

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیدی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: **مزبان حمیدی**

موضوع: **تدریس و حل تمرین فصل سوم، ترکیبیات - ریاضیات کسسه دوازدهم ریاضی**

بزه های آموزشی، ریاضیات کسبه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

سلام، وقت بخیر

اینمیت کسبه دوازدهم ریاضی

دبیرستان بوعلی شیراز

کلاس سوم هفته نوزدهم ۱۴:۱۵

موضوع:

ترکیبات

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



بزه‌های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



یادآوری: آر  $n$  شی صفتارت رادر یک ردیف کرکوردیم، هر صید ک را  
کیک جایگت هم گونیدو تعداد جایگت  $n$  شی، برابر با:  $n!$ .

مثال: بیضی طرفی توانه ۵ کتة بمتفاوت رادر یک قفسه چیدم؟

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

مزبان حبیبی



یادآوری: فرض کنید می خواهیم  $r$  شیء را از بین  $n$  شیء انتخاب کنیم:

الف) اگر ترتیب انتخاب مهم باشد، تعداد حالت ها  $(n)_r$  خواهد بود که

$$\text{ترتیب} \equiv (n)_r = P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ب) اگر ترتیب انتخاب مهم نباشد، تعداد حالت ها  $\binom{n}{r} = C(n, r)$  خواهد بود:

$$\binom{n}{r} = C(n, r) = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

مزبان حبیبی



مثال: به چند طریق می توان ۳ نفر را از بین ۷ نفر برای تشکیل تیم انتخاب کرد

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{3 \times 2 \times 1 \times \cancel{4!}} = 35$$

تعداد

مثال: به چند طریق می توان ۳ نفر از بین ۷ نفر را انتخاب کرد برای اهدای سه جایزه

$$P(7, 3) = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: از عدد یک که شش عدد ۵، هر عدد ۶، هر عدد ۱۱ است، سه عدد با هم خارج می کنیم.

$$\binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

الف) تعداد صریح ممکن کدام است؟

ب) در هند ص ۱، دو عدد صغیر یک فرد یکی است؟

$$\binom{5}{2} \times \binom{6}{1} = 10 \times 6 = 60$$

ج) در هند ص ۱، هر دو عدد صغیر هم عدد؟

$$\binom{6}{2} + \binom{5}{2} = 15 + 10 = 25$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، ریاضیات کسبه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



7 [www.mezbanhabibi.ir](http://www.mezbanhabibi.ir) +989176193511

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



**تمرین:** ۵ جوان و ۶ نوجوان در یک یک صف کن حجم، ایستاده اند.

انچه ته ارکلی حالت ها کدام است ؟

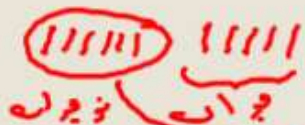
!!!

ب) چند حالت ممکن است که همه جوانان کن حجم باشند؟



$$6! \times 5!$$

ج) در چند حالت ، نوجوان ها در ته حجم هستند؟



$$5! \times 6!$$

د) در چه حالت هیچ دو نفری از هم دورتر در ته حجم نیستند؟

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = 2! \times 5!$$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مگر می بینیم که با این فرضی در حالت اول با این کتاب ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

۱۳!

انقدر تعداد کتاب ها که می توانیم بخریم؟

ب) در چند کتاب می توانیم با این پول ۱۳۰ هزار تومان، ۱۳۰ کتاب بخریم؟

۱۱۱۱۱۱ ۱۱۱۱

۴

۵! × ۹!

۵! × ۹!

ج) در چند کتاب می توانیم با این پول ۱۳۰ هزار تومان، ۱۳۰ کتاب بخریم؟

۱۱۱۱۱۱ ۱۱۱۱

۶! × ۸!

د) در چند کتاب می توانیم با این پول ۱۳۰ هزار تومان، ۱۳۰ کتاب بخریم؟

$$13! - (9! \times 5! + 8! \times 6!) =$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



**تمرین:** با حروف «گ. پ. چ. ر.» و ارقام ۳، ۲، ۵، ۷، ۱، ۷ تا ۷

نظریه ایی . الف) تعداد کل رمزها کدام است ؟  
 ۷!

ب) درصدهای از این رمزها، حروف در کنار یکدیگر نمی آید؟  
 ۴! × ۴!      ۱۱۱      ① ۱۱۱

ج) درصدهای تا از این رمزها، ارقام در کنار یکدیگر نمی آید؟  
 ۵! × ۳!      ۱۱۱      ② ۱۱۱

د) درصدهای تا از این رمزها، هم حروف در کنار هم نمی آید؟  
 ۷! - (۴! × ۴!)      ۷!

مزبان حبیبی



جائگت بائگوار :

آرہ ہی دایعہ بایم کہ ۲ تاہی آن م بہ حستہ آ نفا ہ تعداد حاصل  
جائگت اینی ایی د، برابر با :

$$\left. \begin{array}{l} ۱۰! = ۱۰ \times ۹! \\ ۲! = ۲ \times ۱! \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{۱۰!}{۲!} = \frac{۱۰ \times ۹!}{۲ \times ۱!}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: با ارقام ۵ و ۳ و ۲ و ۲ و ۲، چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\text{تعداد حالت ها} = \frac{4!}{2!} = 4 \times 3 = 12.$$

تمرین: با ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۲ و ۲، چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{4!}{3!} = 4 \times 3 \times 2 = 24.$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



جایگت با تکرار تعیین یافته :

اگر  $n$  تایی داشته باشی که  $r_1$  تا  $r_k$  تاها داشته و  $r_1 + r_2 + \dots + r_k = n$  باشد

آنگاه تعداد جایگت ها این است برابر با :

$$\frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \dots}$$

مثال: با حروف ۵، ۵ و ۳ عدد ۲۲۲۵۵، چند عدد شش رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{6!}{2! \times 3!}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تذکره: با حروف « گ گ گ گ » چه «وارق» « ۵ و ۵ و ۲ و ۲ » چند امز  
۹ تایی می توان بسازیم؟

$$\frac{9!}{3! \times 2!}$$

مثال: د. نغمه ک رایج چند امز می توان در سه مکان ۲، ۳، ۴ لغز ای ک داد؟

$$\frac{10!}{2! \times 3! \times 4!} = \binom{10}{2} \times \binom{8}{3} \times \binom{5}{4}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سه راه مرتبه اول :

به چند طریق می توان یک دسته گل شامل ۳ گل که از بین سه نوع گل متفاوت انتخاب کرده  
( از هر نوع گل به تعداد کافی موجود دارد.)

$x_1 =$  تعداد گل نوع اول  
 $x_2 =$  تعداد گل نوع دوم  
 $x_3 =$  تعداد گل نوع سوم

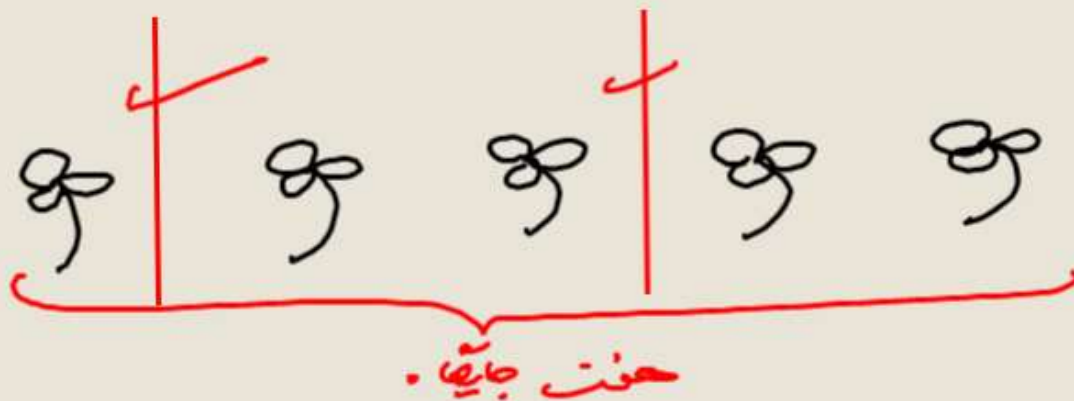
$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

تبدیلی



بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$C_2^7 = \binom{7}{2} = \binom{7}{5} = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

