

جزوه های آموزشی، ریاضی، هشتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

سلام

وقت بخیر

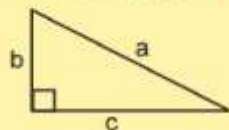
جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: فصل ششم، مثلث - ریاضی، هشتم

## فصل ششم، مثلث

رابطه میان مجذور (مربع) اندازه ضلع های مثلث قائم الزاویه به رابطه فیثاغورس معروف است. این رابطه بیان می کند که در هر مثلث قائم الزاویه، مجذور وتر با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

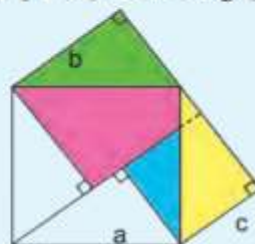
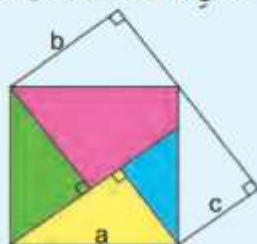


$$a^2 = b^2 + c^2$$

عکس این رابطه هم درست است یعنی، اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن برابر شد، آن مثلث قائم الزاویه است.

### خواندنی

ابوالعباس نیریزی، ریاضی دان ایرانی در حدود هزار سال پیش، درستی رابطه فیثاغورس را به صورت زیر نشان داد.



در شکل، چهار مثلث قائم الزاویه هم نهشت دیده می شود.

در سمت راست، مساحت دو مربعی را که روی ضلع های زاویه قائمه مثلث ساخته شده اند و در سمت چپ، مربعی را که روی وتر ساخته شده است، رنگ کرده ایم. چرا مساحت ناحیه رنگی در این دو شکل برابر است؟

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صحنه ۱۶ ریاضی هشتم

کاردر کلاس

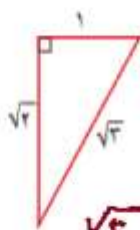


۱- درستی رابطه فیثاغورس را در هر یک از مثلث های قائم الزاویه روبه رو بررسی کنید.



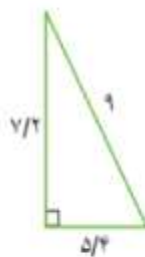
$$13^2 = 169$$

$$12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$



$$\sqrt{3}^2 = 3$$

$$\sqrt{2}^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$$



$$9^2 = 81$$

$$\sqrt{12}^2 + \sqrt{4}^2 = 81$$

۲- به ترتیب طول x، y و z را به دست آورید.



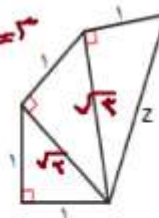
$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$



$$y^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$$

$$y = \sqrt{3}$$



$$z = \sqrt{2}^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$$

$$z = \sqrt{3} = 2$$

درس: مزبان حبیبی

صفحه ۸۷ ریاضی ششم

تمرین



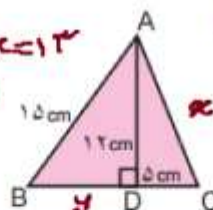
۱- محیط مثلث ABC را حساب کنید.

$$x^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow x = 13$$

$$y^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$$

$$y = 9$$

$$\text{محیط} = 15 + 12 + 5 + 9 = 41$$



۲- شکل روبه رو نمایی از یک توقفگاه طبقاتی

را نشان می دهد. طول مسیری که هر طبقه را به

طبقه بعدی می رساند، چقدر است؟

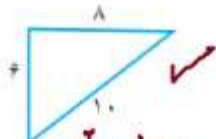
$$x^2 = 6^2 + 1,5^2 = 36 + 2,25 = 38,25$$

$$x = \sqrt{38,25} = 6,2 \text{ m}$$

۲- کدام مثلث قائم الزاویه است؟

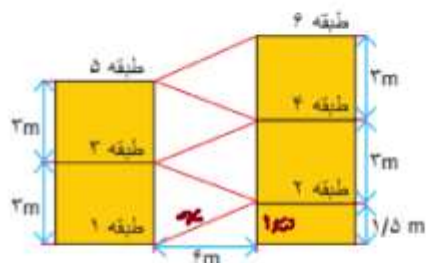


مثلث قائم



$$10^2 = 100$$

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$



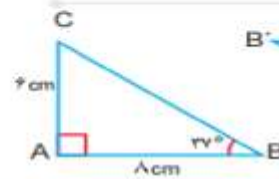
درس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صفت ۹. روابط هسپی -

