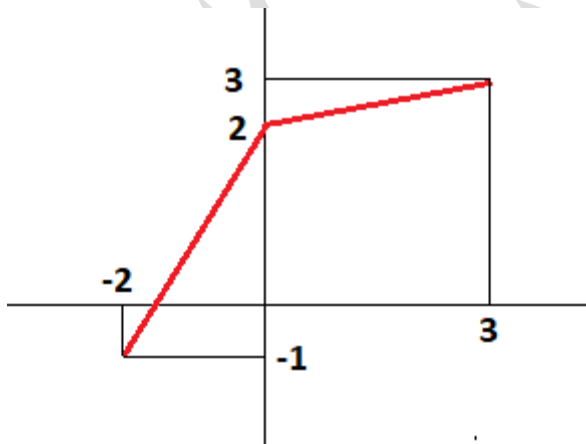


۷۰. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$  را رسم کرده و دامنه و برد آنرا

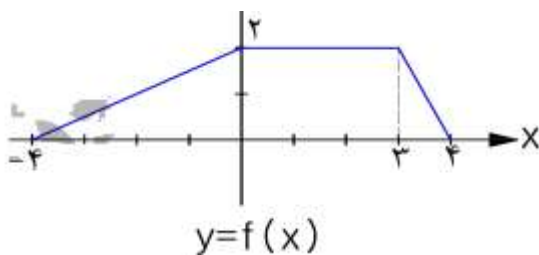
بیابید.



۷۱. نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$  را رسم کنید.



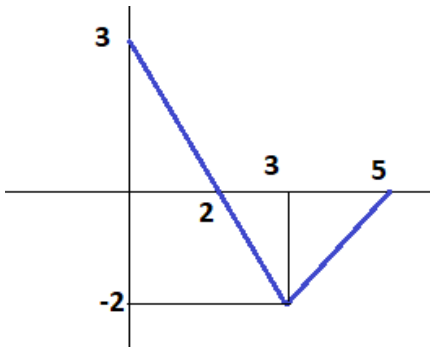
۷۲. نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = \frac{1}{2}f(4x)$  را رسم کنید.



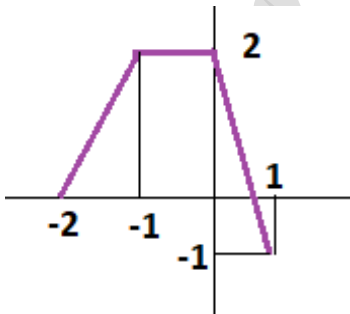




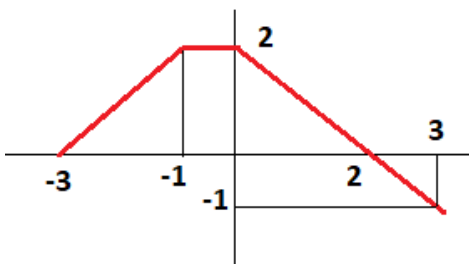
۷۳. نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = f(3-x) + 1$  را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.



۷۴. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = 2f(x-1) - 1$  را رسم کرده و سپس دامنه و برد آنرا بیابید.



۷۵. تمرین: نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است، نمودار تابع  $y = -2f(x-1) + 1$  را رسم کرده و دامنه و برد آنرا بیابید.





بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده اذاین بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۷۶. اگر  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  و  $f(x) = \sqrt{x - 4}$ ، دامنه تابع  $g \circ f$  را را به کمک تعریف بیابید.

۷۷. اگر  $g(x) = 2x^2 - 1$  و  $f(x) = \sqrt{x - 1}$ ، دامنه تابع  $f \circ g$  را را به کمک تعریف بیابید.

۷۸. اگر  $g(x) = 3x - 1$  و  $f(x) = \frac{x + 3}{2x}$ ، دامنه تابع  $f \circ g$  را را به کمک تعریف بیابید.

۷۹. اگر  $f(x) = x^2 - 5$  و  $g(x) = \sqrt{x + 6}$

الف. ضابطه و دامنه تابع  $f \circ g$  را بیابید. (دامنه به کمک تعریف)

ب. با محدود نمودن دامنه تابع  $f(x) = (x + 1)^3 - 2$ ، یک تابع وارون پذیر بیابید.