مزبان حبیبی





نتیجه ۱: اگر جداولی  $n$  سطر و  $k$  ستون داشته باشد

تعداد حالتها برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد حالتها} &= n + k - 1 \\ \text{تعداد سطرها} &= k - 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{تعداد حالتها} = \binom{n+k-1}{k-1}$$

مزبان حبیبی



مثال: از بین ۴ نفع طلب به ضمیمه حراتی حراتی ۱۰ شخصله حراتی با کدوم

$$n=10$$
$$k=4$$
$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10+4-1}{4-1} = \binom{13}{3}$$

مثال: به ضمیمه حراتی حراتی ۷ شخصله حراتی از بین ۵ نفع طلب حراتی با کدوم

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7+5-1}{5-1} = \binom{11}{4}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



نتیجه ۲: تعداد جواب ها  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  در مجموعه  $\mathbb{N} \cup \{0\}$   
(اعداد صحیح منفی) برابر است با:  $\binom{n+k-1}{k-1}$

اثبات: --- تعداد کل متغیرها  $x_1, \dots, x_k$  ، تعداد کل متغیرها  $x_1, \dots, x_k$

ماتریس  $n$  ضرایب  $k$  متغیرها

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مثال: معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = 10$  در مجموعه اعداد صحیح منفی چند جواب دارد؟

$$\binom{10 + 3 - 1}{3 - 1} = \binom{12}{2}$$

مثال: معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$  چند جواب دارد. (در  $\mathbb{Z}^+$ )

$$\binom{3 + 4 - 1}{4 - 1} = \binom{6}{3}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: ساده

$x_1 + x_2 + x_3 = 10$  و  $x_1 > 2$  چند جواب دارد؟

$x_1 > 2 \Rightarrow x_1 - 2 > 0 \Rightarrow y_1 > 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow (x_1 - 2) + x_2 + x_3 = 10 - 2$

$\Rightarrow \boxed{y_1 + x_2 + x_3 = 8}$  ،  $y_1, x_2, x_3 \geq 0$

$\binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} =$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



گزینه: سه راه

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad \text{با شرط } x_i \geq 1$$

چند جواب دارد؟

$$x_1 \geq 1 \Rightarrow x_1 - 1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 1 \Rightarrow x_2 - 1 \geq 0$$

$$x_3 \geq 1 \Rightarrow x_3 - 1 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) = 1 - 3 = -2$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = -2 \quad (y_1, y_2, y_3 \geq 0)$$

$$\Rightarrow \binom{-2 + 3 - 1}{3 - 1} = \binom{0}{2}$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسّه بنیگه  
۱

مزبان حبیبی



بزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ان ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی

دبرستان بوعلی شیراز

تیرماه دهم الوند خودم عن ۱۴۰۱۵

در صحنه  
کتاب لابنت

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات کسره دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مثال: مربعی  $3 \times 3$  بنویسید و اعداد  $1, 2, 3$  را چنان در آن بنویسید که جمع هر ردیف

سه تایی، عدد یک کسره باشد.

A	B	C
C	A	B
B	C	A

1	2	3
2	3	1
3	1	2

مزبان حبیبی



تعریف مربع لاین:

مربع  $n \times n$  را یک مربع لاین می‌گویند، اگر اعداد او  $1, 2, \dots, n$  را در سطرها  
رستون‌ها آن چنان بنویسیم که در هیچ سطر و هیچ ستونی، عدد تکراری  
نداشته باشد.

مبانی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مثال: در مربع لائین  $3 \times 3$  بنویسید  
تعداد ۱، ۲، ۳

تعداد اول در سطر

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

→

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

⇒

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



کاربرد :

کتابخانه، بنزایی که به کلاس سه درس مختلف، سه درس

مختلف را بخوانند.

	۱ج	۲ج	۳ج
کلاس A	۳	۲	۱
کلاس B	۱	۳	۲
کلاس C	۲	۱	۳

۱ یعنی  
۲ یعنی  
۳ یعنی

مزبان حبیبی



تعریف: دو مربع لایتن  $n \times n$  را نسبتاً مدعی گویند چنانچه اعداد آنها را درون یک مربع  $n \times n$  جدید درکنار هم بنویسیم، در مربع هیچ دو عدد تکراری نباشد.

مثال:

A:

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

B:

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱



A.B:

۱۱	۲۲	۳۳
۲۳	۳۱	۱۲
۳۲	۱۳	۲۱

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مثال: دو مربع زیر لایسن هستند اما متعامد نیستند.

۲	۳	۴	۱
۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳
۳	۴	۱	۲

۲	۳	۴	۱
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳

۲۲	۳۲	۴۴	۱۱
۱۳	۲۴	۳۱	۴۲
۴۱	۱۲	۲۳	۳۴
۳۴	۴۱	۱۲	۲۳

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات کسبه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزی: شخصی مزارات در سه نوز سفار در سه جبه مختلف، سه نخترانن جداگانه را سه باره آزاد سه دت و شلو ادا سه باره و نخواهد در هوصه نباس بختنکرای بیوشد این برنامه بر آن بنویسید.

	۱	۲	۳
نوز ۱	۱	۲	۳
نوز ۲	۳	۱	۲
نوز ۳	۲	۳	۱

۱، ۲، ۳  
شکل نخترانن

	۱	۲	۳
نوز ۱	۱	۲	۳
نوز ۲	۲	۳	۱
نوز ۳	۳	۱	۲

۱، ۲، ۳  
شکل نخترانن

	۱۱	۲۲	۳۳
نوز ۱	۱۱	۲۲	۳۳
نوز ۲	۳۲	۱۳	۲۱
نوز ۳	۲۳	۳۱	۱۲

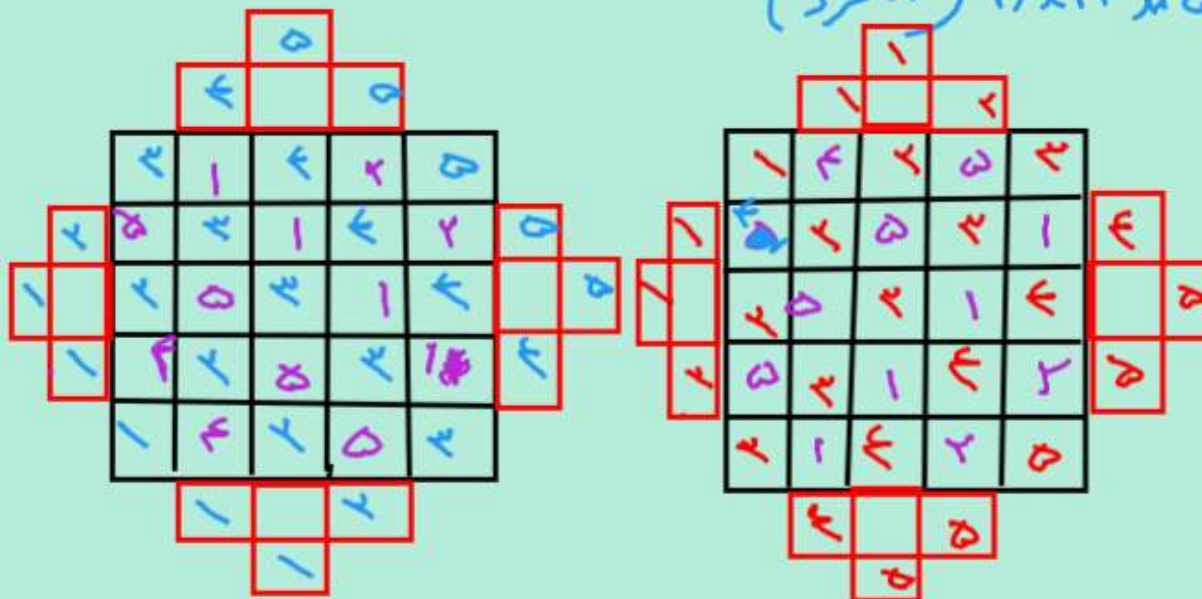
۱۲، ۲۱، ۳۱، ۳۲

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



ساخت مربع‌ها لاینزسته  $n \times n$  (نفرز)



۳۱	۱۴	۴۲	۲۵	۵۳
۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱
۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴
۴۵	۲۴	۵۱	۳۴	۱۲
۱۳	۴۱	۲۴	۵۲	۳۵

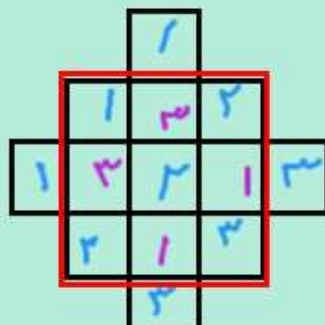
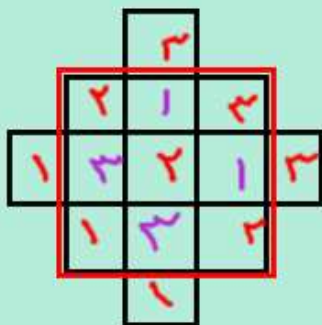
مزبان حبیبی



بزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: سه مدرس هزاران در کلاس های A و B و C به درس متفاوت را در سه روز متفاوت تدریس کنند. کسیر سیرنا به مناسب برای اینکار بنویسید.



