

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیدی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: مزبان حمیدی

موضوع: حل تمرین مربع لاتین و ترکیبیات - ریاضیات کسسه دوازدهم ریاضی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



۱ می خواهیم ۸ نفر را که دوهی دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشینند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟



اگر در طرف نزدیک به میز بنشینند:

$$4! \times (2!)^4 \times 2$$

اگر در طرف نزدیک به میز بنشینند:

$$4! \times (2!)^4$$

پپی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



۲ اگر داشته باشیم $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ، در این صورت چند رمز یا کد ۵ رقمی می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و سه رقم از B باشد؟

$$5! \times \binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$$

۳ ۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم. به نظر شما، این عمل به چند روش امکان پذیر است؟ اگر:

الف) هیچ محدودیتی نباشد؛ **۹۱!**

ب) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند؛

پ) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند؛

ت) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.

$$5! \times 4! \\ 5! \times 4! \\ 3! \times 7!$$

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مهربان حبیبی



۴ برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم مسئله ای طرح کنید که پاسخ آن $4! \times 7!$ باشد.

۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم
دکتر مکی کبیر در یک صف می ایستند به چند ترتیب
همه دانش آموزان ۴ پایه دوازدهم در کنار هم باشند

۵ با ارقام ۵، ۶، ۷، ۷، ۵ و ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{7!}{2!} = 3! \times 2!$$

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

۶ می خواهیم روی تعدادی جعبه حاوی اجناس تولید شده خاصی را کدگذاری و هر جعبه را با یک کد، شامل ۹ حرف $d, d, d, c, c, a, b, a, a$ ، از بقیه مجزا کنیم. حداکثر چند جعبه را می توانیم با این کدها از بقیه مجزا کنیم؟

$$\frac{9!}{3! \times 2! \times 3!}$$

۷ ۷ نفر به چند طریق می توانند در دو اتاق دونفره و یک اتاق سه نفره قرار بگیرند؟

$$\frac{7!}{2! \times 2! \times 3!}$$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



۸ به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم:

الف) به دلخواه انتخاب کنیم:

ب) از هر نوع گل حداقل ۱ شاخه انتخاب کنیم:

پ) از گل نوع دوم حداقل دو شاخه و از گل نوع پنجم بیش از سه شاخه انتخاب کنیم:

ت) از گل نوع سوم انتخاب نکرده و از گل نوع چهارم حداقل ۵ شاخه انتخاب کنیم.

تعداد گل نوع i : x_i (انت)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$$

$$\binom{11+5-1}{5-1} = \binom{15}{4}$$

$$\text{ب) } (x_1-1) + (x_2-1) + (x_3-1) + (x_4-1) + (x_5-1) = 11-5$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6$$

$$\binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4}$$

$$\text{پ) } x_2 \geq 2, x_5 \geq 3 \Rightarrow x_2-2 \geq 0, x_5-3 \geq 0$$

$$x_1 + (x_2-2) + x_3 + x_4 + (x_5-3) = 11-6$$

$$x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$$

$$\binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_3 = 0, x_5 \geq 5 \Rightarrow x_3 = 0, x_5-5 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + 0 + (x_5-5) + x_5 = 11-5$$

$$x_1 + x_2 + y_5 + x_5 = 6$$

$$\binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4}$$

حبیبی



۹ مطلوب است تعداد جواب های صحیح و نامنفی هریک از معادلات زیر با شرط های داده شده :

الف) $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ $x_i > 0, 2 \leq i \leq 5$