۸۰. نشان دهید توابع  $f(x) = 3x - 4$  و  $g(x) = \frac{x + 4}{3}$ ، وارون یکدیگرند.

۸۱. اگر داشته باشیم  $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$  و  $g(x) = x^3$ ، مقدار  $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$  را به دست آورید.



بزرگواران آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده از این بزرگواران کب اجازه ممنوع است.

۸۲. دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 2 - 3\sin(4x)$  را تعیین کنید.

۸۳. دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 1 - 2\sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right)$  را تعیین کنید.

۸۴. دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = -\pi \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 2$  را تعیین کنید.

۸۵. دامنه تابع  $f(x) = \tan 2x$  را بیابید.

۸۶. مقدار  $\sin(22.5^\circ)$  را محاسبه کنید.

۸۷. دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = -3\cos(2\pi x) + 1$  را به دست آورید.

۸۸. معادله  $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$  را حل کنید.

۸۹. دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 5\cos\left(\frac{2}{3}x\right) - 2$  را تعیین کنید.



بزرگوارهای آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده اذراين بزده بدون کب اجازه ممنوع است.

۹۰. معادله  $\sin x - \cos 2x = 0$  را حل کنید.

۹۱. معادله  $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$  را حل کنید.

۹۲. معادله  $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$  را حل کنید.

۹۳. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|3 - x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} \right)$$

۹۴. حدهای زیر را محاسبه کنید.

۹۵. حدهای زیر را محاسبه کنید.



بزرگواران! آموزش آزمون نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر مزبان حبیبی استاد اوزان بزرگواران کب اجازه ممنوع است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$$

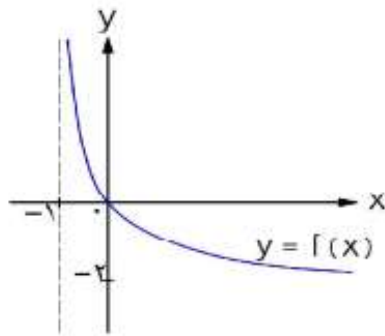
$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \right)$$

۹۶. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} \right)$$

۹۷. با توجه به نمودار تابع، حدهای خواست شده را بنویسید.

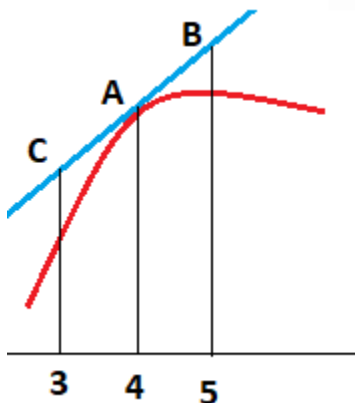


$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

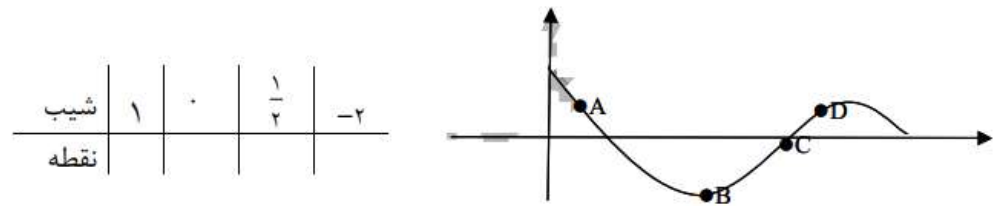
۹۸. در شکل زیر  $f(4) = 5$  و  $f'(4) = 1.5$ ، مختصات نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  را تعیین کنید.





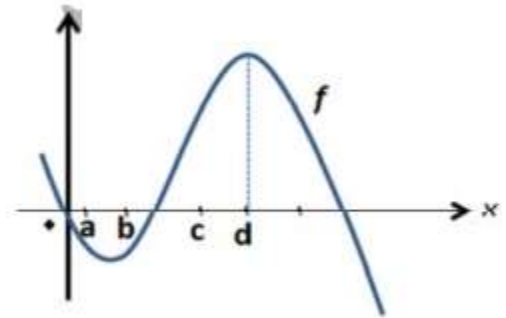
بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده ازان بزده بدون کب اجازه ممنوع است.