	۱ع	۲ع	۳ع
کلاس A	۲۱	۱۳	۳۲
کلاس B	۳۲	۲۲	۱۱
کلاس C	۱۲	۳۱	۲۳

مدرس = ۱, ۲, ۳  
روز = ۱, ۲, ۳

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

ضربه نه گرا

۰۰

مزبان حبیبی



بزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، رحمت بخیر

ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی ۱

موضوع: اصول شمول و عدم شمول

دبیرستان بوعلی سینا از

تکلیف هفدهم اسفند نوروزی ساعت ۱۴:۱۵

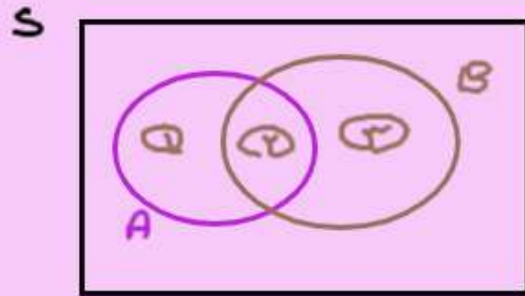
صحبته

مزبان حبیبی





موضوع کنید A در B عدد زیر مجموع از خطی، عددن استاهی S باشند.



$$① \equiv A - B$$

$$② \equiv A \cap B$$

$$③ \equiv B - A$$

تعداد اعضا در A را  $|A|$  یا  $n(A)$  نشان می دهیم

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



یادآوری:

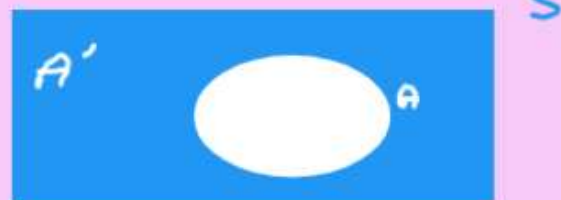
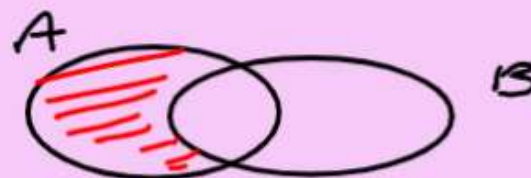
$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

$$A' = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$$

$$A' = S - A$$

$$|A'| = |S| - |A|$$



مزبان حبیبی



$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

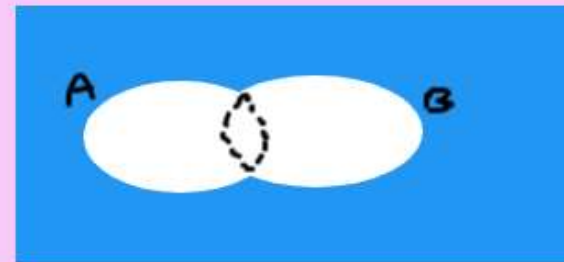
تعریف:

نه کفه A معکوسه و نه کفه B

$$(A \cup B)' = S - (A \cup B)$$

$$|(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B|$$

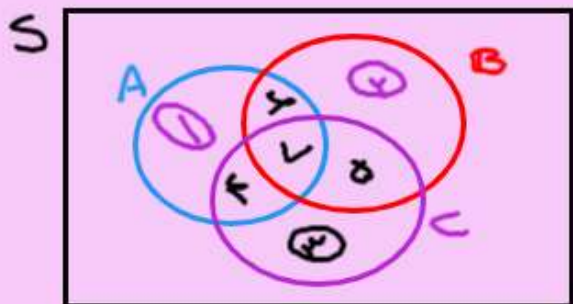
$$|(A \cup B)'| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$



مزبان حبیبی



اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه زیر مجموعه از فضای نمونه ای ستاهی  $S$  باشند آنگاه:



$$\textcircled{1} \equiv A - (B \cup C) = (A - B) - C$$

$$\textcircled{2} \equiv B - (A \cup C) = (B - A) - C$$

$$\textcircled{3} \equiv C - (A \cup B) = (C - A) - B$$

$$\textcircled{4} \equiv (A \cap C) - B$$

$$\textcircled{5} \equiv (B \cap C) - A$$

$$\textcircled{6} \equiv (A \cap B) - C$$

$$\textcircled{7} \equiv A \cap B \cap C$$





و:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

و:

$$|(A \cup B \cup C)^c| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: در کلاس ۳۰ نفری، ۲۱ نفر برای ریاضی و ۱۷ نفر برای فیزیک و یازده نفر برای هر دو درس دلوطلب شده اند.

$A \equiv$  ریاضی  
 $B \equiv$  فیزیک  
 $S \equiv$  کل

اکنون چند نفر حداقل برای یک درس دلوطلب هستند؟

$$|A| = 21 \text{ و } |B| = 17 \text{ و } |A \cap B| = 11 \text{ و } |S| = 30.$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 21 + 17 - 11 = 27$$

چند نفر برای هیچ درسی دلوطلب شدند؟

$$|(A \cup B)^c| = |S| - |A \cup B| = 30 - 27 = 3$$

مزبان حبیبی



ج) چند نفر فقط برای رویه های داوطلب هستند؟

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 21 - 11 = 10$$

د) چند نفر فقط برای فیزیک داوطلب هستند؟

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 17 - 11 = 6$$

ه) چند نفر دقیقاً برابر یک درس داوطلب هستند؟

$$|A - B| + |B - A| = 10 + 4 = 14$$

$|A - B| \equiv$  فقط هوشی

$|B - A| \equiv$  فقط فیزیک

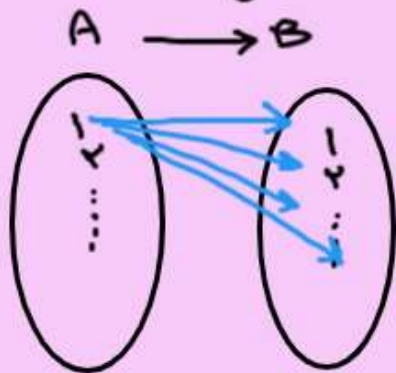
$$(\text{ج} \cup \text{د}): |A \cup B| - |A \cap B| = 27 - 11 = 14$$

مزبان حبیبی



تمرین: صندلی ب. ح. پوٹ از  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  و  $B = \{1, 2, 3\}$  وجود دارد؟

یادآوری: تعداد تابع  $f: A \rightarrow B$  برابر با  $|B|^{|A|}$  است.  
 $n(B) \times n(B) \times \dots \times n(B) = |B|^{|A|}$



یا یادآوری: تابع  $f: A \rightarrow B$  را پوٹ می گویند.

