

جزوه های آموزشی، ریاضی، هشتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: فصل پنجم، بردار و مختصات - ریاضی، هشتم

فصل پنجم، بردار و مختصات

جمع بردارها:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} z \\ t \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} x+z \\ y+t \end{bmatrix}$$

$$\text{مثال: } \vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{مثال: } \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

مدرس: مزبان حبیبی

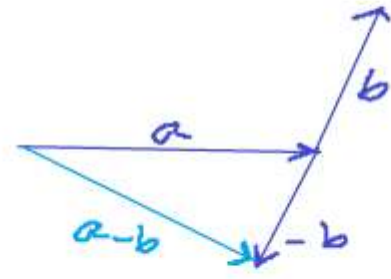
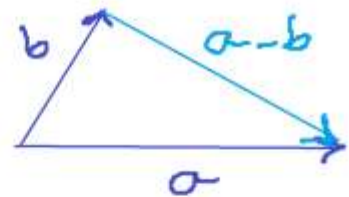
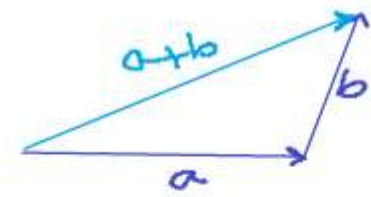
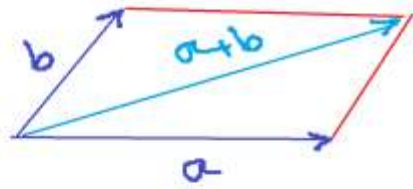
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، هتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

رسم مجموع و تفاضل :

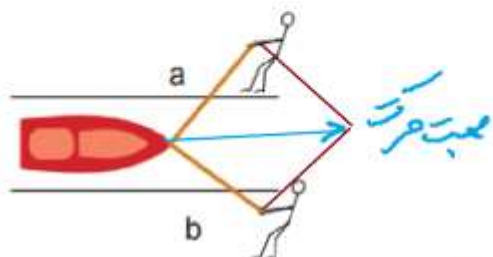


مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

3 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

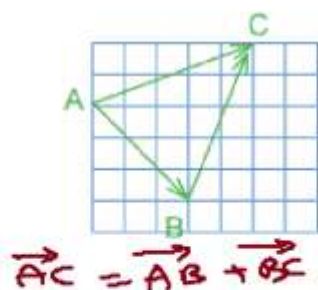


تمرین صفحه ۷۳، ریاضی ششم

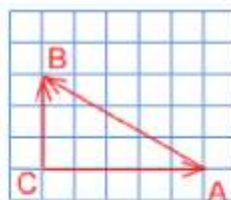
۱- دو نفر در کنار رودخانه با دو طناب، قایق را در خلاف جهت آب می کشند. الف) قایق به کدام سمت حرکت می کند؟

ب) اگر نیروی a بیشتر باشد، قایق به کدام طرف متمایل می شود؟ سه a (بالا)

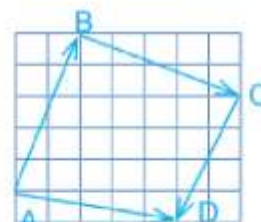
۲- در هر شکل یکی از بردارها، حاصل جمع بردارهای دیگر است. برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.



$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$



$$\vec{CB} = \vec{CA} + \vec{AB}$$



$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۳- در هر تساوی، x و y را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5 + x = 2 \Rightarrow x = 2 - 5 \Rightarrow x = -3 \\ 6 + y = -1 \Rightarrow y = -1 - 6 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3 + x = 7 \Rightarrow x = 7 - 3 = 4 \\ -4 - 2 = y \Rightarrow -6 = y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x+1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ y-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = -1 \Rightarrow x = -1 - 1 = -2 \\ 5 = y - 1 \Rightarrow 5 + 1 = y \Rightarrow 6 = y \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

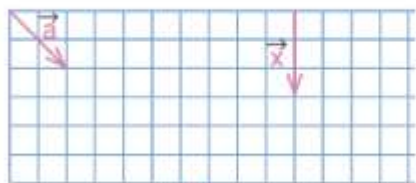
در ضرب یک عدد در بردار، آن عدد در طول و عرض بردار ضرب می شود.

