

جزوه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: فصل پنجم، توابع نمایی و لگاریتمی - ریاضی دویازدهم تجربی

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

ریاضی دو ، یازدهم تجربی دو

دبیرستان خورشیدان شیراز

شنبه هجرت کهن خوددنه ع ۹:۳۰

سرمنوع :

توابع نمایی

مرکز حبیبی

مزبان حبیبی





مثال:

$$\left. \begin{array}{l} 2^2 = 4 \\ 2^4 = 16 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 < 2^{2,4} < 16$$

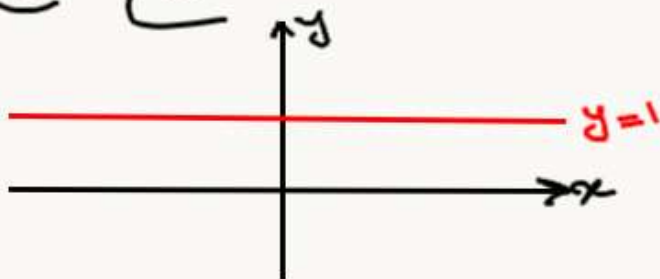
$$\left. \begin{array}{l} 3^2 = 9 \\ 3^4 = 27 \end{array} \right\} \Rightarrow 9 < 3^{2,4} < 27$$

مزبان حبیبی



تعریف: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد آنگاه تابع $f(x) = a^x$ را یک تابع نمایی می گویند.

تذکره: اگر $a = 1$ آنگاه تابع $f(x) = 1^x = 1$ ، در واقع تابع ثابت $y = 1$ است.



مزبان حبیبی



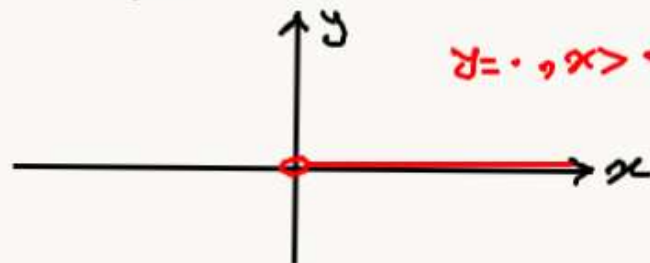
تذکره ۲:

اگر $a = 0$ باشد آنگاه $f(x) = 0^x$ ، اوی مجموعی

$D = (0, +\infty)$ یک تابع است. یعنی در مباح تابع $f(x) = 0^x = 0$

تابع ثابت $f = 0$ با دامنه $D = (0, +\infty)$ است.

نوع: $0^{-5} = \frac{1}{0^5} = ?$



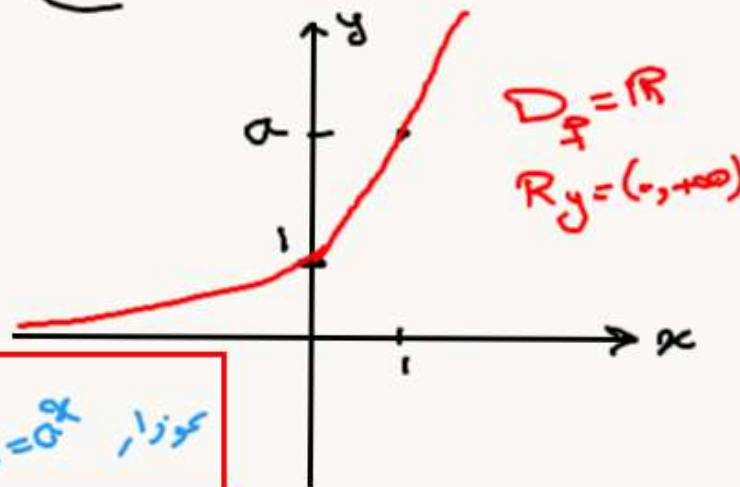
تذکره ۱



فرض کنید $a > 1$ ، $f(x) = a^x$ تابع صعودی است

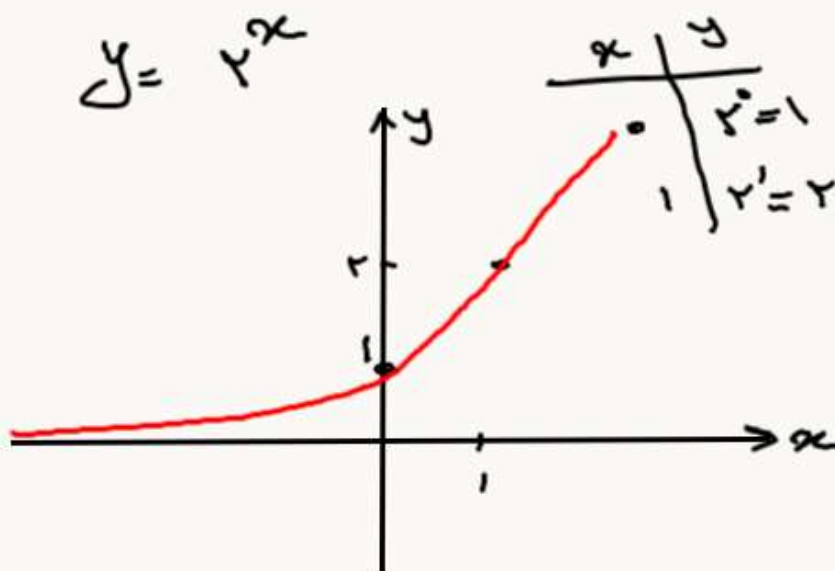
x	y
0	$a^0 = 1$
1	$a^1 = a$

$\Rightarrow (0, 1), (1, a)$



موزا، $y = a^x$ با $a > 0$ $\Rightarrow a^x > 0$

مزبان حبیبی



مثال :

$$D_y = \mathbb{R}$$
$$R_y = (-\infty, +\infty)$$

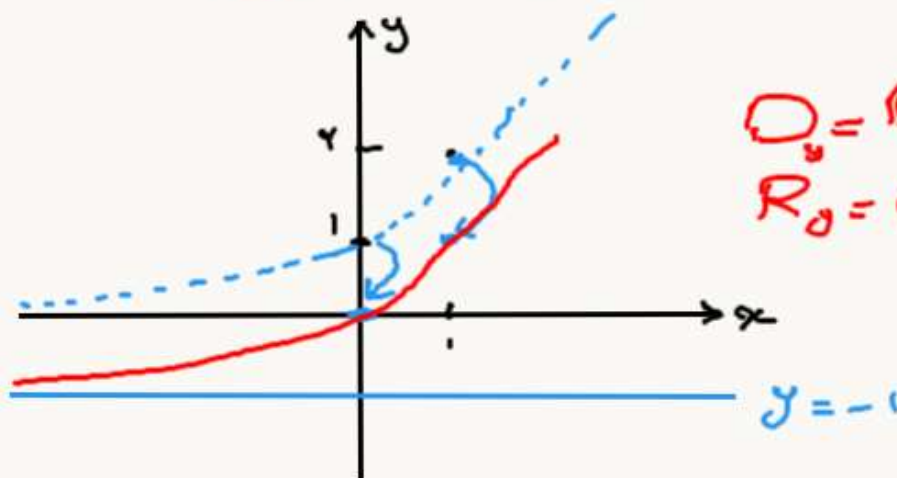
مزبان حبیبی



$$2^x \Rightarrow 2^x - 1$$

$$y = 2^x - 1$$

شکل :



$$D_f = \mathbb{R}$$
$$R_f = (-1, +\infty)$$

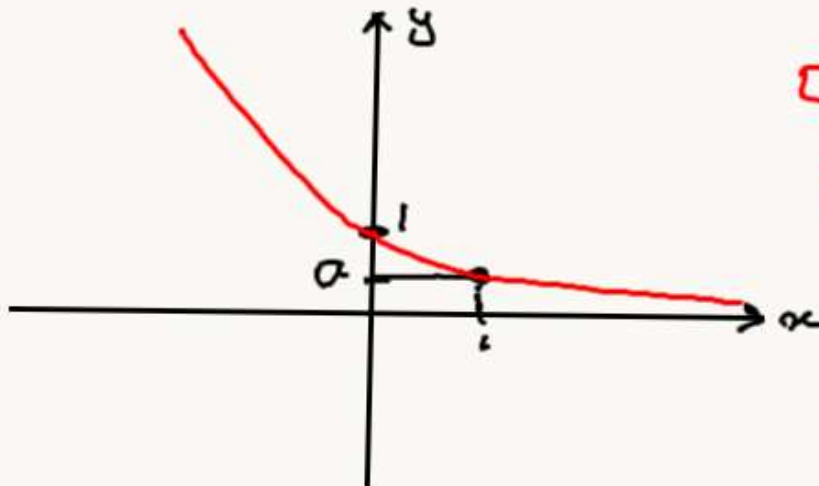
مزبان حبیبی



۲) اگر $0 < a < 1$ ، عبارت $f(x) = a^x$ یک تابع نزودر ابتدا

x	y
0	$a^0 = 1$
1	$a^1 = a$

$(0, 1)$
 $(1, a)$



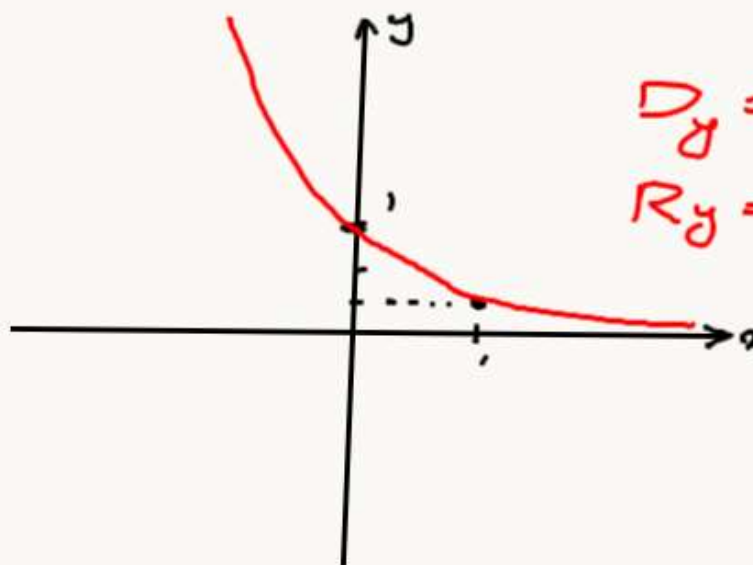
$D_f = \mathbb{R}$
 $R_f = (0, +\infty)$

مزبان حبیبی



$$y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$$

x	y
0	$\left(\frac{1}{e}\right)^0 = 1$
1	$\left(\frac{1}{e}\right)^1 = \frac{1}{e}$

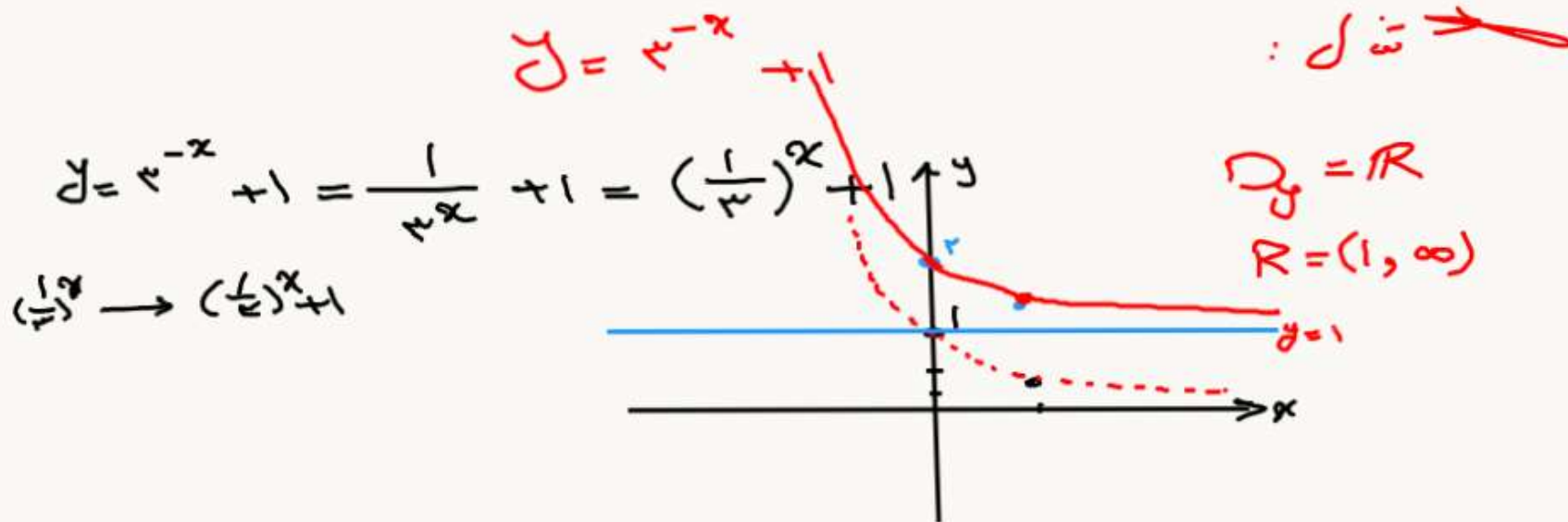


مثال:

$$D_y = \mathbb{R}$$

$$R_y = (0, \infty)$$

مزبان حبیبی



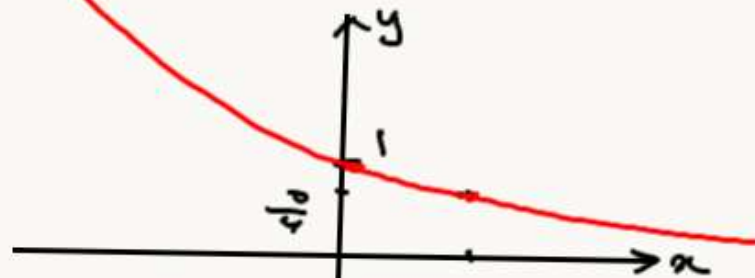
مزبان حبیبی



مثال :
$$y = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^x}{4^{-x}} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^x}{\frac{1}{4^x}} = \left(\frac{1}{4}\right)^x \times 4^x = \left(\frac{4}{4}\right)^x$$