$x_i > 0 \Rightarrow x_i \geq 1 \Rightarrow x_i - 1 > -1$ $2 \leq i \leq 5$

$x_1 + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) + (x_5 - 1) = 10$

$x_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6$

جواب = $\binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4}$

حبیبی



$$\text{ب) } x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12 \quad x_1 > 2, x_5 \geq 4$$

$$x_1 > 2 \Rightarrow x_1 \geq 3 \Rightarrow x_1 - 2 \geq 1$$

$$x_5 \geq 4 \Rightarrow x_5 - 4 \geq 0$$

$$x_1 + (x_2 - 2) + x_3 + x_4 + (x_5 - 4) + x_6 = 12 - 6$$

$$x_1 + y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_4 + x_6 = 6$$

$$\text{جواب} = \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2}$$

مزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



ب) $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 11 \quad x_i \geq 1, 1 \leq i \leq 5$

$x_i \geq 1 \Rightarrow x_i - 1 \geq 0$

$(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) + (x_5 - 1) = 11 - 5$

$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6 \Rightarrow \binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4}$

ج) $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \quad x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 7 \quad \binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$

$x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5 \quad \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$

$x_2 = 2 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \quad \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$

جواب = $36 + 21 + 10 = 67$



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



ث) $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 3$ $x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2}$

$x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2}$

$x_2 = 4 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0+3-1}{3-1} = \binom{2}{2}$

جواب: $\binom{5}{2} + \binom{4}{2} + \binom{2}{2} = 10 + 6 + 1 = 17$

۱۰ به چند طریق می توان ۵ توپ یکسان را بین ۳ نفر و به دلخواه توزیع کرد؟

$x_i \equiv$ سهم هر نفر

$x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$\binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$

مزی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

11 به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \quad , \quad x_i > 1, \quad i=1,2,3,4 \in \mathbb{N}$$

$$x_i > 1 \Rightarrow x_i - 1 > 0$$

$$(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) = 8 - 4$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 4$$

$$\binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

مزبان حبیبی



جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



۱۲ مربع لاتین 3×3 مقابل را در نظر بگیرید.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

الف) سطر دوم و سوم مربع A را جابه جا کنید و مربع حاصل را A_1 بنامید. آیا A_1 و A متعامدند؟

ب) ابتدا سطر اول و سطر سوم مربع A را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل، سطر دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را A_2 بنامید. آیا A_2 و A متعامدند؟

پ) با توجه به قسمت های الف) و ب) به سوالات زیر جواب دهید.

۱- آیا می توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی متعامد با مربع لاتین اول به دست می آید؟ **خیر**

۲- آیا می توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی غیر متعامد با مربع لاتین اول به دست

می آید؟ **نه**

الف)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \cdot A_1 = \begin{bmatrix} 33 & 11 & 22 \\ 12 & 23 & 31 \\ 21 & 32 & 13 \end{bmatrix}$$

بلا متعامد هستند.

ب)

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A_2 = \begin{bmatrix} 32 & 13 & 21 \\ 13 & 21 & 32 \\ 21 & 32 & 13 \end{bmatrix}$$

همواره متعامد نیستند.

ی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

۱۲ قرار است شش مدرس T_1, T_2, \dots, T_6 در شش جلسه متوالی در شش کلاس C_1, C_2, \dots, C_6 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور برنامه ریزی نمایید.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
T_1	۱	۲	۳	۴	۵	۶
T_2	۲	۳	۴	۵	۶	۱
T_3	۳	۴	۵	۶	۱	۲
T_4	۴	۵	۶	۱	۲	۳
T_5	۵	۶	۱	۲	۳	۴
T_6	۶	۱	۲	۳	۴	۵