بنابراین، می توانیم بنویسیم:

$$k \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx \\ ky \end{bmatrix}$$

اگر بردار b قرینه بردار a باشد، می نویسیم: $\vec{b} = -\vec{a}$ یا $\vec{b} = (-1)\vec{a}$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \vec{b} = -\vec{a} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$$



$$\vec{b} = 3\vec{a}$$

$$\vec{y} = -2\vec{x}$$

$$\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = -2 \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

درس: مزبان حبیبی

کار در کلاس



با توجه به بردارهای داده شده، بردار مورد نظر را رسم کنید.



$$\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\vec{y} = -\frac{2}{3}\vec{x}$$

$$\vec{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = -\frac{2}{3} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

mezbanhabibi@gmail.com

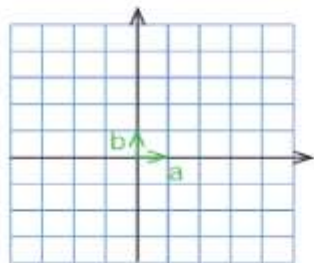
09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین صفحه ۷۴ ریاضی ششم

۱- با توجه به بردارهای a و b، بردارهای c و d را رسم کنید.

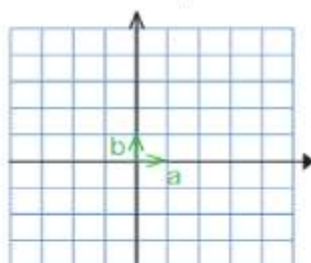


$$\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{d} = (-2)\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\vec{c} = 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = (-2) \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

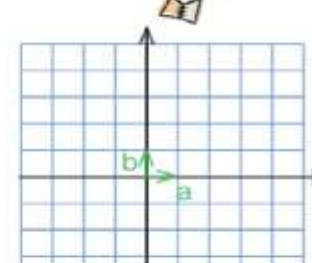


$$\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -4\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c} = 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = -4 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix}$$



$$\vec{c} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\vec{d} = -\vec{a} + 5\vec{b}$$

$$\vec{c} = -3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = -\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$(-1) \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -10 \end{bmatrix}$$

$$(-4) \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ -29 \end{bmatrix}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ +4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 16 \end{bmatrix}$$

۳- معادله های مختصات زیر را حل کنید.

$$4x = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

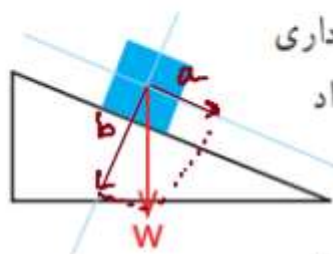
$$-3x = \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \end{bmatrix} \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ +3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



۴- در شکل روبه‌رو، نیروی وزن جعبه، که روی سطح شیب‌داری قرار گرفته، نشان داده شده است. این بردار را روی دو امتداد رسم شده تجزیه کنید.

$$\vec{w} = \vec{a} + \vec{b}$$

۵- با توجه به بردارهای a و b، مختصات بردار c را به دست آورید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$$

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

درس: مزبان حبیبی

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$\begin{aligned} \vec{c} &= 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

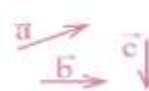
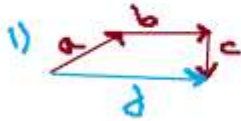
$$\vec{c} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$$

$$\begin{aligned} \vec{c} &= -3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

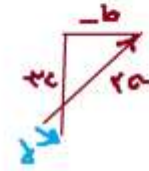
جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۶- با توجه به بردارهای a و b و c بردار d را رسم کنید.