• $\left(\frac{4}{4}\right) < 1 \Rightarrow$ نزودی

x	y
0	$\left(\frac{4}{4}\right)^0 = 1$
1	$\left(\frac{4}{4}\right)^1 = \frac{4}{4}$



$D = R$
 $R = (-\infty, \infty)$



مکذبین: مکذبات و تابع زیر را رسم کنید.

۱) $y = 2^x - 1$ ۲) $y = 2^{-x} - 2$ ۳) $y = 2^{x+1} - 1$

تعلیمی

تعلیمی



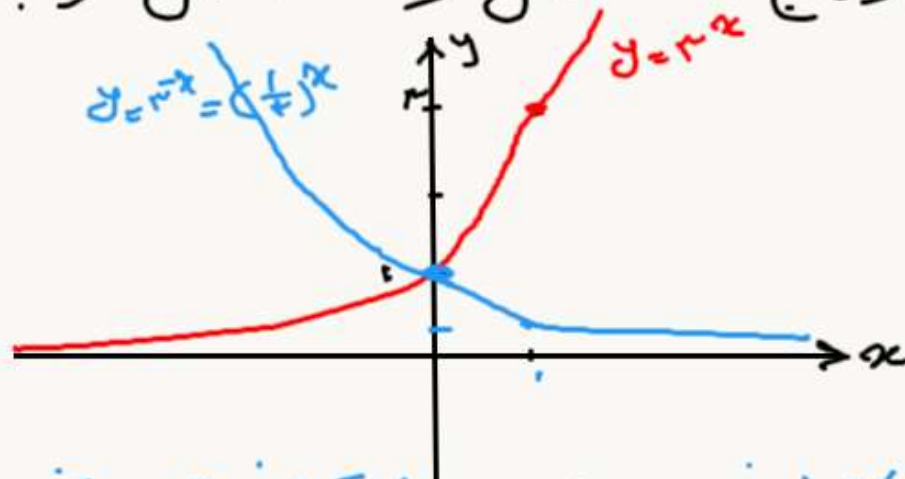
گزینه: ج

$$\frac{1}{2^{4x+2}} = 2^{-12} \Rightarrow (2^2)^{2x+2} = (2^2)^{-6}$$
$$2^{4x+2} = 2^{-12} \Rightarrow 4x+2 = -12 \Rightarrow 4x = -14 \Rightarrow x = -\frac{14}{4}$$

مزبان حبیبی



مکزیں: کفدار دوتا بچ $y = 3^x$ و $y = 3^{-x}$ را با هم مقایسه کنید.



کفدار دوتا بچ لیجے، محور و حاکم ترینه کنند.

مزبان حبیبی



نتیجه: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد
تابع $y = a^x$ و $y = a^{-x}$ نسبت به محور y متقارنند

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

حسب نیاز

۱

۵۰

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضی دوازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



صفحه ۱۰۴ کتاب روی همی ۲

تمرین

۱ کدام یک از ضابطه های زیر مربوط به یک تابع نمایی است؟

الف) $y = 2x^2 - 3x + 1$ \times ب) $y = x^2$ \times پ) $y = (0/1)^x$ \checkmark

ت) $y = (\frac{3}{2})^x$ \checkmark ث) $y - 3x = 2$ \times ج) $y = \sqrt{x-1}$ \times

۲ کدام یک از نقاط زیر، روی نمودار تابع با ضابطه $y = 3^x$ قرار دارند؟

\times الف) $(1, 0)$ $f(1) = 3$	\times ت) $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$ $f(\sqrt{3}) = 3^{\sqrt{3}}$
\times ب) $(3, 1)$ $f(3) = 3^3 = 27$	\checkmark ث) $(1, 3)$ $f(1) = 3^1 = 3$
\checkmark پ) $(0, 1)$ $f(0) = 3^0 = 1$	\checkmark ج) $(-1, \frac{1}{3})$ $f(-1) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

پیدی

بزه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



۳ کدام گزاره صحیح است؟

الف) نقطه $(\frac{1}{5}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع با ضابطه $y = 5^x$ قرار دارد. ✓

$$f\left(\frac{1}{5}\right) = 5^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{5}$$

ب) محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 10^x$ با محور y ها، نقطه $(0, 10)$ است. ✗

$$(10, 0) \Rightarrow 10^0 = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \text{خوردن ها}$$

پ) دامنه توابع با ضابطه های $y = 2^x$ و $y = x^2$ مساوی اند. ✓

$$D_x = D_{y_2} = \mathbb{R}$$

ت) محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 6^x$ با محور x ها، نقطه $(6, 0)$ است. ✗

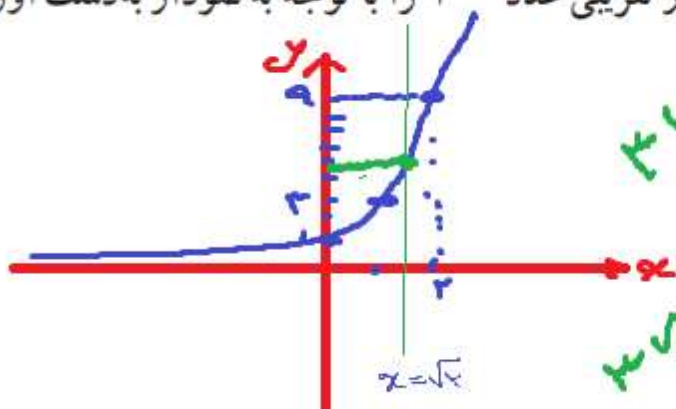
$$\text{ممکن است } 6^x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \text{خوردن ها}$$

پپی

جزوه های آموزشی، ریاضی دوازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



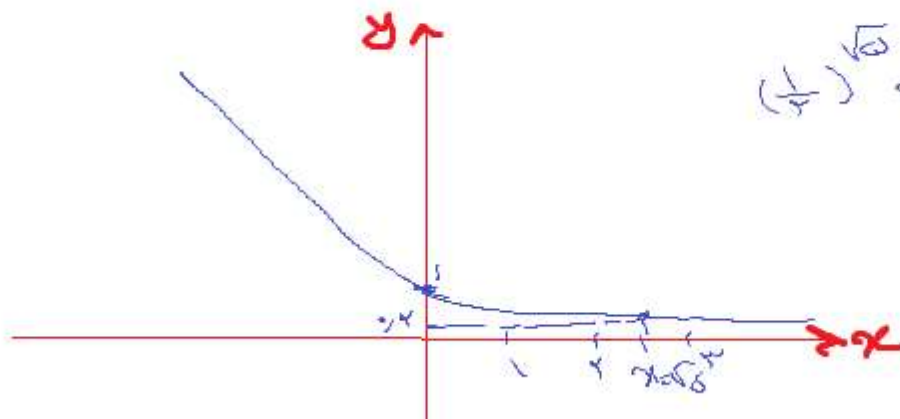
۴ الف) نمودار تابع با ضابطه $y = 3^x$ را رسم کنید و مقدار تقریبی عدد $3^{\sqrt{4}}$ را با توجه به نمودار به دست آورید.



$$3^{\sqrt{4}} \approx 4.5$$

مقدار تقریبی: $3^{\sqrt{4}} \approx 4.5$

ب) نمودار تابع با ضابطه $y = (\frac{1}{4})^x$ را رسم کنید و مقدار تقریبی $(\frac{1}{4})^{\sqrt{5}}$ را با توجه به نمودار به دست آورید.



$$(\frac{1}{4})^{\sqrt{5}} \approx \frac{1}{5} = 0.2$$

مقدار تقریبی: $(\frac{1}{4})^{\sqrt{5}} \approx \frac{1}{5} = 0.2$

بزه های آموزشی، ریاضی دوازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

۵ فرض کنیم $f(x) = 3^x$ ، $g(x) = (\frac{1}{16})^x$ و $h(x) = 10^x$ ، مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $f(3) = 3^3 = 27$

ب) $g(-1) = (\frac{1}{16})^{-1} = 16^1 = 16$

پ) $h(-2) = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضی دوازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

۶ معادلات نمایی زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } 2^{3n-2} = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5} \Rightarrow 3n-2 = -5$$

$$\Rightarrow 3n = -3 \Rightarrow n = -1$$

$$\text{ب) } 9^{2y-3} = 27^{y+1} \Rightarrow (3^2)^{2y-3} = (3^3)^{y+1} \Rightarrow 3^{4y-6} = 3^{3y+3}$$

$$4y-6 = 3y+3 \Rightarrow 4y-3y = 9 \Rightarrow y = 9$$

$$\text{پ) } 4^{2x+2} = \frac{1}{64} \Rightarrow (2^2)^{2x+2} = (2^{-4})^1 \Rightarrow 2^{4x+4} = 2^{-4}$$

$$4x+4 = -4 \Rightarrow 4x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\text{ت) } 9^x = 3^{x^2-4x} \Rightarrow (3^2)^x = 3^{x^2-4x} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2-4x}$$

$$2x = x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$$





بنا کردی : توابع گویایی :

اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، $f(x) = a^x$ توابع گویایی

را یک تابع گویایی می گویند .