فعالیت



۱- در شکل مقابل  $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

اندازه برخی ضلع ها و زاویه ها نوشته شده است.

اندازه ضلع ها و زاویه های دیگر را به دست آورید.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$B'C' = BC = 5 \text{ cm} \quad \text{و} \quad B' = B = 37^\circ$$

$$C' = C = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$A'B' = AB = 3 \text{ cm}$$

$$A'C' = AC = 4 \text{ cm}$$

درس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

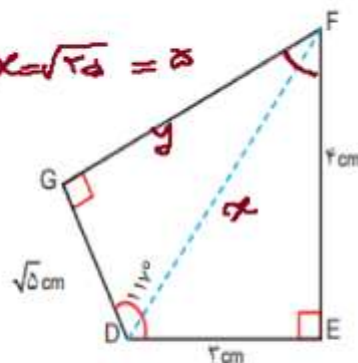
09176193511

$$x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

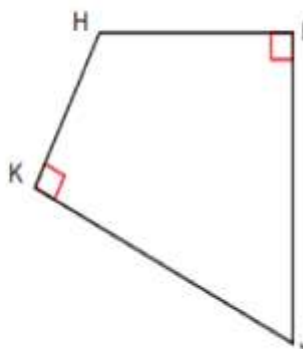
$$y^2 = x^2 - 5^2 = 25 - 5 = 20$$

$$y = \sqrt{20}$$

$$\hat{F} = 180 - 117 = 63$$



d



$$HI = DE = 4 \text{ cm}$$

$$HK = DG = y$$

$$KJ = GF = 3$$

$$JI = EF = 3 \text{ cm}$$

$$\hat{H} = \hat{D} = 117^\circ, \hat{J} = \hat{F} = 63^\circ$$

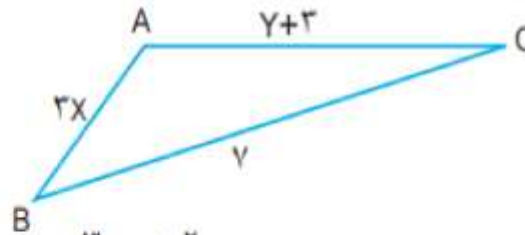
مدرس: مزبان حبیبی

۲- چهارضلعی DEFG را نسبت به خطی افقی قرینه کرده ایم و چهارضلعی HIJK را به دست آورده ایم. اندازه برخی از ضلع ها و زاویه ها معلوم است. اندازه ضلع ها و زاویه های دیگر این چهار ضلعی را به دست آورید.

در باره رابطه هایی که از آنها در این دو سؤال استفاده کرده اید با هم گفت و گو کنید.

۳- مثلث ABC را می توان با انتقال بر مثلث A'B'C' منطبق کرد.

مانند نمونه با تشکیل و حل معادله، اندازه ضلع های مثلث ها را به دست آورید.