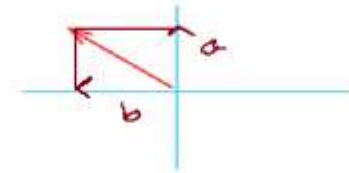
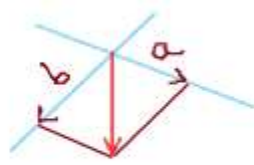
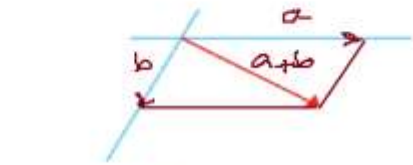
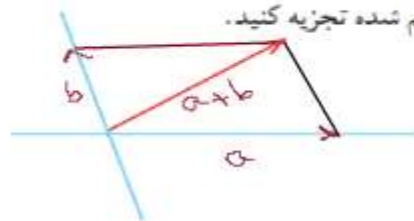


۱) $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$



۲) $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$

۷- بردارهای داده شده را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید.



مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

10 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

کار در کلاس



صفت: ۸۰ دقیقه

اگر $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ باشد، مختصات بردارهای x و y را به دست آورید.

$$\vec{x} = 5\vec{a} + 3\vec{b} = 5(3\vec{i} - 2\vec{j}) + 3(2\vec{i} + \vec{j}) = 15\vec{i} - 10\vec{j} + 6\vec{i} + 3\vec{j} = 21\vec{i} - 7\vec{j}$$

$$\vec{y} = -3\vec{a} + 4\vec{b} = -3(3\vec{i} - 2\vec{j}) + 4(2\vec{i} + \vec{j}) = -9\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{i} + 4\vec{j} = -\vec{i} + 10\vec{j}$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

تمرین صدقه ۸۰ ریاضی هشتم



۱- طرف دیگر تساوی ها را بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = -2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = -5\vec{i}$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} = -2\vec{j}$$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

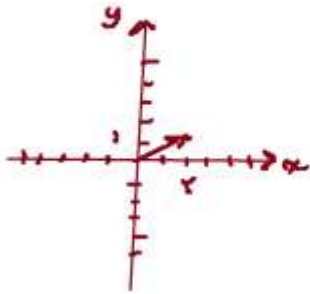
09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، هشتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

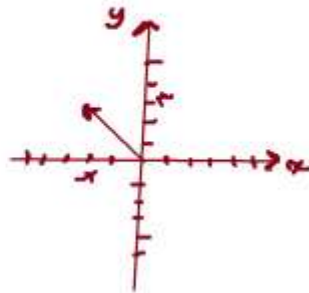
بسم الله الرحمن الرحيم

۲- دو محور عمود بر هم رسم کنید و بردارهای واحد مختصات را روی آنها مشخص کنید. آنگاه بردارهای زیر را روی آن دستگاه مختصات رسم کنید و هر بردار را بر حسب بردارهای واحد i و j بنویسید.

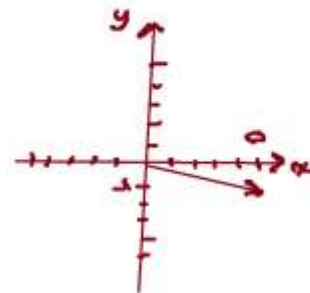
$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



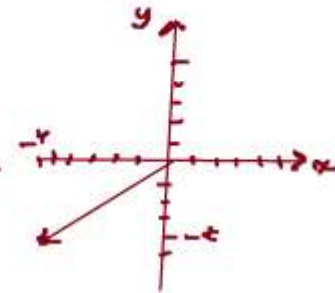
$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$