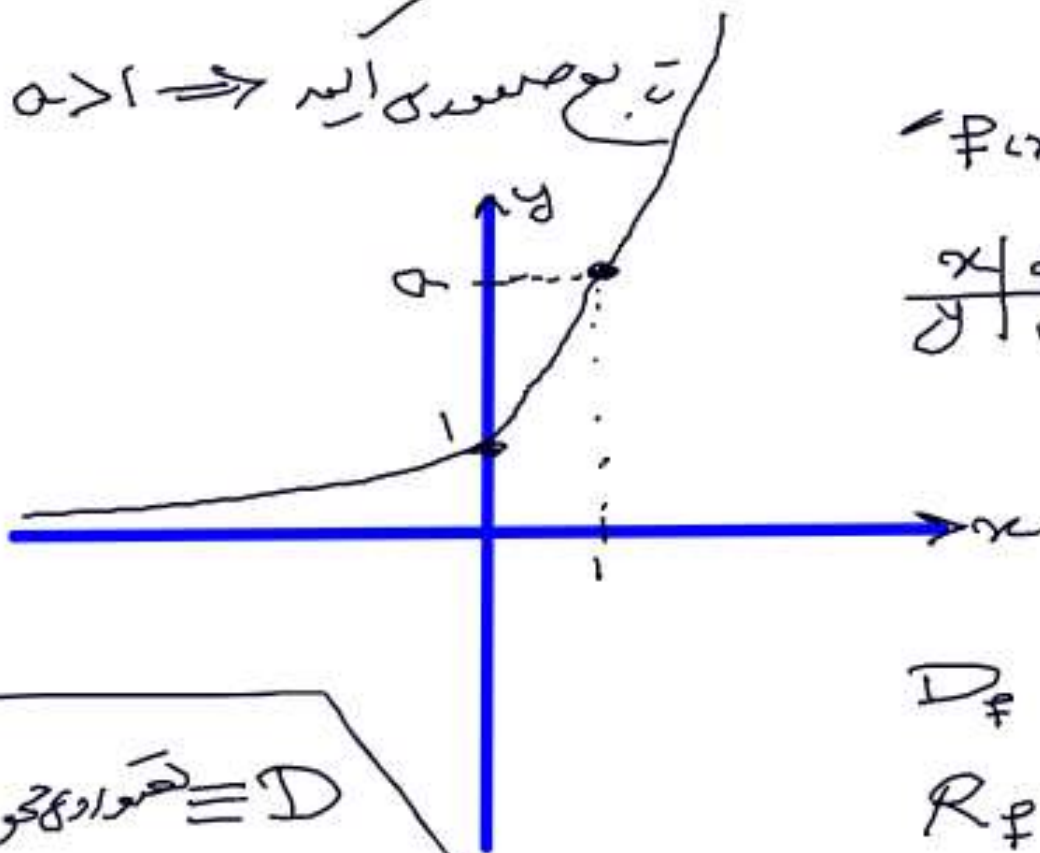
۱ = $a = 1 \Rightarrow f(x) = 1^x = 1 \Rightarrow$ تابع ثابت است

۲ = $a = 0 \Rightarrow f(x) = 0^x = 0 \Rightarrow$ در \mathbb{R} تابع ثابت است

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \Rightarrow \text{دو بر دندار}$$



توجه داشته باشید $\Rightarrow a > 1$



$D_f = \text{تعداد اعداد حقیقی}$
 $R_f = \text{تعداد اعداد صحیح}$

نکته:

$$f(x) = a^x$$

x	0	1
y	1	a

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}^+$$



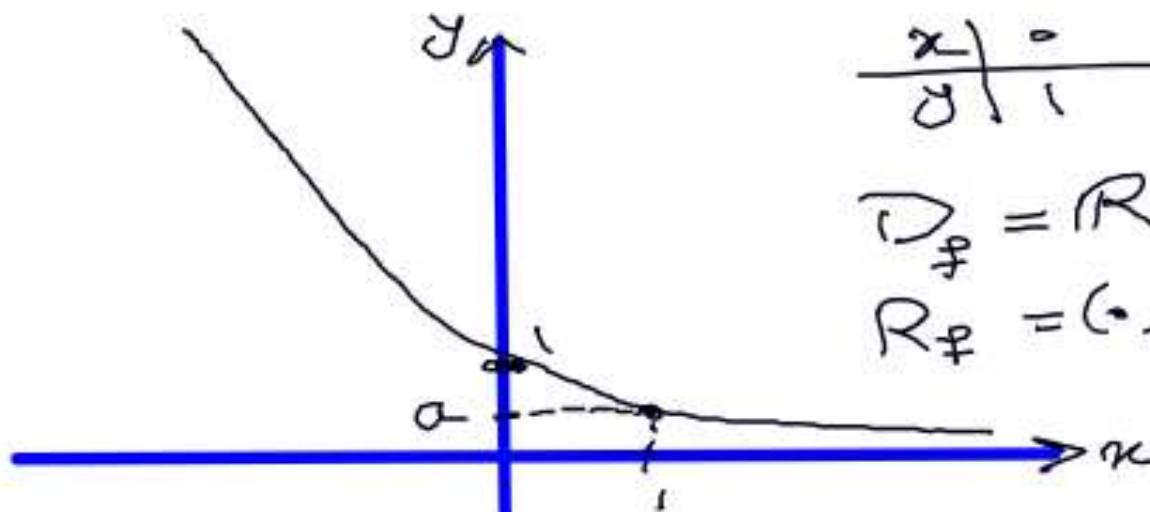
۴) $0 < a < 1 \Rightarrow$ تابع نزولی است

$$f(x) = a^x$$

x	0	1
$f(x)$	1	a

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (0, \infty)$$



توجه: کوزار تابع نزولی است $y = a^x$ در بالا محور مختصات قرار دارد

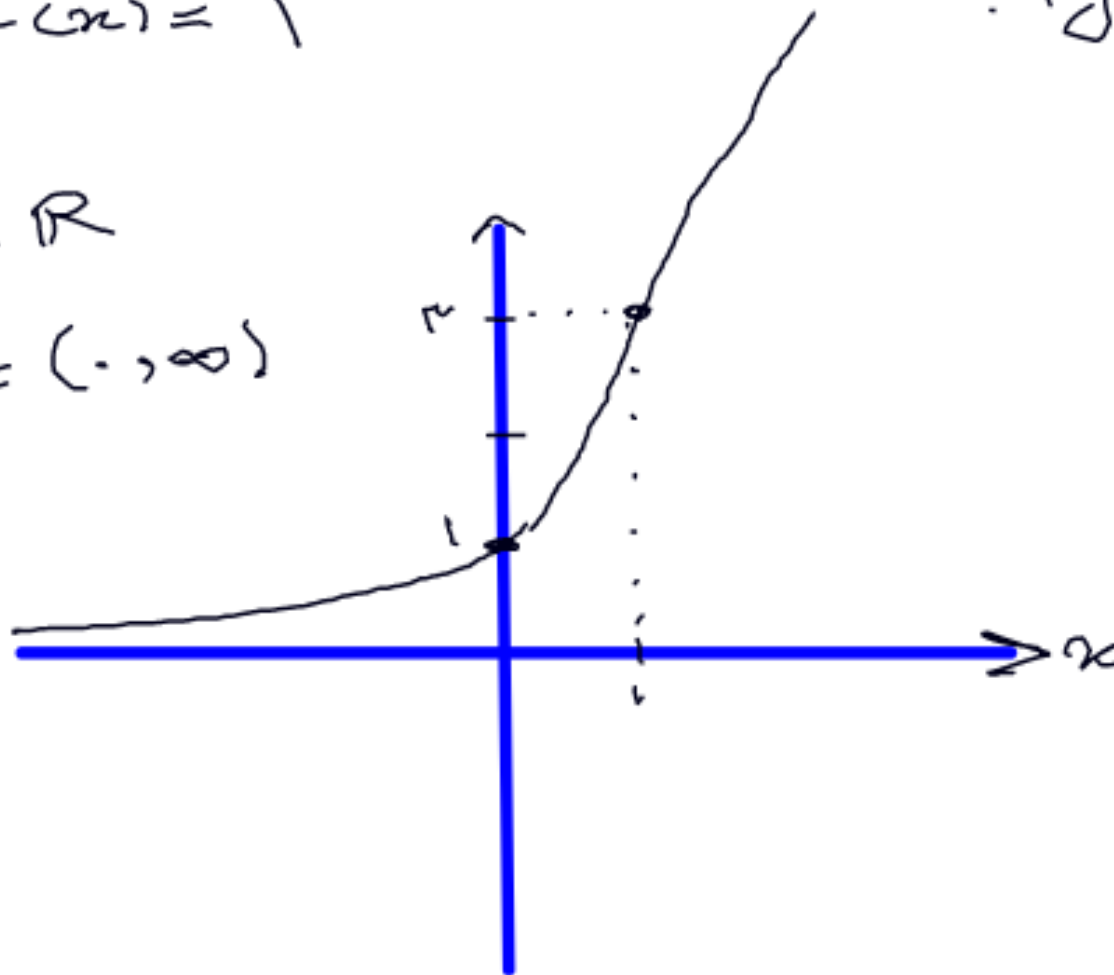


$$f(x) = x^2$$

شکل ۱:

$$D_f = \mathbb{R}$$

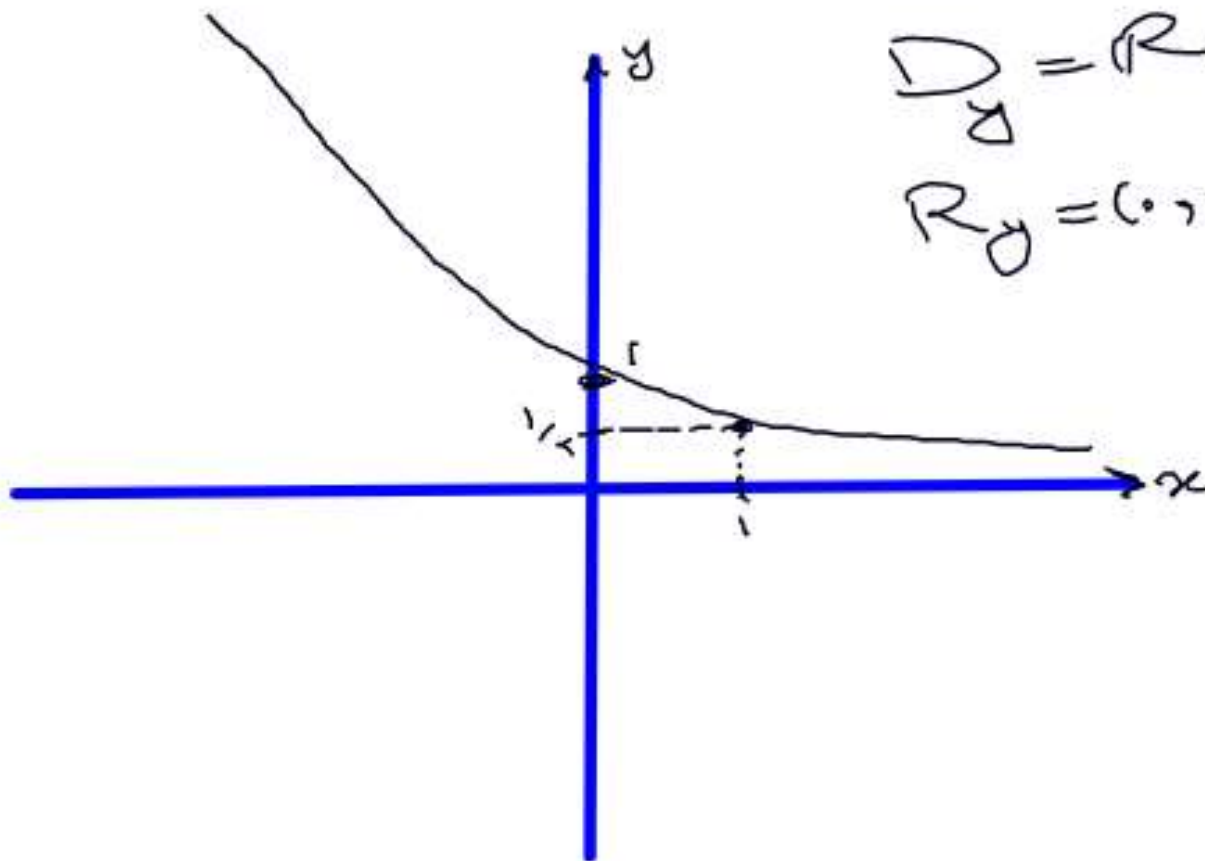
$$R_f = (-, \infty)$$





$$y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$$

مثال ۲:



$$D_y = \mathbb{R}$$

$$R_y = (0, \infty)$$

بزوه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

$$f(x) = 2^{-x}$$

مثال ۳:

$$y = 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

همه نمودار تابع $y = 2^{-x}$ است.



بزوه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

$$f(x) = 2^{-x}$$

مثال ۳:

$$y = 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

همه نمودار تابع $y = 2^{-x}$ است.