$$3x = x + 2$$

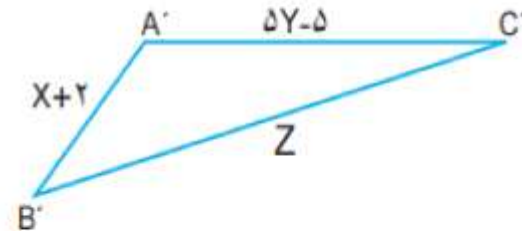
$$3x - x = 2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$\overline{AB} = 3x = 3$$

$$\overline{A'B'} = x + 2 = 1 + 2 = 3$$



$$z = y \Rightarrow B'C' = y$$

$$5y - 5 = y + 3$$

$$5y - y = 3 + 5$$

$$4y = 8 \Rightarrow y = 2$$

$$AC = y + 3 = 5$$

$$A'C' = 5y - 5 = 5$$

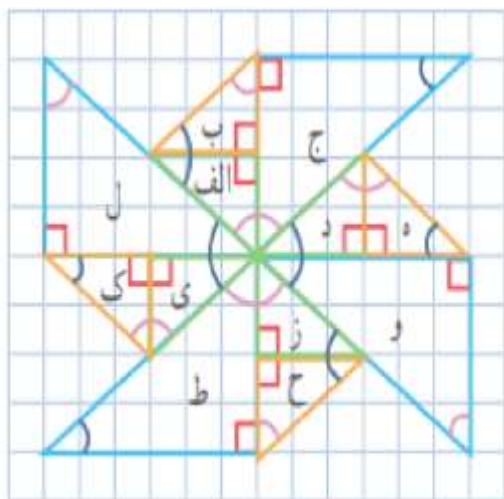
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صفحه ۹۱ ریاضی ششم

تمرین



۱- در شکل رو به رو زاویه های

مساوی را با رنگ های یکسان مشخص کرده ایم.

کدام مثلث ها با مثلث الف هم نهشت اند؟ **ب، د، ه، ز، ح، ی، ا، گ**

مانند نمونه مشخص کنید که با چه تبدیل یا تبدیلی می توان مثلث الف را بر مثلث های هم نهشت با آن منطبق کرد. چهار مورد دیگر بنویسید. پاسخ هایتان را با پاسخ های دوستانان مقایسه کنید.

دوران  $180^\circ$   
(الف)  $\leftarrow$  (د)

تقارن  
(الف)  $\leftarrow$  (ب)  $\leftarrow$  (د)

ه  $\leftarrow$  تقارن  
د  $\leftarrow$  دوران  
ب  $\leftarrow$  دوران  
ز  $\leftarrow$  دوران  
ح  $\leftarrow$  دوران  
ط  $\leftarrow$  دوران  
ک  $\leftarrow$  دوران  
ل  $\leftarrow$  دوران

ج  $\leftarrow$  دوران  
ن  $\leftarrow$  دوران  
ط  $\leftarrow$  دوران  
و  $\leftarrow$  دوران

موارد دیگر هم هست.

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

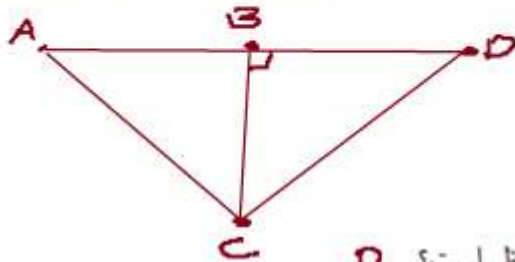
09176193511



۲- سازه های مثلثی که در این پل به کار رفته اند، توانایی تحمل نیروهای کششی و فشاری

زیادی را دارند و مانع خمیدگی پل می شوند.

$$\triangle ABC \cong \triangle BCD$$



الف) کدام زاویه مثلث ABC روبه روی ضلع BC است؟  $\hat{A}$

ب) کدام زاویه مثلث BCD روبه روی ضلع BC است؟  $\hat{D}$

ج) مثلث ABC را بر مثلث BCD منطبق می کنیم. کدام زاویه این مثلث با زاویه A متناظر است؟  $\hat{D}$

مدرس: مزبان حبیبی

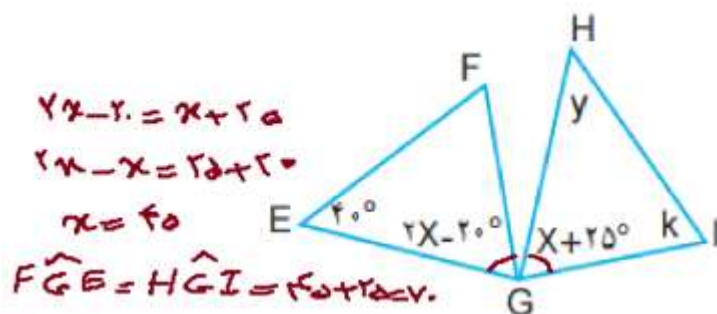
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۳- زاویه های مجهول را بیابید.