$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

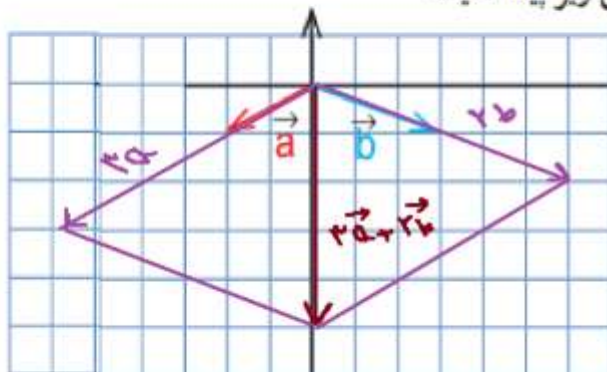


مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۳- با توجه به شکل زیر، مختصات بردار \vec{c} را با دو روش زیر پیدا کنید.



الف) رسم شکل و نوشتن مختصات \vec{c} از روی شکل

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

ب) پیدا کردن مختصات \vec{a} و \vec{b} و قرار دادن آنها در

تساوی زیر.

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -11 \end{bmatrix}$$

ویژگی های هر روش را بیان کنید.

کدام روش برای رایانه ای شدن مناسب تر است؟ چرا؟ ب ، هر دو روش مناسب هستند.

مدرس: مزبان حبیبی





mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

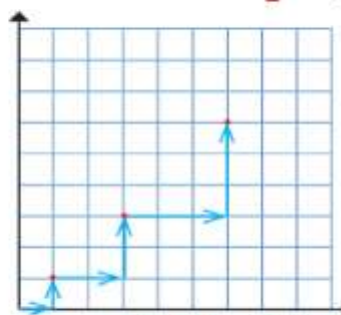
بسم الله الرحمن الرحيم

۴- با توجه به علامت طول و عرض بردار، شکل تقریبی آن را مانند نمونه رسم کنید.

طول	+	-	+	-
عرض	+	+	-	-
شکل تقریبی				

۵- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشند، بردار x را از معادله زیر پیدا کنید.

$$2\vec{x} - \vec{j} = 2\vec{a} - \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$$



۶- یک روبات برنامه ریزی شده به صورت زیر از مبدأ

مختصات حرکت می کند.

با مشاهده سه حرکت اول این روبات، الگویی برای

حرکت آن کشف کنید و توضیح دهید. روبات پس از حرکت

پنجم به کدام نقطه می رسد؟

$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و ...

$\vec{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_5 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_6 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_7 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_8 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_9 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{10} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{11} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{12} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{13} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{14} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{15} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{16} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_{17} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$

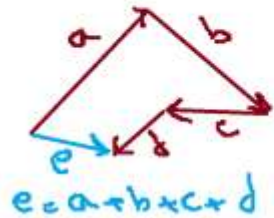
درس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

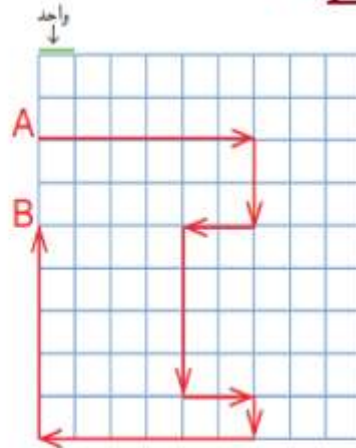
09176193511

جزوه های آموزشی، ریاضی، ششم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم



۷- حمیده با خود فکر می کرد که اگر چند بردار با هم جمع شوند، بردار حاصل جمع از همه آنها بزرگ تر است. آیا او درست فکر کرده است؟ با کشیدن شکل توضیح دهید. **صبر**



۸- در صفحه شطرنجی زیر، یک خودرو با نقطه A مشخص شده است. این خودرو مسیری را طی کرده است تا به نقطه B برسد؛ در کل به اندازه چند واحد حرکت کرده است؟ **۲**

خودرو از نقطه A به B در راستای عمودی چند واحد جابه جا شده است؟ **(-۲) واحد**

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

پی

جزوه های آموزشی، ریاضی، هتم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

پایان

دکتر مزبان حبیبی