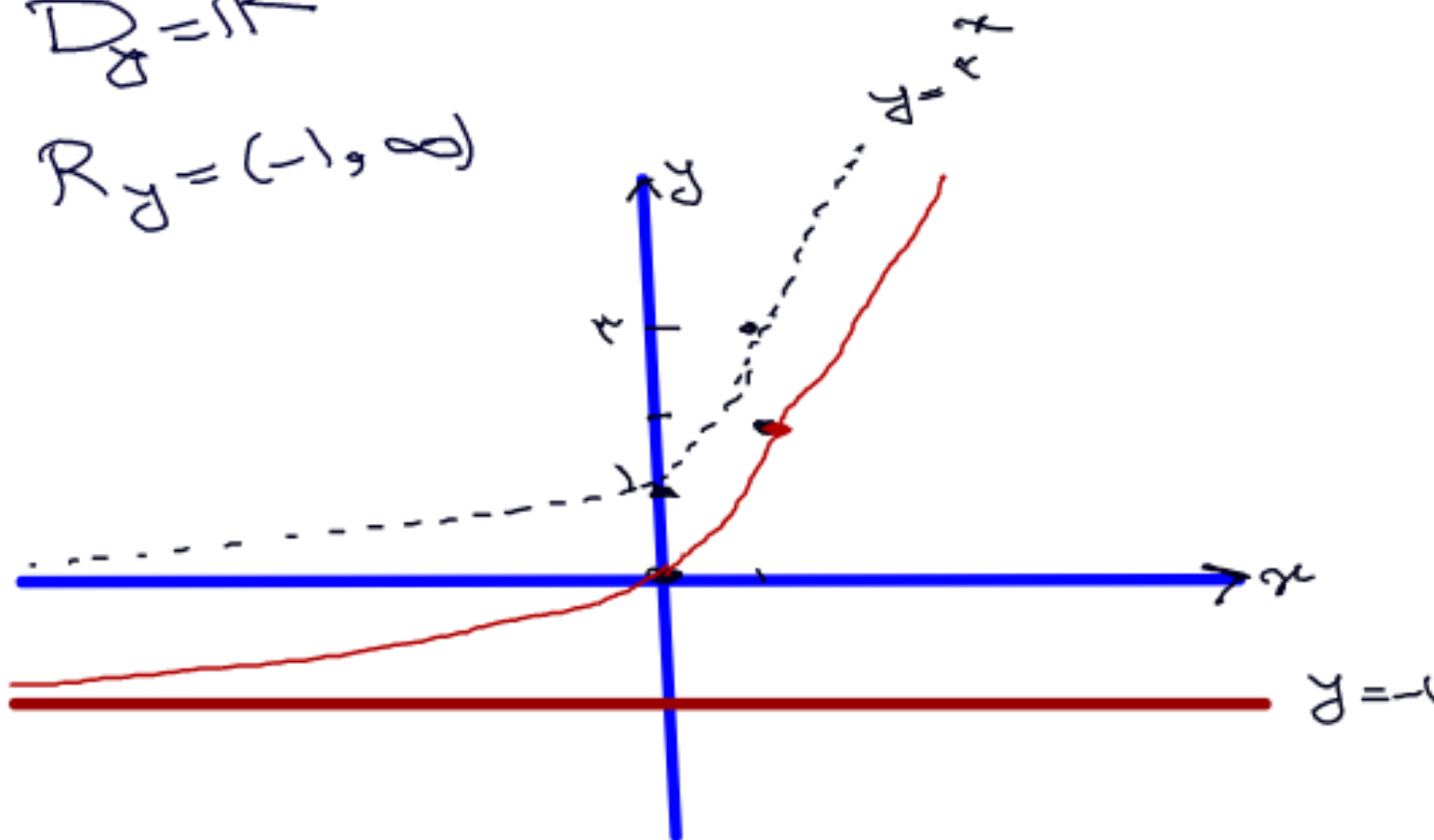
بزوہ های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

$$y = e^x - 1$$

سؤال ۴ :

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (-1, \infty)$$





تمرین: آرد $f(x) = \left(\frac{2a+1}{a-1}\right)^x$ یک تابع گزافه است؛ شرایط آن

حداقل a را بیابید.

$$\frac{2a+1}{a-1} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a+1 > 0, & a-1 > 0 \\ 2a+1 < 0, & a-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > -1/2, & a > 1 \\ a < -1/2, & a < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a > 1 \text{ و } a < -1/2 \quad \checkmark \checkmark$$

$$\frac{2a+1}{a-1} \neq 1 \Rightarrow 2a+1 \neq a-1 \Rightarrow \boxed{a \neq -2} \quad \checkmark$$

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: آرد تابع $f(x) = \left(\frac{1}{x-2}\right)^x$ ، به گامی؛ $\frac{1}{2}$

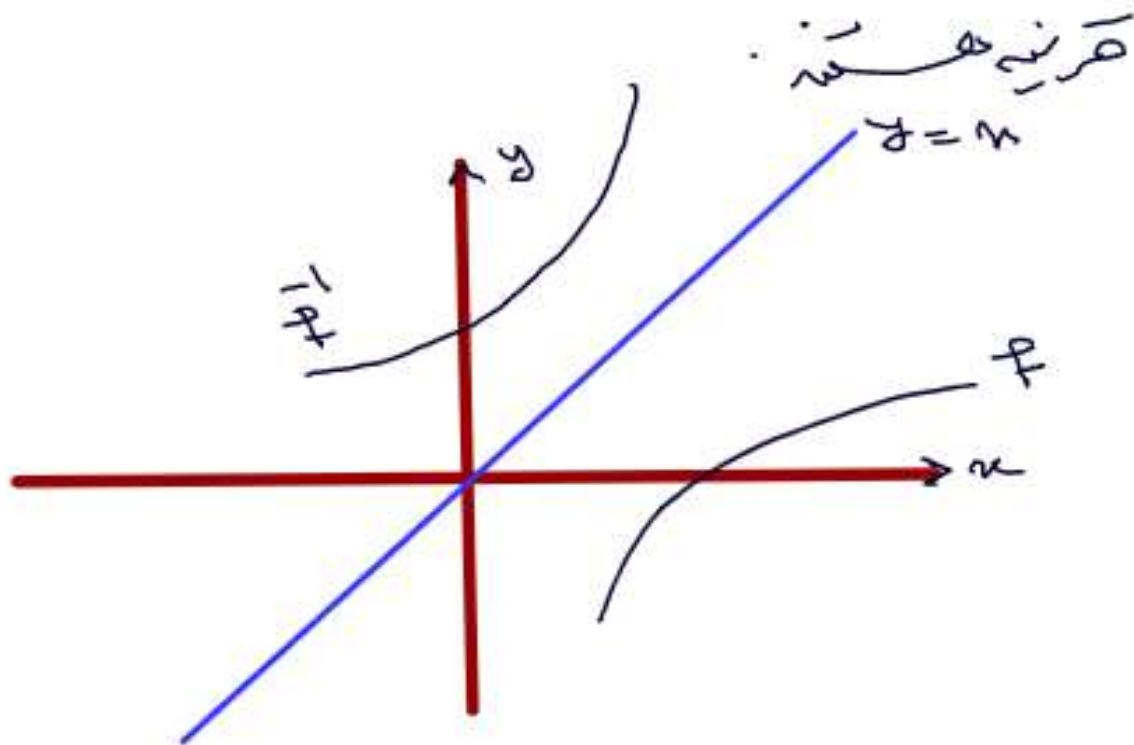
صده رایبید .

اکتوبر



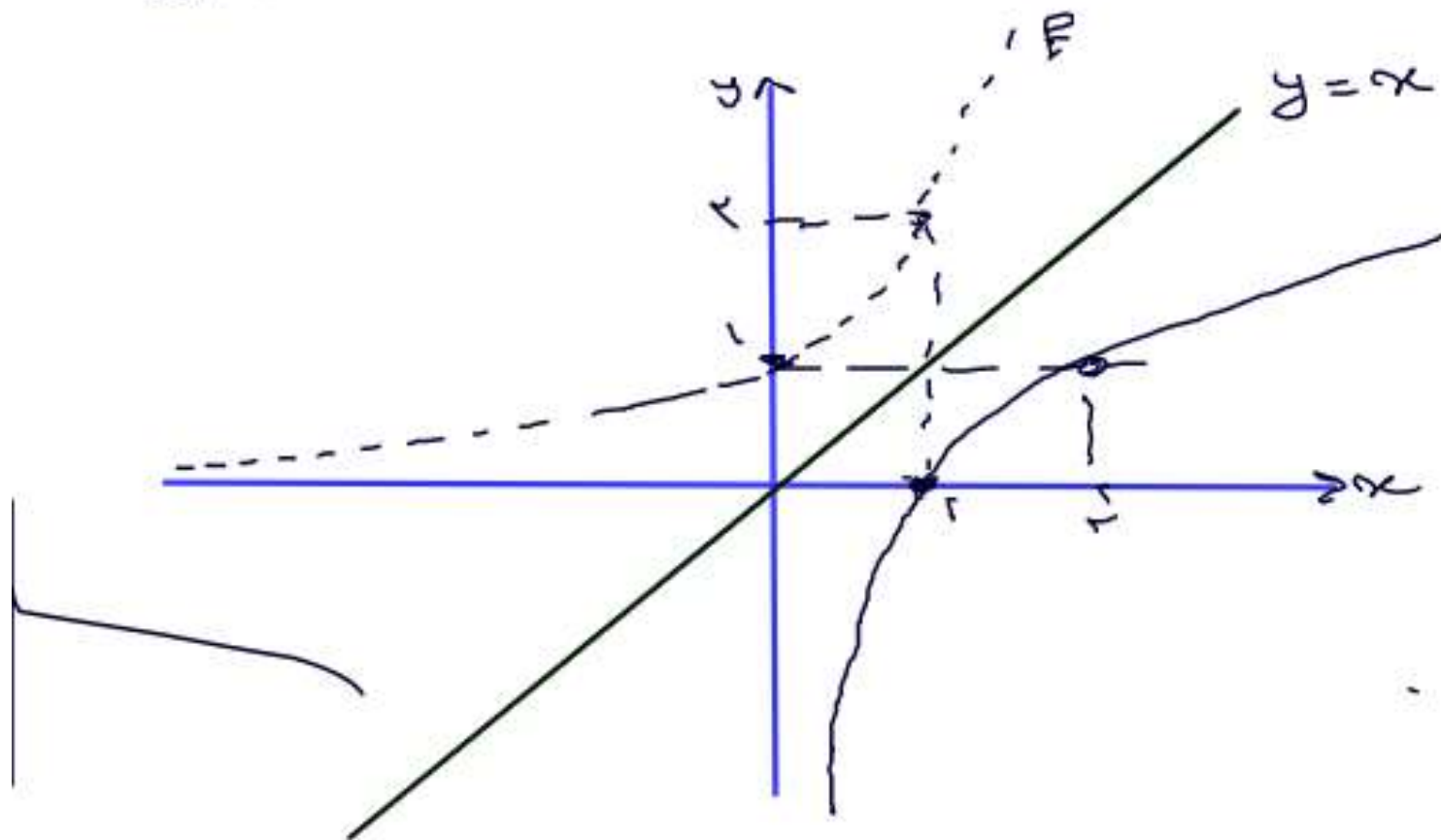
تذکر: آر F و F^{-1} دو تابع وارون هستند.

مقدار F^{-1} نسبت به خط $y=x$ (خط یکنواختی) متقارن است.





عکس: نمودار تابع دایره‌تایج $f(x) = 2^x$ را رسم کنید.





تعریف: لگاریتم (log)

اگر $a > 0, a \neq 1$ و $a^b = c$ ، آنگاه b را

لگاریتم عدد c در صیقل a می گویند و می نویسیم

$$\log_a c = b$$

$$a^b = c \iff \log_a c = b, a > 0, a \neq 1$$



$$x^a = x^b \Rightarrow \log_x x^a = \log_x x^b = a$$

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a} = \frac{1}{x^a} \Rightarrow \log_x \left(\frac{1}{x^a}\right) = -a$$

$$x^0 = 1 \Rightarrow \log_x 1 = 0$$

$$x^1 = x \Rightarrow \log_x x = 1$$



تابع لگاریتمی:

اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد آنگاه تابع

$f(x) = \log_a x$ را یک تابع لگاریتمی می گویند.