الف) مثلث HIG حاصل دَوَران ۹۰ درجه EFG حول نقطه G است.

ب) چهارضلعی KLMN حاصل تقارن چهارضلعی ABCD نسبت به خطی عمودی است.



$$2x - 20 = x + 20$$

$$2x - x = 20 + 20$$

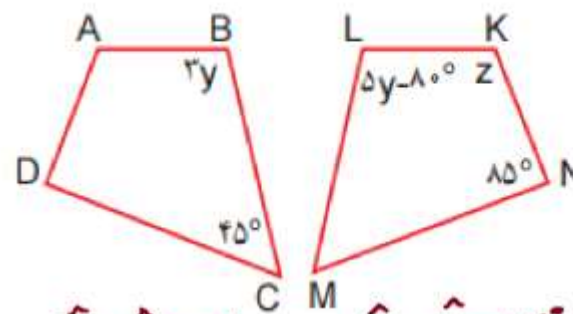
$$x = 40$$

$$\widehat{FGE} = \widehat{HGI} = 40 + 20 = 60$$

$$\widehat{H} = \widehat{E} = 40 \Rightarrow y = 40$$

$$\widehat{I} = \widehat{F} = 110 - (40 + 60) = 10 \Rightarrow k = 10$$

درس: مزبان حبیبی



$$\widehat{M} = \widehat{C} = 40, \quad \widehat{D} = \widehat{N} = 110$$

$$\begin{cases} 2y = z \\ 4y - 10 = 360 - (40 + 110 + z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y - z = 0 \\ 4y + z = 140 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8y = 140 \Rightarrow y = 17.5 \Rightarrow z = 35 \Rightarrow \begin{cases} \widehat{K} = \widehat{B} = 35 \\ L = A = 140 \end{cases}$$

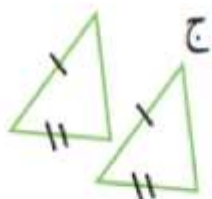
سه حالت هم نهشتی دو مثلث :

- برابری سه ضلع
  - برابری دو ضلع و زاویه بین
  - برابری دو زاویه و ضلع بین
- یا به اختصار: (ض ض ض)    یا به اختصار: (ض ض ض)    یا به اختصار: (ز ض ز)

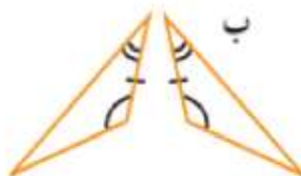
تمرین صحت ۹۵ ریاضی ششم



۱- در هر قسمت، بعضی از ضلع ها و زاویه های مساوی مشخص شده اند. مواردی را که اطلاعات داده شده برای تشخیص هم نهشتی دو مثلث کافی است، پیدا کنید و حالت هم نهشتی را بنویسید.



ج نه معلوم



ب زاویه ز



الف ض ض ض

مدرس: مزبان حبیبی

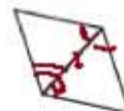
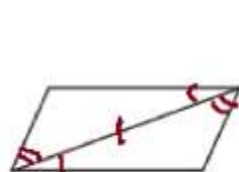
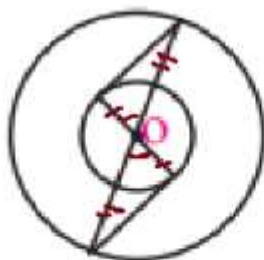
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲- در هر شکل، مساوی بودن برخی از اجزای دو مثلث را می توان از روابط میان پاره خط ها، زاویه ها، تعریف دایره یا چهارضلعی های خاص نتیجه گرفت. اجزای مساوی را پیدا، و با علامت گذاری مناسب مشخص کنید؛ سپس، حالت هم نهستی دو مثلث را بنویسید.