۹۹. نمودار تابع داده شده است، مشتقات جدول زیر را با نقاط مشخص شده نظیر کنید.



۱۰۰. نمودار تابع داده شده است، مشتقات جدول زیر را با نقاط مشخص شده نظیر کنید.

$x$	$f'(x)$
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵



۱۰۱. مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$f(x) = (x^2 + 1)^3 \cdot (5x - 1)$$

۱۰۲. مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$y = \frac{1}{x} \cdot (2\sqrt{x} - 1)^4$$

۱۰۳. مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$f(x) = (x^4 - x)^5$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$$



۱۰۴. مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$f(x) = (x^2 + 1)^3 \cdot (5x - 1)$$

$$g(x) = x^3 \sqrt{x+1}$$

۱۰۵. مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق ضروری نیست).

$$f(x) = \left( \frac{x}{2x+1} \right)^5$$

$$g(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$$

$$\text{اگر } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases} \text{ آنگاه}$$

الف. نشان دهید تابع در مبدا مختصات مشتق پذیر نیست.

ب. ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

ج. نمودار تابع مشتق این تابع را رسم کنید.

۱۰۶. اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$  نشان دهید  $f'_+(0)$  و  $f'_-(0)$  موجودند اما  $f'(0)$  وجود ندارد.

۱۰۷. مشتق تابع  $f(x) = 1 - 2x^2$  را در  $f'(-1)$  به کمک تعریف بیابید.



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر فرزبان حبیبی استاده ازان بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۱۰۸. مشتق تابع  $f(x) = x^3 - 1$  را در  $x = 1$  به کمک تعریف بیابید.

۱۰۹. مشتق پذیری  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq 1 \\ 3x - 1, & x < 1 \end{cases}$  را در  $x = -1$  به کمک تعریف مشتق بیابید.

۱۱۰. تابع  $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$  قد نوزادان را به طور متوسط تا ۶۰ ماهگی نشان می دهد آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی  $[0, 25]$  را بیابید؟

۱۱۱. معادله حرکت یک متحرک به صورت  $f(t) = t^2 - t$  است، سرعت لحظه ای در چه زمانی با سرعت متوسط در بازه  $[0, 4]$  برابر است؟

۱۱۲. یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $f(t) = \sqrt{t} + t^2$  است. آهنگ تغییر جرم توده باکتری را در بازه زمانی  $[3, 4]$  بیابید.

۱۱۳. تابع  $f(x) = ax^2 + bx$  در نقطه  $x = 1$  دارای اکستریم نسبی است، مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

۱۱۴. آهنگ تغییر تابع  $f(x) = \sqrt{x+2}$  را از  $x = 2$  تا  $x = 7$  محاسبه کنید.





۱۱۵. اکسترمم های مطلق تابع  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  را در بازه  $[-2, 1]$  بیابید.

۱۱۶. اکسترمم های مطلق تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 10$  را در بازه  $[-1, 3]$  بیابید.

۱۱۷. جدول تغییرات تابع  $f(x) = x^3 - 3x + 4$  رسم کرده و نقاط بحرانی و اکسترمم های تابع را بیابید.

۱۱۸. جدول تغییرات تابع  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  رسم کرده و نقاط بحرانی و اکسترمم های نسبی این تابع را بیابید.

۱۱۹. اکسترممهای مطلق تابع  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  را در بازه  $[-1, 3]$  بیابید.

۱۲۰. نقاط بحرانی و اکسترمم های تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 10$  را بیابید.



بزه های آموزشی امتحان نهایی حسابان دو، ویژه خرداد و شهریور، دکتر مزبان حبیبی استاده از این بزه بدون کب اجازه ممنوع است.

۱۲۱. محیط مستطیلی ۲۴ متر است، طول و عرض مستطیل را چنان تعیین کنید که مساحت آن  
ماکسیمم مقدار ممکن باشد.

۱۲۲. دو عدد  $a, b$  بیابید که  $2a + b = 60$  و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن باشد.

۱۲۳. ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه ی آن  
مربع های کوچکی به ضلع  $X$  برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه  $X$  بر می  
گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود، مقدار  $X$  چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.

۱۲۴. دو عدد بیابید که تفاضل آنها ۱۰ بوده و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن باشد.

۱۲۵.

سروزباشید

مزبان حبیبی