مبنای $a = e$

$$\log_a x = y \iff a^y = x$$

تعریف:



گذرد تابع لگاریتمی:

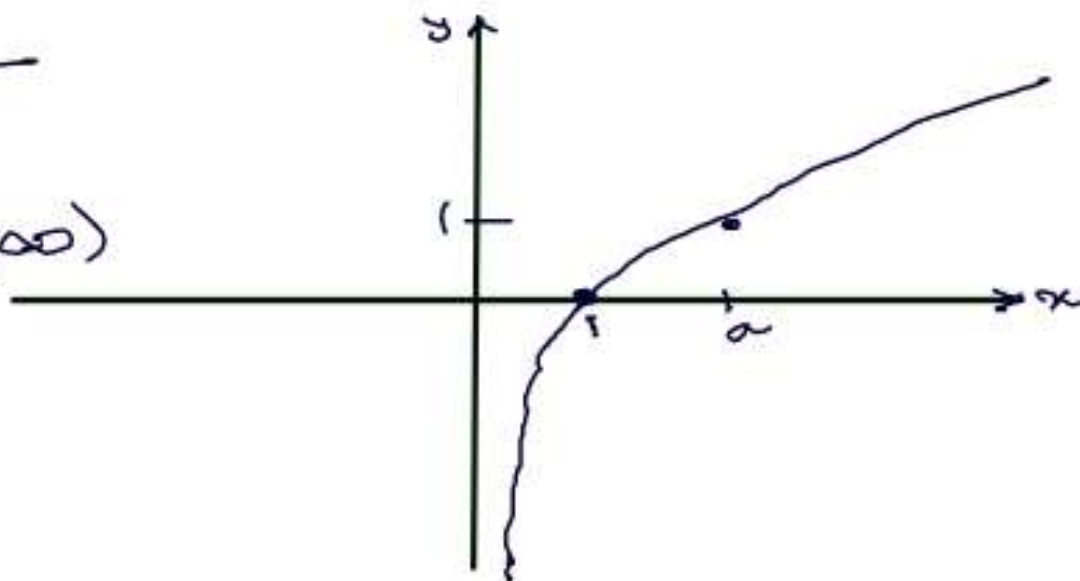
$$y = f(x) = \log_a x$$

تابع صعودی است $\Rightarrow a > 1$

x/a	1
y	0

$$D_f = (0, \infty)$$

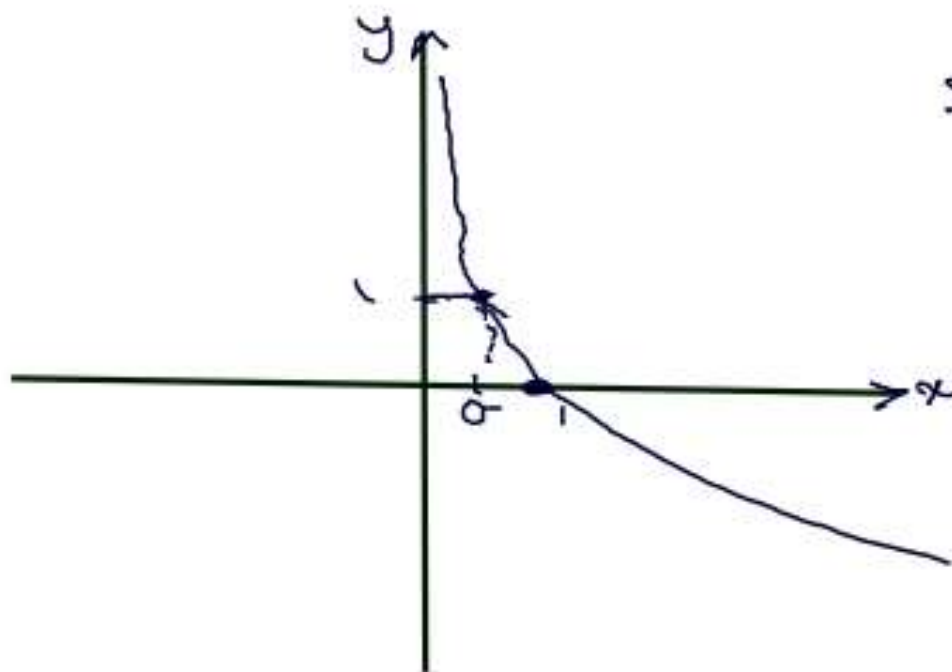
$$R = \mathbb{R}$$





تابع مترونی اریتر $\Rightarrow 0 < a < 1$ ۲)

$$y = f(x) = \log_a x$$



$$\frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \frac{0}{0} = 1$$

$$D_f = (0, \infty)$$

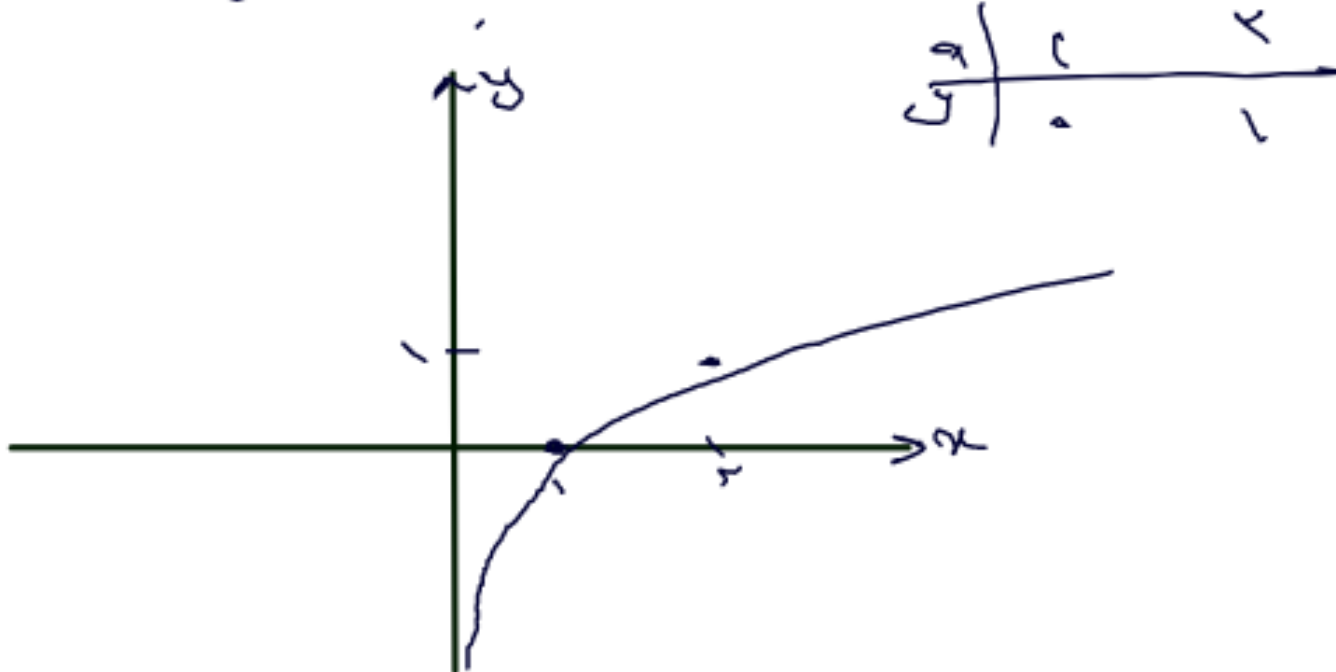
$$R_f = \mathbb{R}$$

بزوہ های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



سؤال:

$$y = \log_2 x$$



بزوه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



پیام
دکتر مزبان حبیبی

41 www.mezbanhabibi.ir +989176193511



مکملین ۱: به کمک تعریف لگاریتم حاصل عبارت زیر را بنویسید.

نیز از آنجا که $a^b = c, a > 0, a \neq 1 \Leftrightarrow \log_a c = b$

پس $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right) =$ را بنویسید.

$$2^{-5} = \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{32} \Rightarrow \log_2 \left(\frac{1}{32}\right) = -5$$

پس $\log_2 1 = 0$

$$2^0 = 1 = 2^0$$



$$e) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{14} = ? = t$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a^{\frac{3}{3}} \quad ; \quad \log_a a = c \Rightarrow b^c = a$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{14} = t \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^t = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^t = \sqrt{\frac{14}{2}}$$

$$\Rightarrow \left(2^{-\frac{1}{2}} \right)^t = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^{\frac{t}{2}}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow t = \frac{1/2}{1/2} = 1/2$$



مکملین: به این تعریف داریم حاصل $\sqrt[4]{9}$ و $\sqrt{25}$ را بیابید.

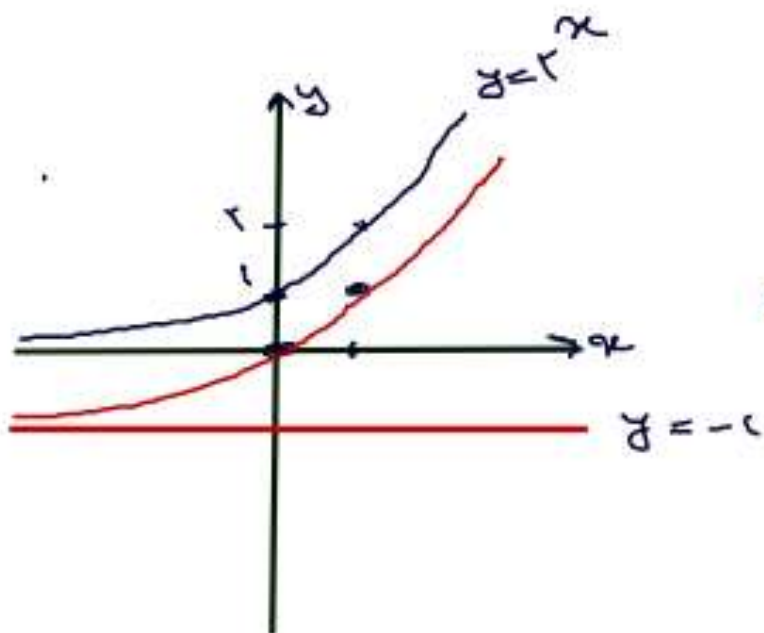
$$\left(a^b = c \Rightarrow \sqrt[b]{a} = c, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \right)$$

تکلیف

نگوشین ۲: خود را رعایت دیر رسم کنید.