الف) هر دو مثلث متساوی الاضلاع اند.

ب) قطر متوازی الاضلاع رسم شده است.

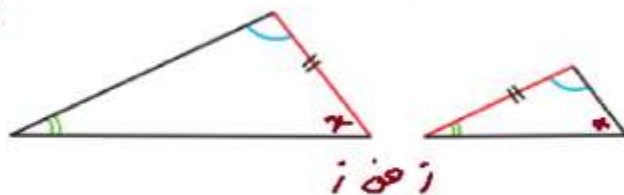
ج) دو قطر یکدیگر را در مرکز مشترک دو دایره قطع کرده اند.

۳- از شکل زیر کدام یک از موارد زیر را می توان نتیجه گرفت؟

اگر دو زاویه و یک ضلع غیر بین از یک مثلث با دو زاویه و یک ضلع غیر بین از مثلثی دیگر برابر باشند،

الف) دو مثلث با یکدیگر هم نهشت اند. ✓

ب) ممکن است دو مثلث هم نهشت نباشند.



وقتی دو زاویه مثلث ها  
یکدیگر را داشته باشند  
و یک ضلع غیر بین  
برابر باشد

درس: مزبان حبیبی

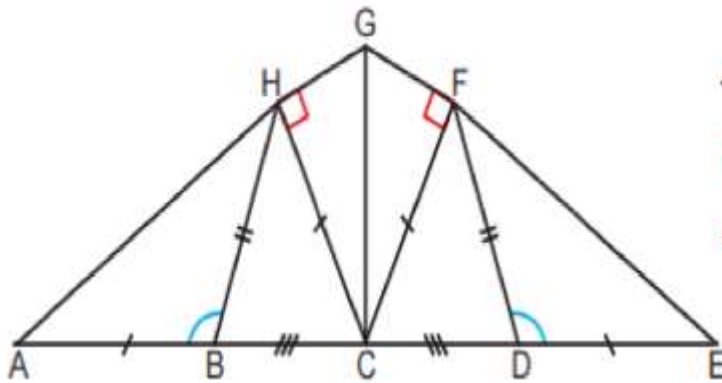
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، هتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

با توجه به علامت های شکل زیر، مثلث های هم نهشت را پیدا کنید و بنویسید. حالت هم نهشتی هر جفت مثلث را بیان کنید.



$$\triangle CFG \cong \triangle CHG$$

دو سر دو ضلع قائم

$$\triangle CFD \cong \triangle CHB$$

من من من

$$\triangle FDE \cong \triangle HAB$$

من من

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

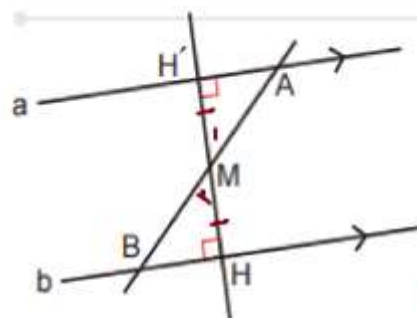
09176193511

دو حالت دیگر برای هم نهشتی دو مثلث قائم الزاویه :

• برابری وتر و یک زاویه تند  
یا به اختصار (وز)

• برابری وتر و یک ضلع  
یا به اختصار (وزض)

کاردر کلاس



۱- از نقطه M، وسط پاره خط AB بر دو خط موازی a و b عمود رسم کرده ایم.