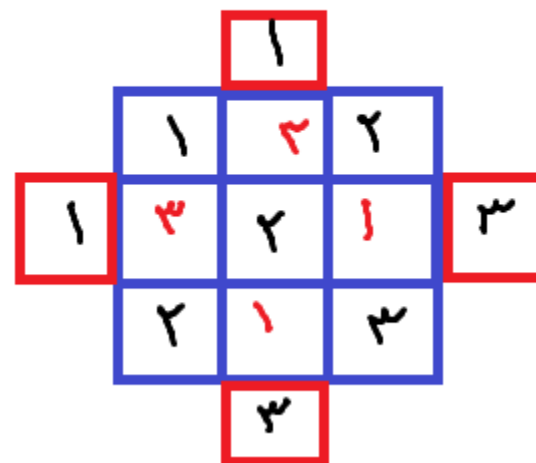
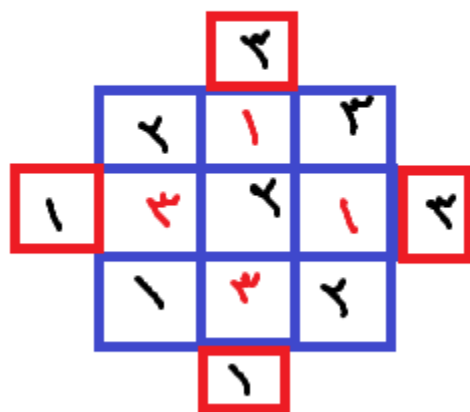
شش روزها جلسات
۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

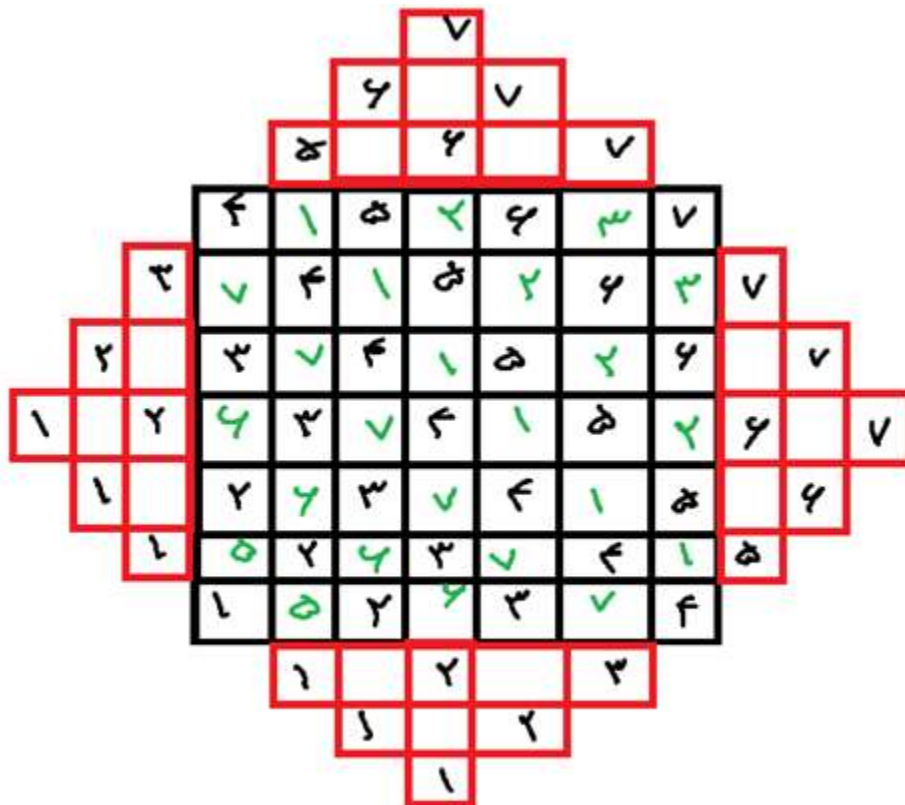
۱۵ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ و دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۷ بنویسید.