$$y = 2^x - 1$$

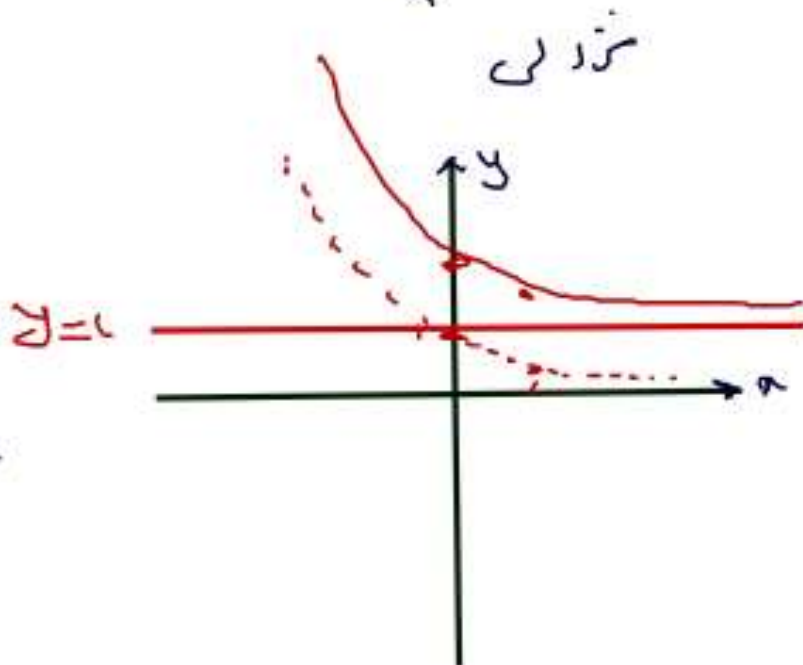
طالع



$$y = 3^{-x} + 1$$

$$3^{-x} = \frac{1}{3^x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

نزاد

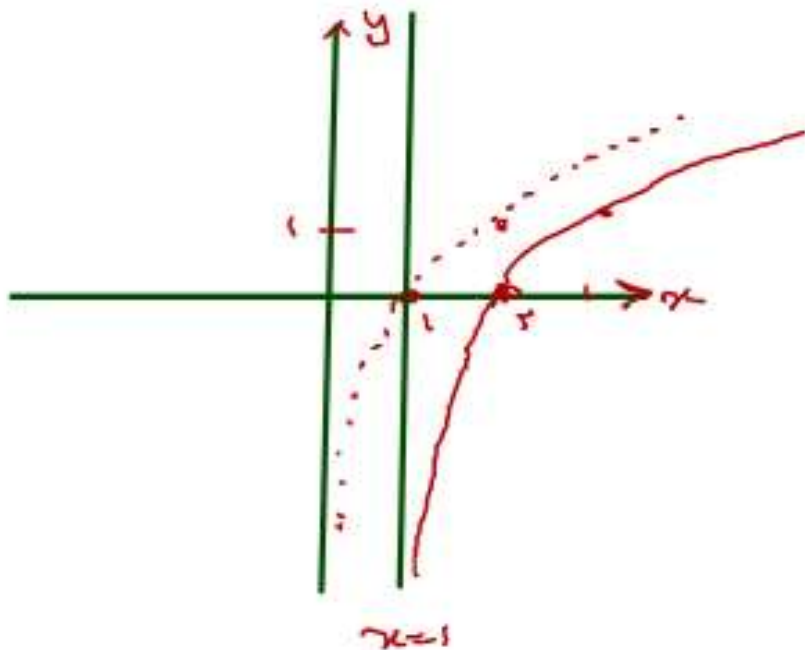




$$ع) \quad y = \log_{\nu}(x-1)$$

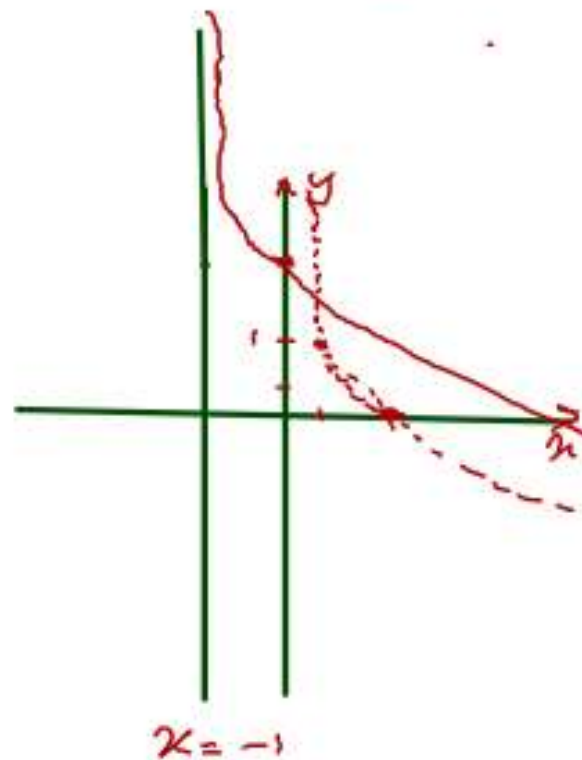
صوری $\nu > 1$

$x=1 \Rightarrow x=1$



$$ع) \quad y = \log_{\nu}(x+1) + \nu$$

نوع $\nu < 1$





نکته ۳: خط $y=1$ کف در تابع $f(x) = (1/2)^x$ را قطع می کند



$$(1/2)^x = 1$$

$$(1/2)^x = 1$$

$$(1/2)^x = 1 \Rightarrow (2^{-1})^x = 1$$

$$\Rightarrow 2^{-x} = 1 \Rightarrow -x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

نقطه برخورد $A(0, 1)$

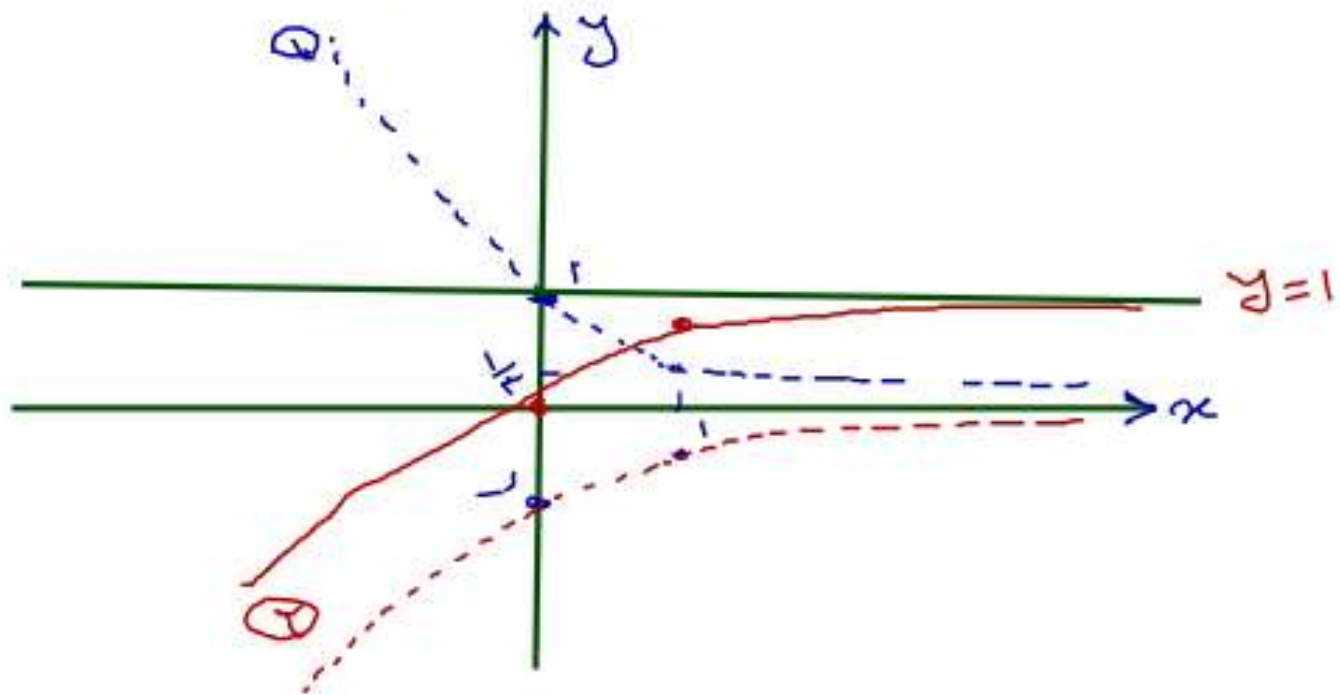
$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$



گرسین: کوزدایه بچ $f(x) = -x^{-2} + 1$ را رسم کنید

$$-x^{-2} = -\frac{1}{x^2} = -\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 \rightarrow -\left(\frac{1}{x}\right)^2 \Rightarrow -\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1$$



بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



حَدَثِ بِنَاكِي

بَابِ



معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

۱ $\log_5 x = 3 \Rightarrow 5^3 = x \Rightarrow 125 = x$

۲ $\log_7(2x+1) = 3 \Rightarrow 2x+1 = 7^3 \Rightarrow 2x+1 = 343 \Rightarrow 2x = 342 \Rightarrow x = \frac{171}{1}$

۳ $\log_7(x+1) + \log_7(x+4) = 2 \Rightarrow \log_7(x+1)(x+4) = 2 \Rightarrow (x^2 + 5x + 4) = 49$

$x^2 + 5x = 45 \Rightarrow x(x+5) = 45$

$\begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$

۴ $\log_7 243 = 2x+1 \Rightarrow 7^{2x+1} = 243 \Rightarrow 7^{2x+1} = 3^5 \Rightarrow 2x+1 = 5 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

۵ $\log_7(x-1) = 4 \Rightarrow x-1 = 7^4 \Rightarrow x = 7^4 + 1 = 2402$

۶ $\log(x) - \log(x-3) = 1 \Rightarrow \log \frac{x}{x-3} = 1 \Rightarrow \frac{x}{x-3} = 10 \Rightarrow 10(x-3) = x \Rightarrow 10x - 30 = x \Rightarrow 9x = 30 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$

$10x - 30 = x \Rightarrow 9x = 30 \Rightarrow x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

۷ $2 \log_7(x-1) = 3 \Rightarrow \log_7(x-1)^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow (x-1)^2 = 7^{\frac{3}{2}} = 7^1 \cdot 7^{\frac{1}{2}} = 7\sqrt{7} \Rightarrow x-1 = \sqrt{7\sqrt{7}} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{7\sqrt{7}}$



صفحه ۱۱۳ کتاب روش ۲

تمرین

۱ تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف) $\log_c abd = \log_c a + \log_c b + \log_c d$ ($c \neq 1$) و a و b و c و d اعداد حقیقی مثبت اند

$$\log_c a = m, \log_c b = n, \log_c d = p \Rightarrow a = c^m, b = c^n, d = c^p$$

$$\log_c abd = \log_c c^m \cdot c^n \cdot c^p = \log_c c^{m+n+p} = m+n+p = \log_c a + \log_c b + \log_c d$$

ب) $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ (b و $c \neq 1$) و a و b و c اعداد حقیقی مثبت اند

$$\log_b a = \log_{c^n} c^m = \frac{m}{n} \log_c c = \frac{m}{n} = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

پ) $a^{\log_a b} = b$ ($a \neq 1$) و a و b اعداد حقیقی مثبت اند

$$\log_a b = m \Rightarrow a^m = b \Rightarrow a^{\log_a b} = b$$

ت) $\log_b a \times \log_a b = 1$

$$\log_b a = m \Rightarrow a = b^m \Rightarrow a^{\frac{1}{m}} = b \Rightarrow \log_a b = \frac{1}{m}$$

$$\log_b a \times \log_a b = m \times \frac{1}{m} = 1$$

بزه های آموزشی، ریاضی دوازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



۲ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \log_v \sqrt[5]{49} = \log_v \sqrt[5]{v^2} = \log_v v^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$$

$$\text{ب) } \log_3 27^{\frac{1}{2}} = \log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{پ) } -\log_5 125 = -\log_5 5^3 = -3$$

$$\text{ت) } 3 \log_1 \sqrt{1000} = 3 \log_1 \sqrt{10^3} = 3 \log_1 10^{\frac{3}{2}} = 3 \left(\frac{3}{2} \right) = \frac{9}{2}$$

۳ اگر $f(x) = 3 - 2 \log_4 \left(\frac{x}{4} - 5 \right)$ مقدار $f(42)$ را به دست آورید.

$$\begin{aligned} f(42) &= 3 - 2 \log_4 \left(\frac{42}{4} - 5 \right) = 3 - 2 \log_4 12 \\ &= 3 - 2(2) = 3 - 4 = -1 \end{aligned}$$

حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



۴ الف) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(2, 2)$ عبور کند، مقدار a را به دست آورید.

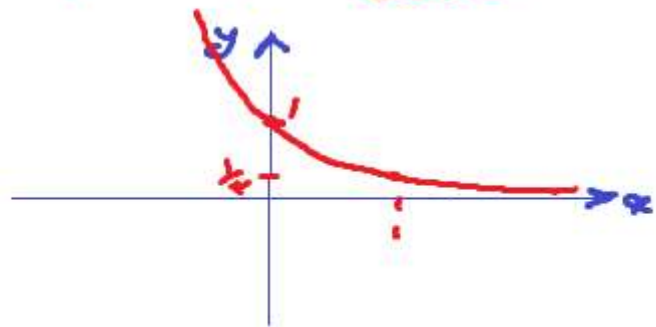
$$f(2) = 2 \Rightarrow \log_a 2 = 2 \Rightarrow 2 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

ب) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{4}, -4)$ عبور کند، مقدار a چند است؟

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = -4 \Rightarrow \log_a\left(\frac{1}{4}\right) = -4 \Rightarrow a^{-4} = \frac{1}{4} \Rightarrow a^4 = 2 \Rightarrow a = \sqrt[4]{2}$$

۵ نمودار تابع با ضابطه $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ را رسم کنید.

نزدیک آید $\rightarrow 0 < a = \frac{1}{3} < 1$



مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضی دوازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



۶ کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) اگر $y = \log_a x$ ، آنگاه $a^x = y$ ($a^0 = x$)

ب) نمودار تابع با ضابطه $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) از نقطه $(1, 0)$ عبور می کند. ✓

پ) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی شود. ✓

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

۷ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_r(p^2 - 2) = \log_r p$

$$p^2 - 2 = p \Rightarrow p^2 - p - 2 = 0 \Rightarrow (p - 2)(p + 1) = 0$$

$$\begin{cases} p - 2 = 0 \Rightarrow p = 2 \quad \checkmark \\ p + 1 = 0 \Rightarrow p = -1 \quad \times \end{cases}$$

ب) $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = 1$

$$\log_5(x+1)(x-1) = 1 \Rightarrow \log_5(x^2 - 1) = 1$$

$$x^2 - 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \quad \checkmark \\ x = -\sqrt{6} \quad \times \end{cases}$$

مزبان حبیبی



بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

پ) $3 \log_4 a - \log_4 5 = \log_4 25$

$$\log_4 a^3 - \log_4 5 = \log_4 25 \Rightarrow \log_4 \left(\frac{a^3}{5}\right) = \log_4 25$$

$$\frac{a^3}{5} = 25 \Rightarrow a^3 = 125 \Rightarrow a = \sqrt[3]{125} = 5$$

ت) $\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 21) = -2$

$$\begin{aligned} x^2 - 21 &= \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} \Rightarrow x^2 - 21 = 10^2 \Rightarrow x^2 - 21 = 100 \\ \Rightarrow x^2 &= 100 + 21 \Rightarrow x^2 = 121 \Rightarrow \begin{cases} x = 11 & \checkmark \\ x = -11 & \checkmark \end{cases} \end{aligned}$$

حبیبی



بزوه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکترزبان حبیبی



کتاب ب ریاضی ۲

صفحه

کار در کلاس

زلزله ۳۱ خرداد سال ۱۳۶۹ رودبار - منجیل به بزرگی ۷/۴ ریشتر در ساعت سی دقیقه بامداد رخ داد. مقدار انرژی آزاد شده در این زلزله را محاسبه کنید.