دو مثلث ایجاد شده به چه حالتی با یکدیگر هم نهشت اند؟

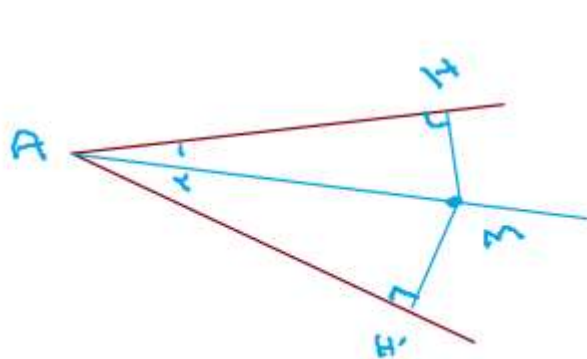
$$\begin{array}{l}
 m_1 = m_2 \\
 m_{H'} = m_H \\
 H' = H
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{مناظره}}
 \Delta MAH' \cong \Delta MBH'$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

مسئله: ثابت کنید هر نقطه روی بینای زوایای از دو ضلع زوایای به یک فاصله است.



$$\begin{aligned} MA = MA & \text{ و هر دو یک زاویه قائمه} \\ \angle 1 = \angle 2 & \implies \triangle MAH \cong \triangle MAH' \end{aligned}$$

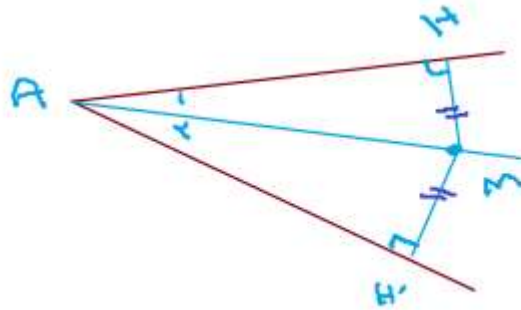
$$MH' = MH \quad \text{که}$$

یعنی M از دو ضلع زوایای A به یک فاصله است.

مسئله: ثابت کنید اگر نقطه  $M$  از در ضلع  $BC$  یک خاصه باشد، آنگاه  $AM$  میانه زاویه است.

حل: فرض کنیم  $MH = MH'$ .

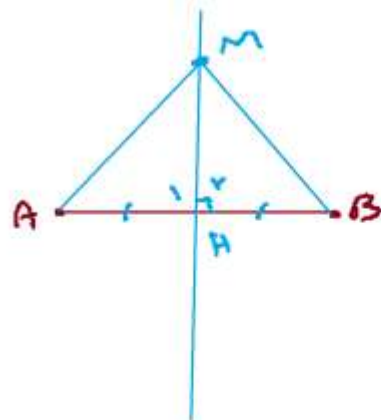
$$\begin{aligned} MA &= MA \\ MH &= MH' \end{aligned} \xrightarrow{\text{دایره و بیضی قائمه}} \triangle MAH \cong \triangle MAH'$$



پس  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  یعنی  $AM$  میانه زاویه است.



مسئله: اگر نقطه  $M$  روی محور عمود یا وسط  $AB$  باشد، ثابت کنید  $MA = MB$ .



اثبات:

$$\begin{aligned} &MH = MH \\ &AH = BH \quad \text{منزوی} \\ &H_1 = H_2 \quad \Rightarrow \triangle MAH \cong \triangle MBH \end{aligned}$$

پس  $MA = MB$  چون  $M$  از روی  $AB$  باشد.

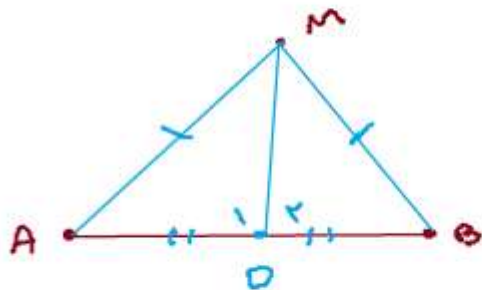
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

سأله: اگر  $MA = MB$  باشد، ثابت کنید  $M$  روی عمود منصف  $AB$  است.