مزبان حبیبی



حل تمرین:  $S = \{f \mid f: A \rightarrow B\}$ ,  $|S| = |B|^{|A|} = 2^4 = 16$

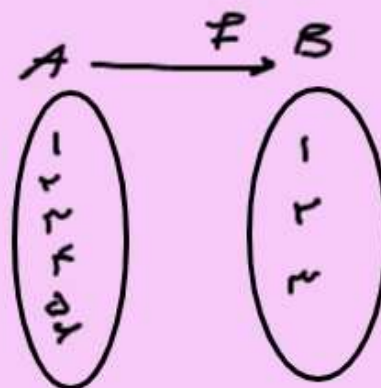
$A_1 = \{f \in S, 1 \notin R_f\}$ ,  $|A_1| = 2^4 = 16$

$A_2 = \{f \in S, 2 \notin R_f\}$ ,  $|A_2| = 2^4 = 16$

$A_3 = \{f \in S, 3 \notin R_f\}$ ,  $|A_3| = 2^4 = 16$

$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 2^4 = 16$

$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2^0 = 0$





$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \equiv \text{توابع یکدیگر}$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 44 + 44 + 44 - 1 - 1 - 1 + 0 = 132 - 3 = 129$$

$$\begin{aligned} \text{جواب} &= |(A_1 \cup A_2 \cup A_3)^c| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| \\ &= 189 - 129 = 60 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی





تذکره: فرض کنید  $|A| = m$  و  $|B| = n$  ( $n \leq m$ )

$$f: A \rightarrow B \text{ تعداد کل توابع} \equiv n^m$$

$$f: A \rightarrow B \text{ تعداد توابع غیر پویش} = n - \left( (n-1)^m - (n-2)^m + (n-3)^m - \dots \right)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ تعداد توابع پویش} = n^m - \left( (n-1)^m - (n-2)^m + (n-3)^m - \dots \right)$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: سه دهکده A و B و C قرار دارند توسط جاده های بهم مرتبط شوند.  
به چند طریق می توان اینکار را انجام داد اگر قرار باشد هر دهکده حداقل به  
یک دهکده وصل باشد.



$$S = \{ G : \text{یک گراف به صورت زیری گراف } A, B, C \}$$
$$|S| = 2^3 = 8$$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$A_1 = \{G \in S, \text{ و } A \text{ راس } n \text{ تایی باشد}\}$$

$$A_2 = \{G \in S, \text{ و } B \text{ راس } n \text{ تایی باشد}\}$$

$$A_3 = \{G \in S, \text{ و } C \text{ راس } n \text{ تایی باشد}\}$$

⋮

مزبان حبیبی



تقریباً: به چند طریق می توان ۷ نفر را در یک خط قرار داد اگر در آن هیچ کس  
پشت کسی نشیند؟

$$\frac{10}{1} \times \frac{9}{1} \times \frac{8}{1} \times \frac{7}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} = (10)_7$$
$$= P(10, 7) = \frac{10!}{3!} = \dots$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: ۳ خودکار را به چند طریق می توان به هفت نفر داد که هیچ کدام بیش از یک خودکار نبردند.

$$P_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

مزبان حبیبی



تمرین: چند عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰۰ وجود دارد که:

الف) مضرب ۳ یا مضرب ۵ باشد؟  
 $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ ,  $|S| = 1000$

$$A = \{x \in S : 3|x\}, \quad |A| = \left\lfloor \frac{1000}{3} \right\rfloor = 333$$

$$B = \{x \in S : 5|x\}, \quad |B| = \left\lfloor \frac{1000}{5} \right\rfloor = 200$$

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{1000}{3 \times 5} \right\rfloor = 66$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 333 + 200 - 66 = 467$$

مزبان حبیبی



ب) ضمیمه نه عضو ۳ هشتاد و نه عضو ۵ ؟

$$|(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = 1000 - 447 = 513$$

ج) ضمیمه ۳ هشتاد و نه عضو ۵ هستند ؟

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 333 - 44 = 247$$

د) ضمیمه ۳ هشتاد و نه عضو ۵ هستند ؟

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 200 - 44 = 134$$

و) ضمیمه ۳ هشتاد و نه عضو ۵ (دقیقاً عضو ۵) ؟

$$|A - B| + |B - A| = 247 + 134 = 401$$

مزبان حبیبی

بزه‌های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرینات احرف فصل سوم کتاب گسسته از کیت تا هفت صورت

حرف بیاید

۱

۵۰۰

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ایضیات گسسته دوازدهم ریاضی

دبیرستان بوعلی شیراز

موضوع:

اصل لانه کیوتری (عجبر حصا)

حساب  
تعداد  
تعداد

کتابخانه بیت و چهارم اسفند خودونه ساعت ۱۴:۱۵

مزبان حبیبی





تعداد:

اگر  $r < n$ ، بخواهیم  $r$  تایی را بین  $n$  نفر جدا کنیم، هر نفر صد امکان دارد داشته باشد، تعداد حالت‌ها را با  $(n)_r$  نشان می‌دهیم:

$$(n)_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\dots}_{r \text{ عدد}}$$

$$\text{مثال: } (7)_3 = 7 \times 6 \times 5 = 21.$$

مزبان حبیبی



مثال: به چند طریق می توان چهار اتوبوس را در ۹ جای پارک، قرار داد؟

$$(9)_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

مثال: ۳ شهگل را به چند طریق می توان بین ۵ نفر تقسیم کرد اگر بخواهیم هر نفر

حداکثر یک شهگل گیرد؟

$$(5)_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

مزبان حبیبی



اصل لانه کیوتری :

اگر  $m$  کیوترا در  $n$  لانه مراد هم و  $m > n$ ، آنگاه لانه وجود دارد که  
صداقت کیوترا در آن مراد دارد. (لانه هر چه که بیش از یک کیوترا در آن باشد.)

توجه: در ادامه از اصل لانه کیوتری باید موارد زیر را مشخص کرد:

- ۱- لانه‌ها
- ۲- تعداد لانه‌ها
- ۳- کیوتراها
- ۴- تعداد کیوتراها

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

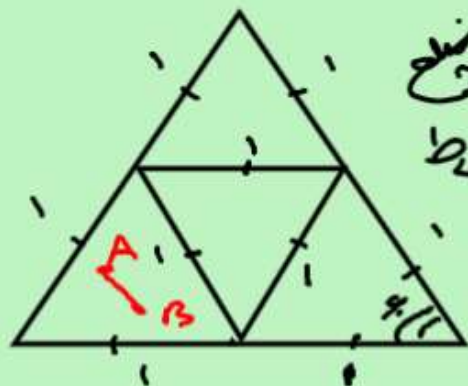


تمرین ۱: در یک خانواده ۵ نفری، ثابت کنید حداقل ۲ نفر فصل تولد یکسانی دارند.  
جواب: اگر فصل هر سال را لانه مزن کنیم (۱۲ لانه) و افراد خانواده را کیوטר (۵ کیوטר) نگاه  
کنیم  $5 > 12$  بنابراین اصل لانه کیوتری، لانه هر کسی که حداقل ۲ کیوטר در آن باشد یعنی  
حداقل ۲ نفر از افراد خانواده دارای فصل تولد یکسان هستند.

مزبان حبیبی



ترین: ۵ نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع به ضلع دو واحد انتی می کشیم. تا بکشند  
موازی ۲ نقطه از این پنج نقطه، تا مثلث متساوی الاضلاع یک واحد دارند.



۱-۲: وسطها اضلاع مثلث را به هم وصل می کنیم تا ۴ مثلث کوچکتر به ضلع  
یک واحد در فیه شود. بنابراین، ۴ مثلث کوچک را لایه و نقاط  
را که برقرار می بینیم بنیاب اصل لایه کوچکتری، لایه ۱ است که موازی  
دو نقطه در آن، برده

ABC 1

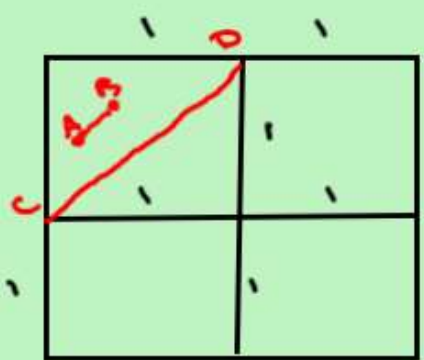
مبانی





تمرین ۳: پنج نقطه در یک مربع به ضلع ۲ واحداتی به هم وصل کنیم. ثابت کنید حداقل ۲ نقطه از این نقاط،

فاصله کمتر از  $\sqrt{3}$  دارند.



جواب: با وصل کردن دو ضلع اضلاع مربع، ۴ مربع کوچکتر به ضلع یک واحد فته می شود.

آرتی و راکبوتر (خاکبوتر) و مربع کوچک را لانه مرصه می خوانند (لانه) آنگاه

بنام اصل لانه کبوتری، لانه ار و عهد داد که حداقل ۲ نقطه در آن مرکز دارد.

$$AB < CD = \sqrt{1^2 + 1^2} \rightarrow AB < \sqrt{2}$$



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۴: شش عضو از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  انتخاب می‌کنیم ثابت کنید

حداقل عدد از اعداد انتخاب شده ۲۰ را در مجموع داشته باشد.