بزرگی زلزله: M انرژی آزاد شده: E

$$\log E = 11.8 + 1.5 M = 11.8 + 1.5(7.4) = 22.9$$

$$\Rightarrow E = 10^{22.9} \approx 10^{22} \times 10^{0.9} = 10^{22} \times 10^{0.9}$$

تقریباً ده برابر انرژی آزاد شده در زلزله بم

مبانی

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

موضوع:

دیگرگی های تصدیق و معادله های

سلام - وقت بخیر

۱۵ شهریور - یازدهم تجربی ۲

بیرسده ن خورسندون یک از

کتابت و بنام گمن نود و نه رهن ۹:۳۰

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



$$a > 0, a \neq 1$$

دیرگاری گاریم :

عاری : تعریف :

$$a^b = c, a > 0, a \neq 1 \iff \log_a c = b$$

$$1) \quad a^0 = 1 \iff \log_a 1 = 0$$

توجه : گاریم عاری در مبنای هر عددی ، به شرط تعریف ، برابر صواب .

مبانی



مثال:

$$\log_5 1 = 0$$

$$\log_{10} 1 = 0$$

$$\log_a 1 = 0 \text{ هر اعداد}$$

$$\log_{\left(\frac{1}{a}\right)} 1 = 0$$

مزبان حبیبی



$$۲) \quad a^1 = a \Rightarrow \log_a a = 1$$

یعنی: گوییم هر عدد حقیقی مثبت به جز یک، در مبنا یا خورش، برابر یک است.

$$\log_5 5 = 1 \quad , \quad \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{7} = 1$$

$$\log_{\left(\frac{4}{5}\right)} \left(\frac{4}{5}\right) = 1 \quad , \quad \log_1 1 = \text{وجود ندارد}$$

مزبان حبیبی



$$۳) \log_a a^n = n$$

$$(\log_a a^n = n)$$

$$\text{مثال: } \log_4 4^5 = 5, \log_{(1/2)} (1/2)^2 = 2, \log_{(1/2)} (1/2)^{11} = 11$$

$$\log_1 1^7 = \text{تعریف نشده}$$

مزبان حبیبی



$$f) \log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

اثبات: فرض کنیم $\log_a x = m$ و $\log_a y = n$ داریم

$$\left. \begin{array}{l} \log_a x = m \implies a^m = x \\ \log_a y = n \implies a^n = y \end{array} \right\} \implies x \cdot y = a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\log_a x \cdot y \stackrel{\text{①}}{=} \log_a a^{m+n} = m+n = \log_a x + \log_a y \quad \blacksquare$$

مزبان حبیبی



$$\text{ساخته: } \log_5 4 = \log_5 2 \times 2 = \log_5 2 + \log_5 2$$

$$\log_4 (x+2) + \log_4 (x-1) = \log_4 (x+2) \cdot (x-1)$$

$$\log 7 + \log 2 = \log 7 \times 2 = \log 21$$

مزبان حبیبی



تمرین: معادله $\log_3(2x+1) + \log_3 5 = 2$ را حل کنید.

$$\log_3(2x+1) + \log_3 5 = 2 \Rightarrow \log_3(10x+5)$$

$$10x+5 = 3^2 \Rightarrow 10x+5=9 \Rightarrow 10x=4 \Rightarrow \boxed{x = \frac{4}{10}}$$

مزبان حبیبی



$$۵) \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

اثبات: فرض کنیم $\log_a x = m$ و $\log_a y = n$ پس:

$$\left. \begin{array}{l} \log_a x = m \Rightarrow a^m = x \\ \log_a y = n \Rightarrow a^n = y \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \ominus$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) \stackrel{\ominus}{=} \log_a a^{m-n} = m - n = \log_a x - \log_a y \quad \blacksquare$$

مزبان حبیبی



مثال: اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ آنوقت $\log 400$ را بیابید.

$$\log 400 = \log 4 \times 10^2 = \log 2 \times 2 \times 10^2$$

$$= \log 2 + \log 2 + \log 10^2 = a + b + 2$$

مزبان حبیبی



$$۴) \log_a \left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a x$$

$$\text{پس با: } \log_a \frac{1}{x} = \log_a 1 - \log_a x = 0 - \log_a x = -\log_a x$$

$$\text{پس با: } \log_2 \frac{1}{8} = -\log_2 8 = -3$$

$$۵) \log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\text{پس با: } \log_2 2^5 = 5 \times \log_2 2$$

مزبان حبیبی



$$n) \log_a x^m = \frac{m}{n} \cdot \log_a x$$

تمرین: تعداد

$$\log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}} \cdot \log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}}$$

$$\log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}} = \log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}} = \log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}} = \log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}} = \frac{\log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}}}{\log_{\sqrt{14}}^{\sqrt{14}}} = \frac{1}{1} = 1$$

مزبان حبیبی



$$n) \log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y} \quad (\text{قاعده تعویض مبنا})$$

اثبات به روش (تکلیف)

تمرین:

$$\log_4^7 = \frac{\log_2^7}{\log_2^4} = \frac{\log_2^7 \cdot \log_2^2}{\log_2^4} = \frac{7}{2}$$

تکلیف



$$۹) \log_y x \times \log_z y = \log_z x \quad (\text{قاعده حذف})$$

اثبات: فرض کنیم $\log_z x = m$ و $\log_z y = n$...

.....

مزبان حبیبی



تمرین: معادله های زیر را حل کنید.

$$1) \log_5(x+2) - \log_5(x-1) = \log_5^2 + \log_5^2$$

~~$$\log \frac{x+2}{x-1} = \log^{x+2}$$~~

$$\frac{x+2}{x-1} = \frac{4}{1} \Rightarrow 4x-4 = x+2 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

مزبان حبیبی



$$۲) \log(x-۳) + \log x = 1$$

$$\log(x-۳) \cdot x = 1 \Rightarrow (x-۳) \cdot x = ۱۰$$

$$x^2 - ۳x - ۱۰ = 0 \Rightarrow (x-۵) \cdot (x+۲) = ۰$$

$$\begin{cases} x-۵=0 \Rightarrow x=۵ \quad \checkmark \\ x+۲=0 \Rightarrow x=-۲ \quad \times \end{cases}$$



$$۳) \log y^{\alpha} = \log y^{\alpha} + 1$$

روش اول:

$$\log y^{\alpha^2} = \log y^{\alpha} + \log y^{\alpha}$$

$$\log y^{\alpha^2} = \log y^{2\alpha}$$

$$\alpha^2 = 2\alpha$$

$$\alpha^2 - 2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha - 2) = 0 \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 2 \end{cases}$$

$$\text{روش دوم: } \log y^{\alpha^2} - \log y^{\alpha} = 1$$

$$\Rightarrow \log y^{\alpha^2 / \alpha} = 1$$

$$\xrightarrow{\alpha \neq 0} \log y^{\alpha} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = \alpha' = 2$$

مزبان حبیبی



$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$x = 2 \quad \checkmark$$

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



حسب بنام

۱۰۰

مزبان حبیبی

76 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

+989166161828

www.mezbanhabibi.ir

+989176193511

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

در صانع :

حل بهترین فصل پنج

صمیم
مزبان

سلام ، وقت بخیر

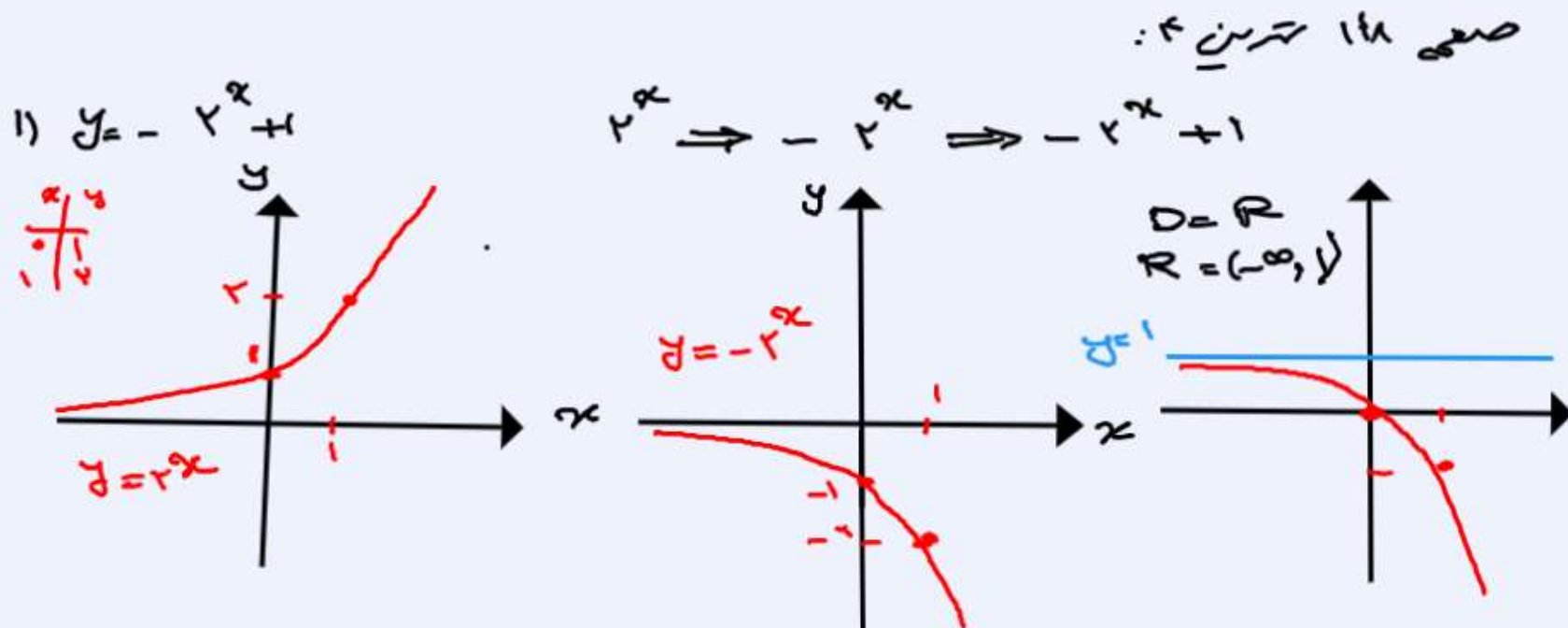
یعنی ۲ - یازدهم تجربی

دبیرستان حذر سندن گسار

کلیه بابت رسوم بجز نوبت و ... ۱۱:۳۰

مزبان

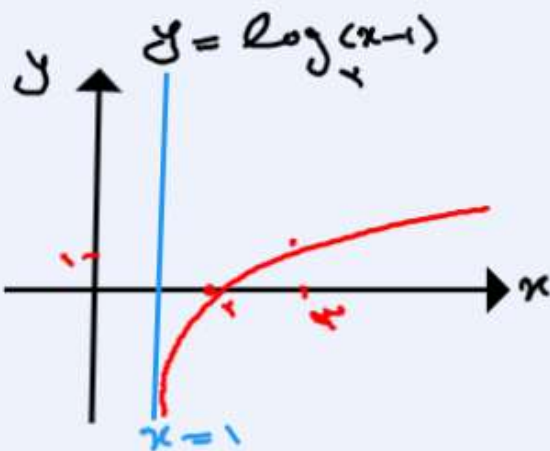
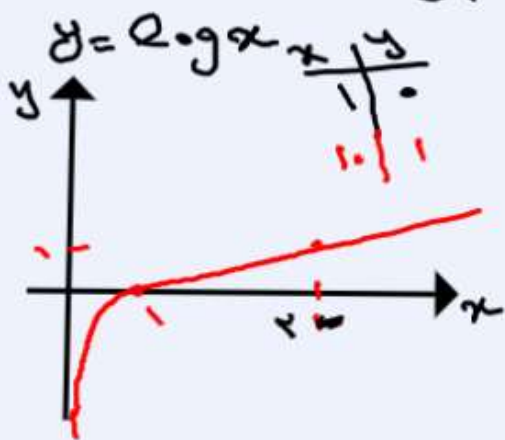
بزوہ های آموزش، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی





صنعت ۱۱۸ هر من ←

$$۲) y = -\log_2(x-1)$$



مزبان حبیبی



صفحه ۱۱۸ از ۱۲۰ :

$$y = 2^{|x|}$$

توجه: هرگاه در ضابطه تابع قدر مطلق، جز در صحنه $y = -1$ وجود داشته باشد، اول باید تطبیق آنرا انجام ندهد.