اینهاست: نقطه  $M$  را به وسط  $AB$  وصل کنید.



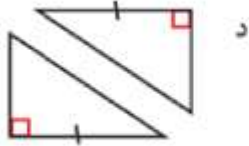
$$\begin{aligned} MA &= MB \\ MD &= MD \quad \text{مشترک} \\ AD &= BD \end{aligned} \implies \triangle MAD \cong \triangle MBD$$

پس  $\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ$  لذا  $MD$  عمود منصف  $AB$  باشد.

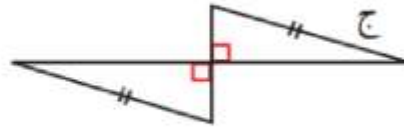
تمرین صدۀ ۹۹ کتاب ریاضی هفتم



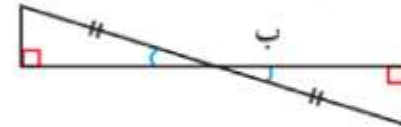
۱- در هر شکل، بعضی از ضلع ها و زاویه های مساوی مشخص شده اند. مواردی را که اطلاعات داده شده برای تشخیص هم نهستی دو مثلث کافی است، پیدا کنید و بنویسید دو مثلث در چه حالتی هم نهشت اند.



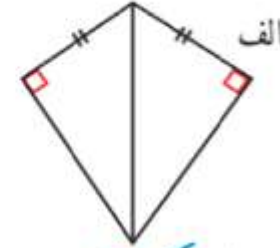
نه معلوم



نه معلوم



و نه دو ضلع و زاویه



و نه دو ضلع و زاویه

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

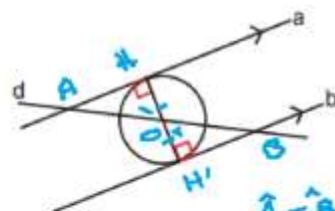
# جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲- در هر شکل از روابط میان پاره خطها، زاویه ها، تعریف دایره یا چهارضلعی های خاص می توانیم نتیجه بگیریم که برخی از اجزای دو مثلث با هم مساوی اند. اجزای مساوی را پیدا، و با علامت گذاری مناسب مشخص کنید؛ سپس، حالت هم نهستی دو مثلث را بنویسید.

الف) خط d از مرکز دایره می گذرد و دو خط a و b بر

قطر دایره عمودند.



$$\begin{aligned} \angle A &= \angle B & \text{نیز} & \implies \triangle OAH \cong \triangle OBH' \\ \angle H &= \angle H' \\ \hat{A} &= \hat{B} \end{aligned}$$

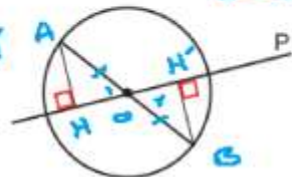
پس  $\angle B = \angle H'$  و  $\angle H = \angle A$

ب) خط p از مرکز دایره گذشته است.

دو وتر مساوی در دایره

$$\begin{aligned} OA &= OB & \implies \triangle OAH \cong \triangle OBH' \\ \angle A &= \angle B \\ \angle H &= \angle H' \end{aligned}$$

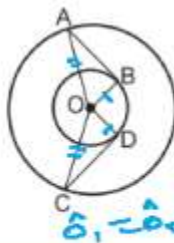
پس  $\hat{A} = \hat{B}$  و  $\angle H = \angle A$  و  $\angle B = \angle H'$



ج) نقطه O مرکز مشترک دو دایره و پاره خطهای AB و CD

به ترتیب بر OD و OB عمودند.

$$\begin{aligned} OA &= OC & \implies \triangle OAB \cong \triangle OCD \\ OB &= OD \\ \hat{A} &= \hat{C} \end{aligned}$$



پس  $AB = CD$  و  $\hat{A} = \hat{C}$  و  $\hat{B} = \hat{D}$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، هتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

پایان

دکتر مزبان حبیبی