ریاضیات حبیبی



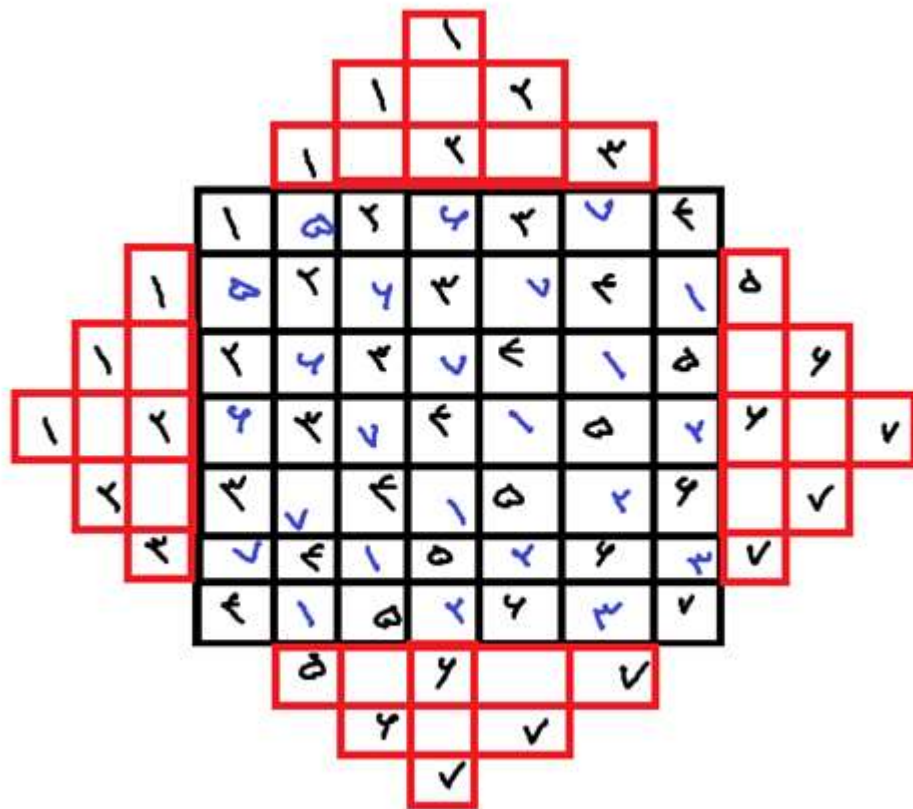
بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بهبودی



بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بهبودی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



۱۶ در یک مسابقه اتومبیل رانی قرار است ۷ راننده در هفت روز هفته با هفت ماشین مختلف در هفت مسیر مختلف مسابقه دهند به طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

الف) هر راننده هر روز با یک ماشین در یک مسیر رانندگی کند؛

ب) هر راننده با هر ماشین دقیقاً یک روز رانندگی کند؛

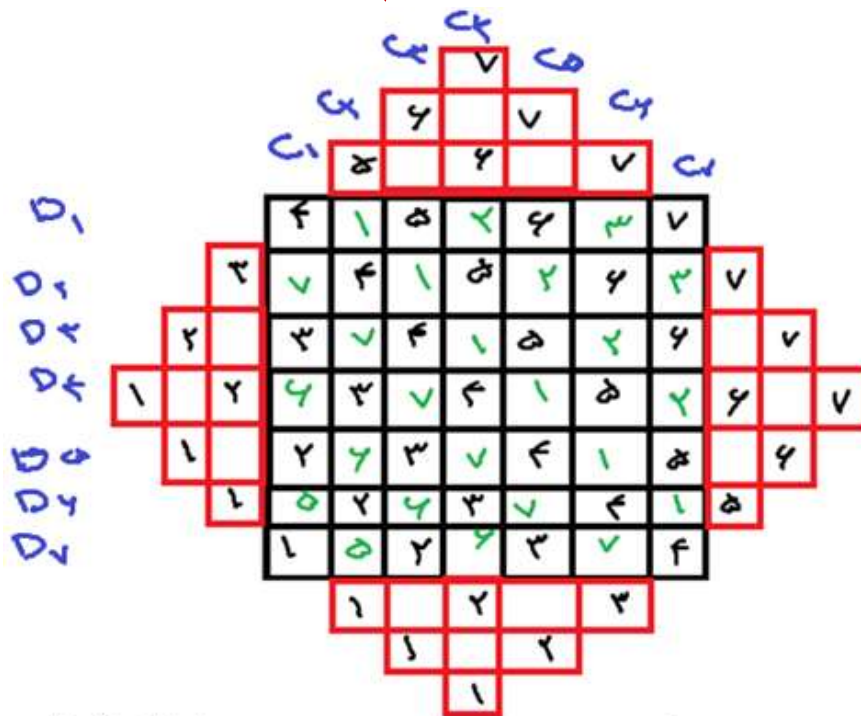
پ) هر راننده هر روز دقیقاً در یک مسیر رانندگی کند؛

ت) هر ماشین در هر مسیر دقیقاً یک بار به کار گرفته شود.