حالت: پنج لانه با برچسب زیر در نظر بگیرید.

۱ و ۹

۲ و ۸

۳ و ۷

۴ و ۶

۵

۳ از اعضا انتخاب شده را انتخاب می‌کنیم، بنابر اصل لانه کبوتری، (اینجا وجود دارد که حداقل

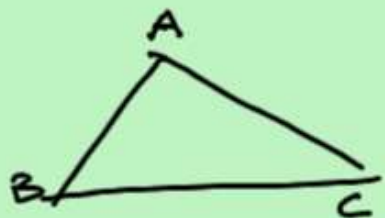
دو کبوتر در آن قرار دارد که مجموع آنها ۱۰ خواهد بود.) (این لانه، لانه آخر است)

مزبان حبیبی





تمرین ۵: اضلاع متشی را با رنگ سبز زرد، رنگ کرده ایم ثابت کنید حداقل ۲ ضلع آن هم رنگ هستند.



اثبات: دو لانه با بریب زرد و سبز در نظر آید.

سبز

زرد

اگر ضلعها را بگور و رنگ کنیم (۳ گور ۲ لانه) ۲ گره طبق اصل لانه بگوری، لانه وجود دارد که هر دو اقل ۲ گور ۱ بیض حداقل ۲ ضلع شد هم رنگ هستند.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۶: ۵ نقطه با مختصات صحیح در صفحه انشباع کرده ایم، ثابت کنید حداقل ۲ نقطه از این پنج نقطه در جهه دایره که مختصات نقطه وسط آنها صحیح باشد.

جواب: ۴ لانه بصورت زیر توضیح کنیم:

(زوج، زوج)

(فرد، فرد)

(زوج، فرد)

(فرد، زوج)

نقطه وسط:

$$x_m = \frac{x_a + x_b}{2}$$
$$y_m = \frac{y_a + y_b}{2}$$

آز نقطه را کسوتتر فرض کنیم (که کسوتتر و ۴ لانه) پس بنا به اصل لانه کسوتری، لانه حتماً حداقل ۲ عضو دارد و نقطه وسط این دو عضو، مختصات صحیح دارد.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



پرتین ۷: سه عدد طبیعی است با هم می کنیم. تا بت کنید حداقل ۲ عدد از آنها را  
مجموع زوج است.

چرا: سه لانه به زوج ها زیر در چشم بگیرد.

زوج

فرد

آرنتها و ارا لوبو مرض کنیم، گفته بن به اصل (لانه کیوتری)، لانه ا حرکت است پس دو عدد  
به سه که مجموع آنها زوج خواهد بود.

مزبان حبیبی



تقسیم اصل لانه کبوتری :

اگر  $m k + 1$  کبوتر در  $m$  لانه قرار دهیم، انگاه لانه را وجود دارد که حداقل  $(k+1)$  کبوتر در آن قرار دارد. (یا: لانه ای که بیش از  $k$  کبوتر در آن قرار دارد.)

$n =$  تعداد کبوترها : توجه

$m =$  تعداد لانه ها

لانه ای که صد اصل  $(k+1)$  کبوتر  $\Rightarrow n > m k$  در آن باشد.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۹: در یک مهمانی  $\frac{۳۷}{۲}$  نفر حضور دارند. ثابت کنید حداقل ۴ نفر از آنها را  
ماه تولد یکسان هستند.

جواب: اگر ما سال را لانه مرتضی کنیم (۱۲ لانه) و مهمانان را کبوتر مرتضی کنیم (۳۷ کبوتر)

$$۳۷ > ۱۲ \times ۳$$

بنابراین اصل لانه کبوترها، لانه اره است که حداقل ۴ کبوتر را در آن لانه  
ماه تولد یکسان دارند.

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سوال: در یک مهمانی ضیافتی حضور دارد ۱۲ نفر. با اینکه ۱۲ نفر در آنجا هستند، اما هیچکس از آنها با هیچکس از آنها آشنا نیست. آیا این امکان دارد؟

$$12 = \text{تعداد مهمانان}$$
$$m = \text{کیوبتر مهمانان}$$

$$m > 12 \times 4 \Rightarrow m > 48 \Rightarrow \text{Min}(m) = 49$$

مزبان حبیبی



چین ۱:  $\frac{4}{3}$  است خطی را صدگرا، ضدگدا ان قله بزین تا صحن: با سیم حداقل گدا  
بیش از ۳ گدا دارد؟

$$m = \text{گدا} \equiv \text{لان حكا}$$

$$f. \equiv \text{گدا} \equiv \text{بوتر}$$

$$f. > mx(3) \Rightarrow f. > 3m \Rightarrow m < \frac{f.}{3} = 13.3$$

$$\Rightarrow \text{Max}(m) = 13$$

مزبان حبیبی





تقریباً: چند نفر از این مدرسه حضور داشته باشند که مطمئن باشیم حداقل ۱۰ نفر ماه تولد  
و اوز تولد آنها در هفته یکبار؟

$$\begin{aligned} ۱۳ ماه \equiv ۳۷ \text{ روز} \\ ۷ روز \equiv ۱ \text{ هفته} \end{aligned} \Rightarrow ۱۳ \times ۷ = ۹۱$$

$$\begin{aligned} m > ۹۱ \times ۷ \Rightarrow m > ۶۳۷ \\ \Rightarrow \text{Min}(m) = ۶۳۸ \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرینات نهایی گسسته صفحه ۸۳ صورت دوم

حقیقتاً نیاست

پایه

مزبان حبیبی





کار در کلاس

صفحه ۶۱ ریاضیات گسسته

۱ معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = 7$  چند جواب صحیح و مثبت دارد؟

$$x_i \geq 1 \Rightarrow x_i - 1 \geq 0 \Rightarrow y_i = x_i - 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7 \Rightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) = 7 - 3 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 4$$

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \binom{4 + 3 - 1}{3 - 1} = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

۲ نشان دهید تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر است با  $\binom{n-1}{k-1}$ .

$$x_i \geq 1 \Rightarrow x_i - 1 \geq 0 \Rightarrow y_i = x_i - 1$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \Rightarrow (x_1 - 1) + \dots + (x_k - 1) = n - k \Rightarrow y_1 + \dots + y_k = n - k$$

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \binom{(n-k) + k - 1}{k - 1} = \binom{n-1}{k-1}$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



موضوع: ریاضیات گسسته

۲ معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه  $x_1 > 1$  و  $x_2 > 3$  باشد؟

$$x_1 > 1 \Rightarrow x_1 > 2 \Rightarrow x_1 - 2 > 0 \Rightarrow y_1 = x_1 - 2$$

$$x_2 > 3 \Rightarrow x_2 > 4 \Rightarrow x_2 - 4 > 0 \Rightarrow y_2 = x_2 - 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14 \Rightarrow (x_1 - 2) + x_2 + (x_2 - 4) + x_3 + x_4 + x_5 = 14 - 6$$

$$\Rightarrow y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8$$

$$\text{تعداد جوابها} = \binom{8+5-1}{5-1} = \binom{12}{4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



مجموعه‌های مرتب

۴ معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 11$  چند جواب صحیح و مثبت دارد؟ ( $x_i \geq 1, 1 \leq i \leq 5$ )

$$x_i > 1 \Rightarrow x_i - 1 > 0 \Rightarrow y_i = x_i - 1$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 11 \Rightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + \dots + (x_5 - 1) = 11 - 5$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6$$

$$\text{تعداد جوابها} = \binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = \frac{1 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

۵ معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 12$  چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط آنکه  $x_2 = 4$  و  $x_5 > 2$  باشد؟

$$x_5 > 2 \Rightarrow x_5 \geq 3 \Rightarrow x_5 - 3 \geq 0 \Rightarrow y_5 = x_5 - 3$$

$$x_1 + x_2 + 4 + x_3 + (x_5 - 3) + x_4 = 12 - 3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + y_5 + x_4 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی



# بزه‌های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه‌های آموزشی

کاردو کلاس صفحه ۴۴ ریاضیات گسسته

۱	۲
۲	۱

۲	۱
۱	۲

بنابراین ۲ به ۱ و ۱ به ۲  
فقط دو مربع لاین  
که متعامدند

۱ چند مربع لاتین  $1 \times 1$  وجود دارد؟ **دو**

۲ آیا دو مربع لاتین  $2 \times 2$  متعامد وجود دارد؟ **بله**

۳ بررسی کنید که آیا دو مربع لاتین  $3 \times 3$  روبه‌رو متعامدند؟ **بله**

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲



۱۱	۲۲	۳۳
۳۲	۱۳	۲۱
۲۳	۳۱	۱۲

بله

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه آموزشی

۴ آیا دو مربع لاتین  $4 \times 4$  زیر متعامدند؟ بله

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 33 & 34 & 44 & 11 & 22 \\ 41 & 32 & 23 & 14 \\ 12 & 21 & 24 & 43 \\ 24 & 14 & 42 & 31 \end{bmatrix}$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



موضوع: ریاضیات گسسته

۵ با انجام یک جایگشت دلخواه برای اعضای  $B$ ، مربع لاتین جدیدی به دست آورید و آن را  $B'$  بنامید. بررسی کنید که آیا  $A$  و  $B'$  متعامدند؟

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$


$\Rightarrow B' =$

$$B' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$BB'$ :

$$BB' = \begin{bmatrix} 22 & 41 & 14 & 23 \\ 14 & 23 & 22 & 41 \\ 23 & 14 & 41 & 22 \\ 41 & 22 & 23 & 14 \end{bmatrix}$$

فرض متعامد نیستند

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

76 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

## بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه آزمون ریاضیات

تمرین

صفحه ۷۱، ریاضیات گسسته

۱ می خواهیم ۸ نفر را که دوه دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟

$$4! \times (2!)^4$$

۲ اگر داشته باشیم  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ، در این صورت چند رمز یا کد ۵ رقمی می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از  $A$  و سه رقم از  $B$  باشد؟

$$5! \times \binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$$

۳ ۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم. به نظر شما، این عمل به چند روش امکان پذیر است؟ اگر:

الف) هیچ محدودیتی نباشد:  $9!$

ب) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند:  $4! \times 4!$

پ) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند:  $4! \times 5!$

ت) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند:  $7! \times 3!$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه‌های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه‌های ریاضیات

۴ برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه یازدهم مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن  $7! \times 4!$  باشد. *دانش‌آموزان هر کس جواب درست بدهد، جایزه خواهد گرفت.*

$$\frac{6!}{2! \times 3!}$$

۵ با ارقام ۵، ۶، ۷، ۷، ۵ و ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می‌توان نوشت؟

۶ می‌خواهیم روی تعدادی جعبه حاوی اجناس تولید شده خاصی را کدگذاری و هر جعبه را با یک کد، شامل ۹ حرف  $d, d, d, c, c, a, b, a, a$  از بقیه مجزا کنیم. حداکثر چند جعبه را می‌توانیم با این کدها از بقیه مجزا کنیم؟

$$\frac{9!}{3! \times 2! \times 3!}$$

$$\frac{7!}{2! \times 2! \times 3!}$$

۷ ۷ نفر به چند طریق می‌توانند در دو اتاق دوفرهه و یک اتاق سه نفره قرار بگیرند؟

ریاضیات کسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آردم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



موضوع: ریاضیات گسسته

۸ به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم:

الف) به دلخواه انتخاب کنیم:  $\binom{11+5-1}{5-1} = \binom{15}{4}$  ،  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$

ب) از هر نوع گل حداقل ۱ شاخه انتخاب کنیم:  $\binom{11-5}{5-1} = \binom{6}{4}$

$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6 \rightarrow$  تعداد جوابها  $\binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4}$

ب) از گل نوع دوم حداقل دو شاخه و از گل نوع پنجم بیش از سه شاخه انتخاب کنیم:

$x_2 > 2 \Rightarrow x_2 - 2 > 0$  ،  $x_1 + (x_2 - 2) + x_3 + x_4 + (x_5 - 3) = 11 - 6$   
 $x_5 > 3 \Rightarrow x_5 - 3 > 0$  ،  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + (x_5 - 3) = 11 - 6$

ت) از گل نوع سوم انتخاب نکرده و از گل نوع چهارم حداقل ۵ شاخه انتخاب کنیم.

$x_3 = 0$  ،  $x_4 > 5 \Rightarrow x_4 - 5 > 0$

$x_1 + x_2 + 0 + (x_4 - 5) + x_5 = 11 - 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 6$

تعداد جوابها  $\binom{6+4-1}{4-1} = \binom{9}{3}$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

79 www.mezbanhabibi.ir +989176193511



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های ریاضی

۹ مطلوب است تعداد جواب های صحیح و نامنفی هر یک از معادلات زیر با شرط های داده شده :

الف)  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$       $x_i > 0, 2 \leq i \leq 5$

$$x_1 + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) + (x_5 - 1) = 10 - 4 = 6 \rightarrow \binom{6 + 5 - 1}{5 - 1} = \binom{10}{4}$$

ب)  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 12$       $x_1 > 2, x_5 \geq 4 \Rightarrow x_1 - 3 > 0$  و  $x_5 - 4 \geq 0$

$$(x_1 - 3) + x_2 + x_3 + x_4 + (x_5 - 4) + x_6 = 12 - 7 = 5 \Rightarrow \binom{5 + 6 - 1}{6 - 1} = \binom{10}{5}$$

پ)  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 11$       $x_i \geq 1, 1 \leq i \leq 5 \Rightarrow x_i - 1 \geq 0$

$$(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) + (x_5 - 1) = 11 - 5$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6, \quad y_i \geq 0$$

$$\text{تعداد جوابها} = \binom{6 + 5 - 1}{5 - 1} = \binom{10}{4}$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های ریاضیات

ن)  $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 7 \quad x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 7 \Rightarrow \binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2}$

$x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2}$

$x_2 = 2 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2}$

ن)  $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 3 \quad x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4$

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2}$

$x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2}$

$x_2 = 4 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2}$

$x_2 = 9 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0+3-1}{3-1} = \binom{2}{2}$

ریاضیات گسسته  
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های ریاضی

۱۰ به چند طریق می توان ۵ توپ یکسان را بین ۳ نفر و به دلخواه توزیع کرد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2}$$

۱۱ به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \xrightarrow{x_i - 1} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_4 - 1) = 4$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3}$$

۱۲ آیا مربع لاتین حاصل از اعمال یک جایگشت روی اعضای یک مربع لاتین دلخواه می تواند با مربع اولیه متعامد باشد؟

ص: آره  $\rightarrow$  ب: نه  $\rightarrow$  ک: آره  $\rightarrow$  ع: نه  $\rightarrow$  ط: قطعاً نه  $\rightarrow$  ح: قطعاً آره  $\rightarrow$  خ: هر دو

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه تالیفات

۱۲ مربع لاتین  $3 \times 3$  مقابل را در نظر بگیرید.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A_1 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad AA_1 = \begin{bmatrix} 42 & 11 & 22 \\ 12 & 23 & 31 \\ 21 & 32 & 13 \end{bmatrix}$$

الف) سطر دوم و سوم مربع  $A$  را جابه جا کنید و مربع حاصل را  $A_1$  بنامید. آیا  $A$  و  $A_1$  متعامدند؟ بله  
 ب) ابتدا سطر اول و سطر سوم مربع  $A$  را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل، سطر دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را  $A_2$  بنامید. آیا  $A$  و  $A_2$  متعامدند؟ خیر

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad AA_2 = \begin{bmatrix} 32 & 13 & 21 \\ 13 & 21 & 32 \\ 21 & 32 & 13 \end{bmatrix}$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه سؤالات

- (پ) با توجه به قسمت های (الف) و (ب) به سؤالات زیر جواب دهید.
- ۱- آیا می توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی متعامد با مربع لاتین اول به دست می آید؟
- ۲- آیا می توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی غیرمتعامد با مربع لاتین اول به دست می آید؟

۱۴ قرار است شش مدرس  $T_1, T_2, \dots, T_6$  در شش جلسه متوالی در شش کلاس  $C_1, C_2, \dots, C_6$  به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور برنامه ریزی نمایید.