— برای این منظور یک برنامه ریزی انجام دهید.

مزبان حبیبی

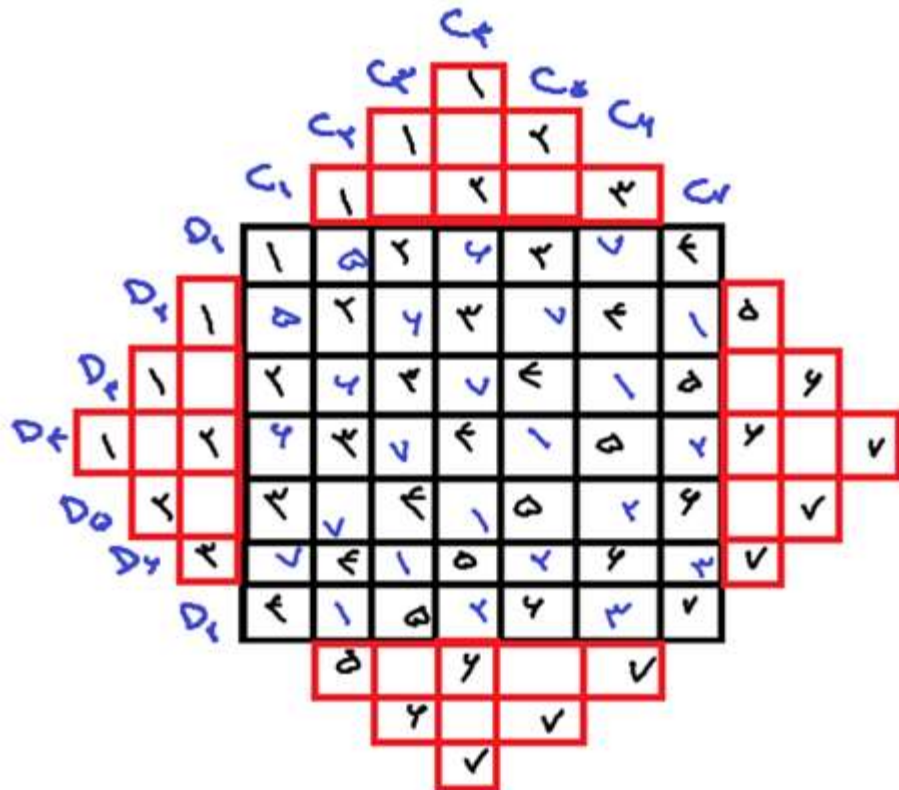
بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



شماره روزنامه: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



نشان دهنده : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

جواب :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
D_1	۴۱	۱۵	۵۲	۲۴	۶۳	۴۷	۷۴
D_2	۷۵	۴۲	۱۶	۵۳	۲۷	۴۴	۴۱
D_3	۳۲	۷۲	۴۳	۱۷	۵۴	۲۱	۹۵
D_4	۶۴	۳۳	۷۷	۴۴	۱۱	۵۵	۲۲
D_5	۲۳	۶۷	۳۴	۷۱	۴۵	۱۲	۵۶
D_6	۵۷	۲۴	۶۱	۲۵	۷۲	۴۶	۱۳
D_7	۱۴	۵۱	۲۵	۶۲	۳۶	۷۳	۴۷

شماره های راستی : ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸
 شماره های چپ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸

$D_i \equiv$ راستی

$C_i \equiv$ چپ