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
$T_1$	۱	۲	۲	۴	۵	۶
$T_2$	۲	۳	۴	۵	۶	۱
$T_3$	۳	۴	۵	۶	۱	۲
$T_4$	۴	۵	۶	۱	۲	۳
$T_5$	۵	۶	۱	۲	۳	۴
$T_6$	۶	۱	۲	۳	۴	۵

عروضه = ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

ریاضیات کسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

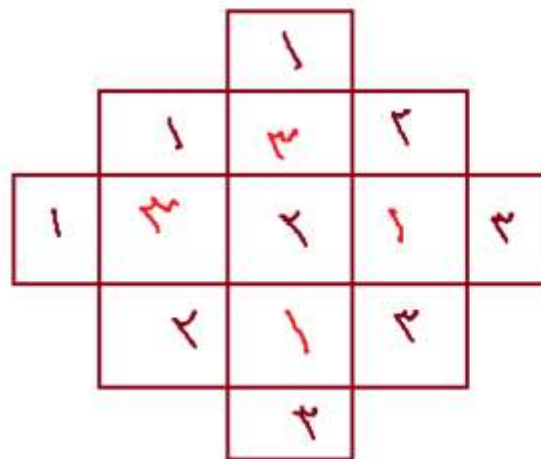
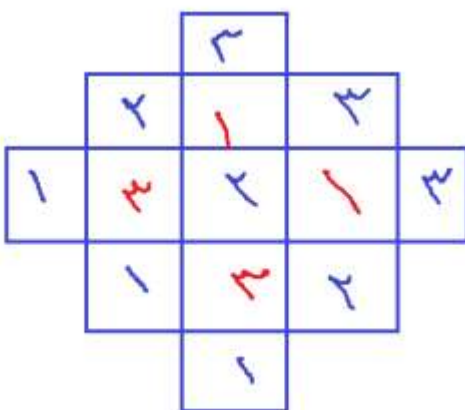
09176193511

بزه‌های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه‌های ریاضیات

۱۵ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ و دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۷ بنویسید.



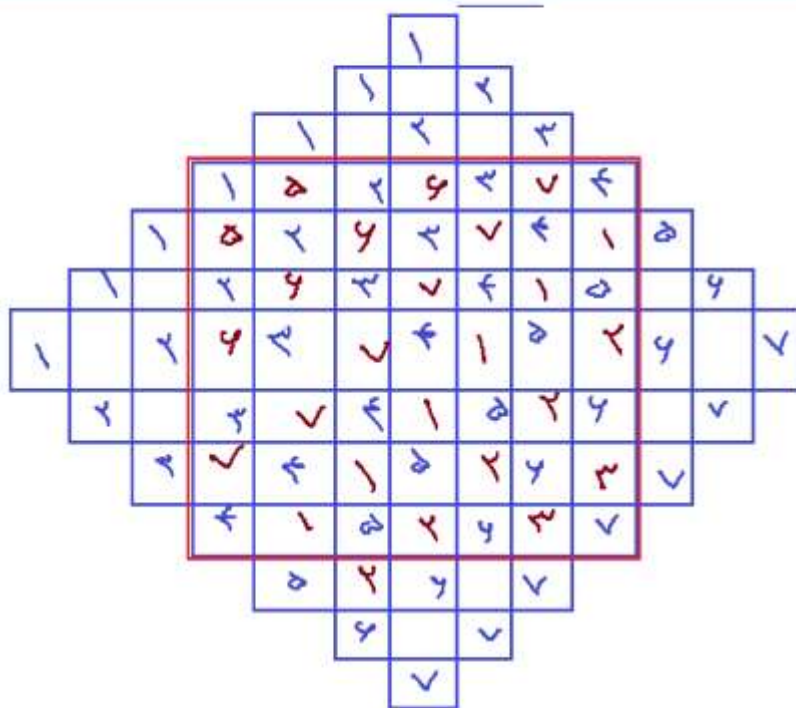
ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$\Rightarrow B =$

1	5	2	6	3	7	4							
5	2	6	3	7	4	1	5						
2	6	3	7	4	1	5	2	6					
6	3	7	4	1	5	2	6	3	7				
3	7	4	1	5	2	6	3	7	4	1	5		
7	4	1	5	2	6	3	7	4	1	5	2	6	
4	1	5	2	6	3	7	4	1	5	2	6	3	7

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



## بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه آزمون‌ها

۱۶ در یک مسابقه اتومبیل رانی قرار است ۷ راننده در هفت روز هفته با هفت ماشین مختلف در هفت مسیر مختلف مسابقه دهند به طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

الف) هر راننده هر روز با یک ماشین در یک مسیر رانندگی کند؛  
ب) هر راننده با هر ماشین دقیقاً یک روز رانندگی کند؛  
پ) هر راننده هر روز دقیقاً در یک مسیر رانندگی کند؛  
ت) هر ماشین در هر مسیر دقیقاً یک بار به کار گرفته شود.

— برای این منظور یک برنامه ریزی انجام دهید.

دو مربع لایس  $۷ \times ۷$  مستطاد رسم کننم - (مربع A و B در تکرین ۱۵)

ریاضیات کسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزوہ ہی آموزشی، ریاضیات کستہ دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



A:

۴	۱	۵	۲	۶	۳	۷
۷	۴	۱	۵	۲	۶	۳
۲	۷	۴	۱	۵	۲	۶
۶	۳	۷	۴	۱	۵	۲
۳	۶	۲	۷	۴	۱	۵
۵	۲	۶	۳	۷	۴	۱
۱	۵	۲	۶	۳	۷	۴

B:

۱	۵	۲	۶	۳	۷	۴
۵	۲	۶	۳	۷	۴	۱
۲	۷	۴	۱	۵	۲	۶
۶	۳	۷	۴	۱	۵	۲
۳	۶	۲	۷	۴	۱	۵
۷	۴	۱	۵	۲	۶	۳
۴	۱	۵	۲	۶	۳	۷

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$
$D_1$	۴۱	۱۵	۵۲	۲۶	۶۳	۳۷	۷۴
$D_2$	۷۵	۴۲	۱۶	۵۳	۲۷	۶۴	۳۱
$D_3$	۳۲	۷۶	۴۳	۱۷	۵۴	۲۱	۶۵
$D_4$	۶۴	۳۳	۷۷	۴۴	۱۱	۵۵	۲۲
$D_5$	۲۳	۶۷	۳۴	۷۱	۴۵	۱۲	۵۶
$D_6$	۵۷	۲۴	۶۱	۳۵	۷۲	۴۶	۱۳
$D_7$	۱۴	۵۱	۲۵	۶۲	۳۶	۷۳	۴۷

تاریخ روز: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷  
 شماره سری: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

ریاضیات کستہ مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511





۱ در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۹۰ ( $1 \leq n \leq 90$ ) چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند؟

$$S = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ و } 1 \leq x \leq 90\}, |S| = 90.$$

$$A = \{x : x \in S, 2 \mid x\}, |A| = \left[ \frac{90}{2} \right] = 45$$

$$B = \{x : x \in S, 3 \mid x\}, |B| = \left[ \frac{90}{3} \right] = 30 \text{ و } |A \cap B| = \left[ \frac{90}{2 \times 3} \right] = 15$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 45 + 30 - 15 = 60$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه‌های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه‌های ریاضی

۲ در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ( $1 \leq n \leq 200$ ) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟

$$A = \{x: x \in \mathbb{N}, 4 \mid x\} \text{ و } |A| = \left[ \frac{200}{4} \right] = 50$$

$$B = \{x: x \in \mathbb{N}, 7 \mid x\} \text{ و } |B| = \left[ \frac{200}{7} \right] = 28$$

$$\left[ \frac{200}{28} \right] = 7 \Rightarrow |A \cap B| = \left[ \frac{200}{28} \right] = 7$$

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 50 - 7 = 43$$

ریاضیات گسسته  
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آردم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های

۳ در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال بازی می کنند، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدانیم ۱۰ نفر عضو هیچ یک از این سه تیم نبوده و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند مشخص کنید:

فوتبال = A    والیبال = B    بسکتبال = C

الف) چند نفر هر سه رشته ورزشی را بازی می کنند؟

$$|A| = 15 \text{ و } |B| = 11 \text{ و } |C| = 9$$

$$|(A \cup B \cup C)^c| = 10$$

$$|A \cap B| = 5 \text{ و } |B \cap C| = 6 \text{ و } |A \cap C| = 3$$

$$\begin{cases} |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ \Rightarrow 34 - 10 = 15 + 11 + 9 - 5 - 6 - 3 + |A \cap B \cap C| \\ |A \cap B \cap C| = 3 \end{cases}$$

ب) چند نفر فقط فوتبال بازی می کنند؟

$$|A - (B \cup C)| = |A| - |A \cap B| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C| = 15 - 5 - 3 + 3 = 10$$

ب) چند نفر والیبال بازی می کنند ولی بسکتبال بازی نمی کنند؟

$$|B - C| = |B| - |B \cap C| = 11 - 6 = 5$$

ت) چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟

$$|A - (B \cup C)| + |B - (A \cup C)| + |C - (A \cup B)|$$

$$= |A \cup B \cup C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$= 24 - 5 - 6 - 3 + 3 = 13$$

ریاضیات گسسته  
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

92 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

## بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های توانم

۴ اگر بخواهیم یک قفل دارای رمز ۵ رقمی و فاقد صفر را که سه رقم آن ۷ و ۲ و ۳ هستند باز کنیم و تمام اعداد ۵ رقمی را که شامل حداقل یک رقم ۷ و یک رقم ۲ و یک رقم ۳ هستند در اختیار داریم و بستن و امتحان کردن هر یک از این اعداد ۵ رقمی، ۶ ثانیه طول بکشد، برای باز کردن این قفل حداکثر چقدر زمان نیاز داریم؟

$$n(S) = 9^5$$

$$A = \text{رمزهای با قدر ۷}$$

$$|A| = |B| = |C| = 8^5$$

$$B = \text{رمزهای با قدر ۲}$$

$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 7^5$$

$$C = \text{رمزهای با قدر ۳}$$

$$|A \cap B \cap C| = 6^5$$

$$|A \cup B \cup C| = 8^5 + 8^5 + 8^5 - 7^5 - 7^5 - 7^5 + 6^5$$

$$|\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C| = 9^5 - 3 \times 8^5 + 3 \times 7^5 - 6^5$$

$$= 59049 - 3 \times 32768 + 3 \times 16807 - 7776 = 3393$$

$$جواب = 3393 \times 6 = 20358$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزوہ ہی آموزشی، ریاضیات کستہ دوازدہم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه آموزشی ریاضیات

۵ چه تعداد تابع چون  $f: A \rightarrow B$  می توان تعریف کرد اگر بدانیم  $|A|=5$  و  $|B|=4$  است؟ چه تعداد از این توابع یک به یک هستند؟

همه  $=$  تعداد توابع از  $A$  به  $B$   
چون  $|A| > |B|$  پس هیچکدام یک به یک نیست.

۶ به چند طریق می توان ۵ کتاب مختلف را بین ۸ نفر توزیع کرد، اگر بخواهیم به هر نفر حداکثر یک کتاب بدهیم؟

$$\underbrace{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}_{65} = \frac{8!}{3!}$$

۷ به چند طریق می توان ۶ فیلم سینمایی را بین سه داور برای داوری تقسیم کرد، به طوری که هر داور حداقل یک فیلم را داوری کند؟

ریاضیات کستہ مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تولدشان یکسان است

۸ ثابت کنید، در بین هر ۳۶۸ نفر حداقل دو نفر هستند که در یک روز متولد شده اند.  
 اگر روزهای سال را لانه و امروز را کبوتر کنیم بنا به اصل لانه کبوتر داریم، لانه ای  
 هست که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار دارد یعنی حداقل ۲ نفر در یک روز متولد شده اند.

۹ ثابت کنید، اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه  
 تولدشان یکسان است.

$$۷ \times ۷۲ = ۵۰۴$$

اگر هر روز هفته در هر ماه را لانه و دانش آموزان را کبوتر فرض کنیم

$$۷ \times ۷۲ = ۵۰۴ < ۵۰۵$$

بنابراین حداقل ۲ کبوتر در آن لانه وجود دارد  
 که بیش از ۲ کبوتر در آن قرار دارند یعنی حداقل ۳ نفر در یک روز متولد شده اند

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

95 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

## بزه‌های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه‌های ریاضیات

۱۰ حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟  
تعداد افراد = ۳۶۵

تعداد افراد =  $n$

$$n > 19 \times 365 \Rightarrow \text{Min}(n) = 19 \times 365 + 1 = 6936$$

۱۱ ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج باشد.

مزن می‌بینم در لانه حصیر  $\square$  و  $\square$  دانسته‌ام کسی که پر حصیر حر لانه باقی‌مانده

تقسیم آن عدد بر ۲ می‌دهد شش  
آز سه عدد معدود نظر را کیو تر فرض کنیم، طبق اصل لانه کیو تری، لانه اول وجود دارد که  
اصل کیو تر در آن قرار دارد که در این صورت مجموع آن‌ها زوج است.

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



## بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های ریاضی

۱۲ مجموعه اعداد  $A = \{1, 2, \dots, 84\}$  را در نظر می گیریم. نشان دهید هر زیرمجموعه ۴۳ عضوی از  $A$  دارای حداقل ۲ عضو است که مجموعشان برابر با ۸۵ باشد.

۴۲ لانه به هر سبب زیر در نظر می آید.

$$\boxed{1, 84} \cup \boxed{2, 83} \cup \boxed{3, 82} \cup \dots \cup \boxed{42, 43}$$

از ۴۳ عضو زیر مجموع ما کمترین مرتبه کنیم، نگاه لانه را خود دارد که حداقل

دو کمترین در آن هر یک دارد که جمع این نوع در ۸۵ خواهد بود.

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه های ریاضی

۱۲ مجموعه اعداد  $A = \{1, 5, 9, 13, \dots, 77, 81, 85\}$  را که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده اند، در نظر می گیریم. اگر از این مجموعه ۱۳ عضو انتخاب کنیم، نشان دهید که حداقل ۲ عدد در این ۱۳ عدد وجود دارد که مجموعشان برابر با ۹۰ باشد. **۱۲ لانه، برهید زیر در نظر بگیریم:**

۴۵ و ۴۱، ۴۹ و ... و ۱۳ و ۷۷ و ۵، ۸۱ و ۵، ۸۵ و ۱

اگر ۱۳ عدد مورد نظر را کتورت مرتب کنیم، طبق اصل لانه کتورتی، لانه در وجود دارد که حداقل ۲ کتورت در آن قرار دارد. از این لانه، لانه اول و آخری را در نظر بگیرید. جمع آنها ۹۰ خواهد بود.

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

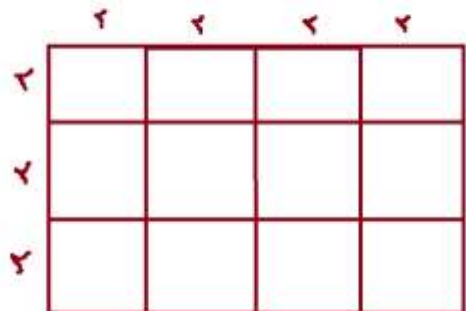
09176193511

بزه‌های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



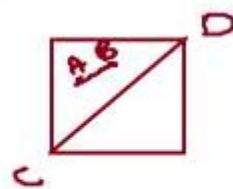
موضوع: ریاضیات گسسته

۱۴ ۱۳ نقطه درون یک مستطیل  $6 \times 8$  قرار دارند. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از  $\sqrt{8}$  باشد.



آز مستطیل  $6 \times 8$  مربع به ضلع ۲ تقسیم کنیم و این مربع‌ها را لایه و ریف و اصول و نظرها را بکشیم و بررسی کنیم.

صوبه اصل لایه کبوتری، لایه اول وجود دارد که در هر دو لایه ۲ کبوتر است.



$$AB < CD = \sqrt{2^2 + 2^2} \\ \Rightarrow AB < \sqrt{8}$$

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

99 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مجموعه ریاضیات

۱۵ نقطه در صفحه با مختصات صحیح در نظر می گیریم. ثابت کنید حداقل دو نقطه از این ۵ نقطه وجود دارد، طوری که مختصات نقطه وسط این دو نقطه نیز صحیح می باشد.

چهار لانه با پرچم ها از کردار نقطه ها: (بر حسب زوج و فرد بودن مختصات)

(زوج، زوج)

(زوج، فرد)

(فرد، زوج)

(فرد، فرد)

اگر نقطه ط را با کبوتر مرغی کنیم، آنگاه لانه ها وجود دارد که حداقل یک کبوتر در آن قرار دارد. با توجه به این که هر دو زوج و فرد بودن مختصات این دو نقطه، آنگاه مختصات نقطه وسط آن دو نقطه صحیح است.

ریاضیات گسسته مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



پایان

دکتر مزبان حبیبی