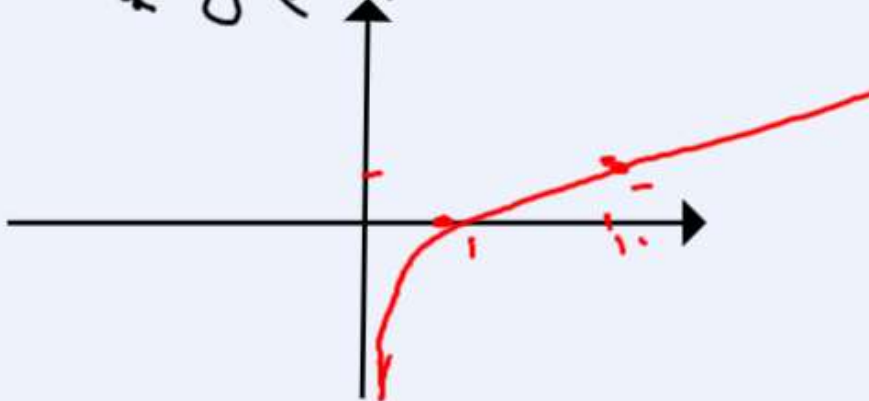
$$y = 2^{|x|} = \begin{cases} 2^x & x > 0 \\ 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x & x < 0 \end{cases}$$



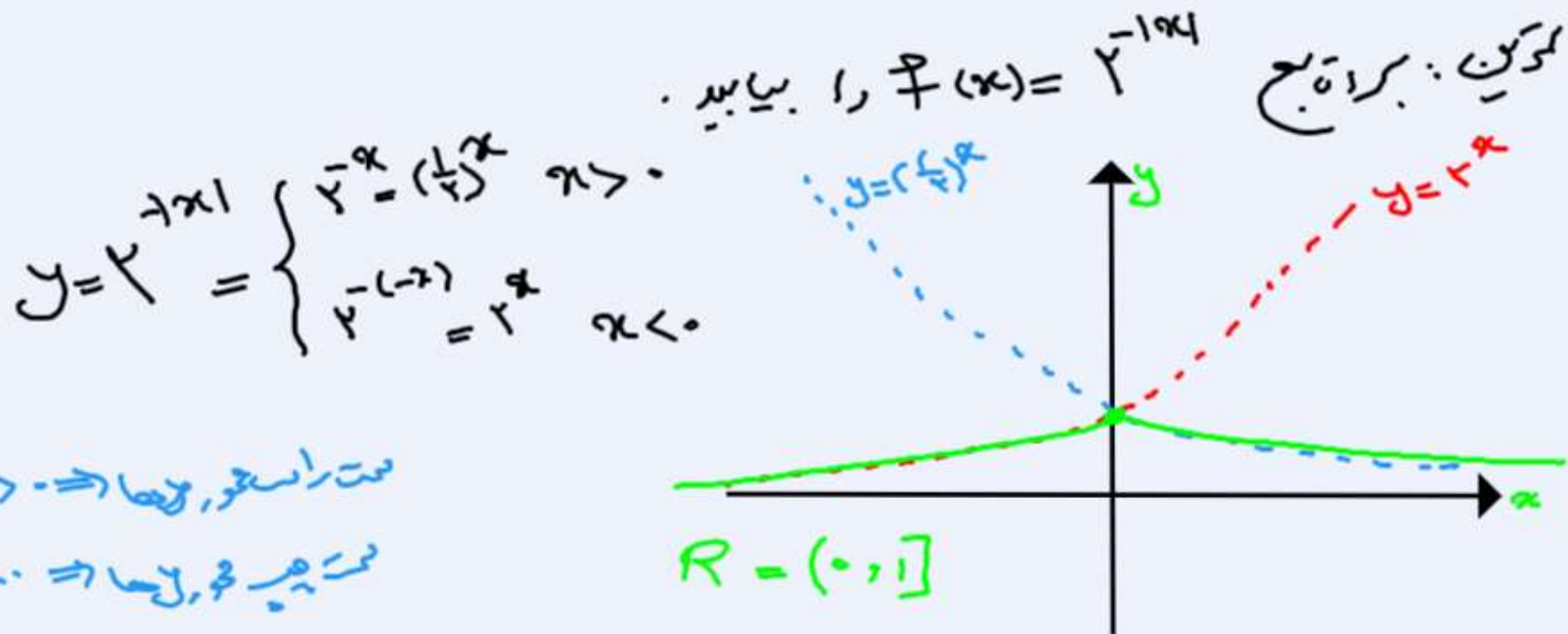
مزبان حبیبی



$$y = \frac{|x|}{x} \cdot \log x = \begin{cases} \frac{x}{x} \log x = \log x & x > 0 \\ -\frac{x}{x} \log x \text{ (دو برابر شده)} & x < 0 \end{cases} \quad \therefore \text{صفت ۱۸ تکرار}$$



مزبان حبیبی





$$\log E = 11,8 + 1,5M \quad \begin{cases} M = \text{تعداد کلاس ها} \\ E = \text{انرژی مصرف شده} \end{cases}$$

$$M = 7,4 \Rightarrow \log E = 11,8 + 1,5(7,4) = 11,8 + 11,1 = 22,9$$

$$\log E = 22,9 \Rightarrow E = 10^{22,9} \approx 8,0 \dots \dots \dots$$

مزبان حبیبی



صنعه ۱۱۴ مترین ۷ :

$$\log_a a - \log_a a = \log_a a$$

$$\log_a a^r - \log_a a = \log_a a^w$$

$$\log_a \left(\frac{a^r}{a}\right) = \log_a a^w \Rightarrow \frac{a^r}{a} = \frac{a^w}{1} \Rightarrow a^{r-1} = a^w \Rightarrow a = 2$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



حضرتی

بیک

مزبان حبیبی

85 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

در صانع :

حل بهترین فصل پنج

صمیم
مزبان

سلام ، وقت بخیر

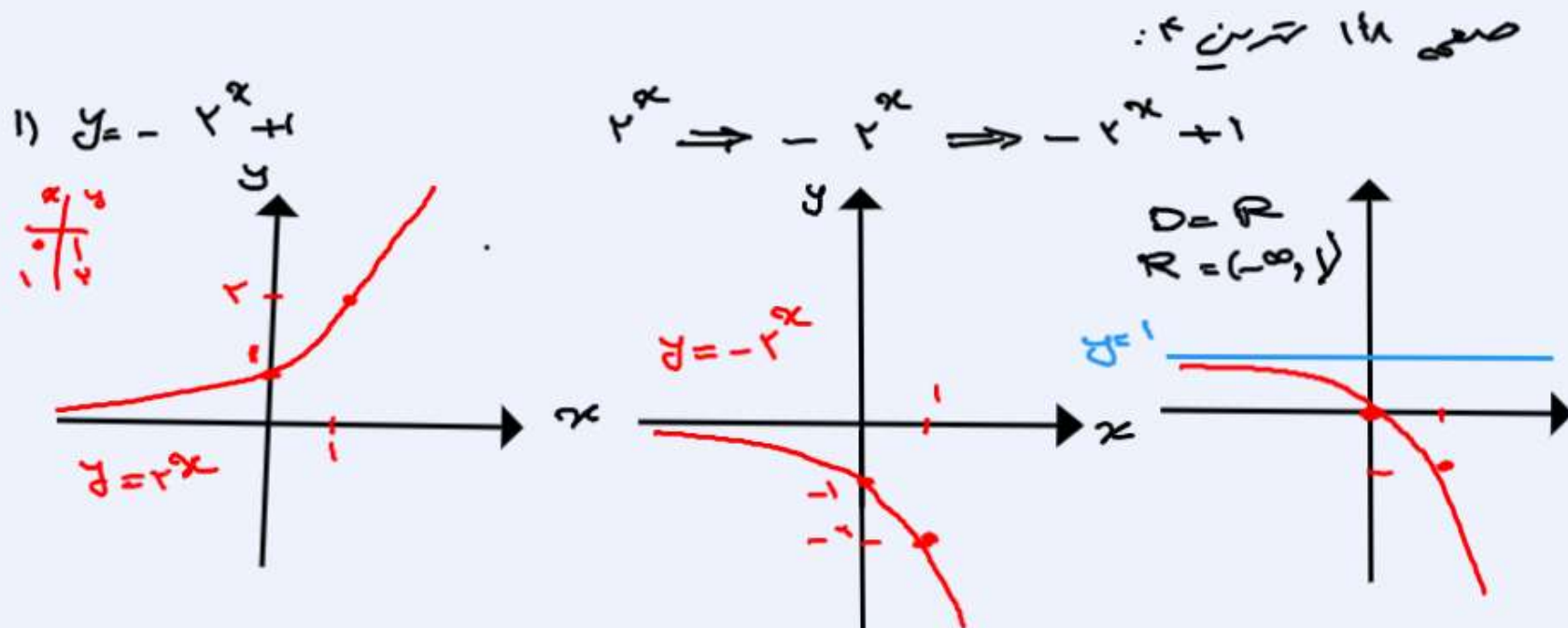
یعنی ۲ - یازدهم تجربی

دبیرستان حذر سندن گسار

کلیه بابت رسوم بجز نوبت و ... ۱۱:۳۰

مزبان

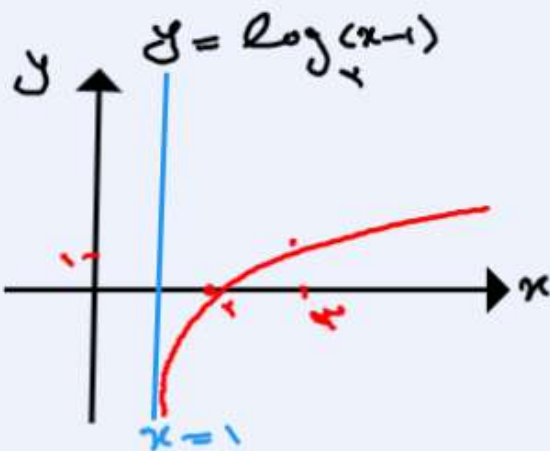
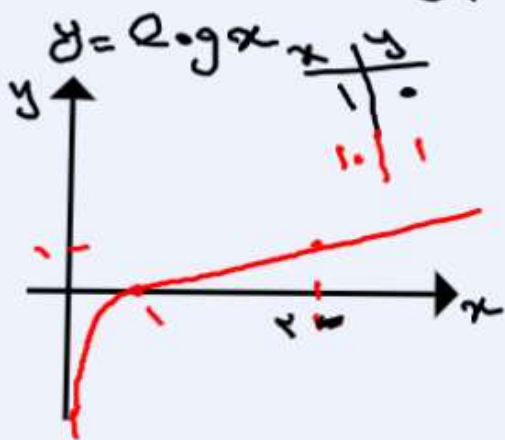
بزوہ های آموزش، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی





صنعت ۱۱۸ هر من ←

$$۲) y = -\log_2(x-1)$$



مزبان حبیبی



صفحه ۱۱۸ از ۱۲۰ :

$$y = 2^{|x|}$$

توجه: هرگاه در ضابطه تابع قدر مطلق، جز در صحنه $y = -1$ وجود داشته باشد، اول باید تطبیق آنرا انجام ندهد.

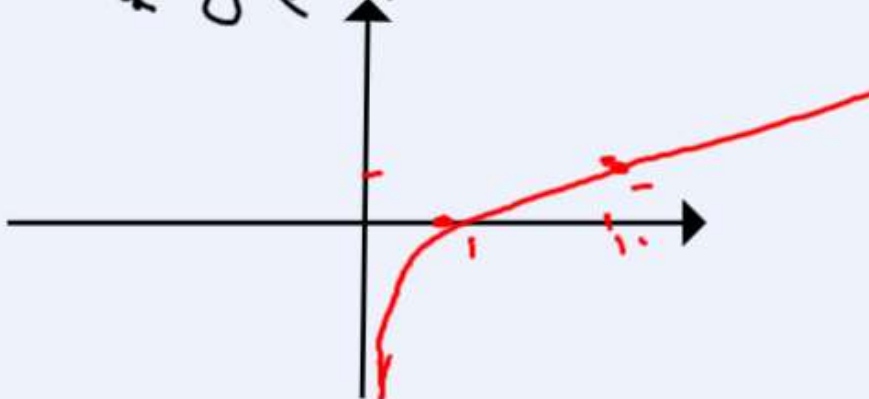
$$y = 2^{|x|} = \begin{cases} 2^x & x > 0 \\ 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x & x < 0 \end{cases}$$



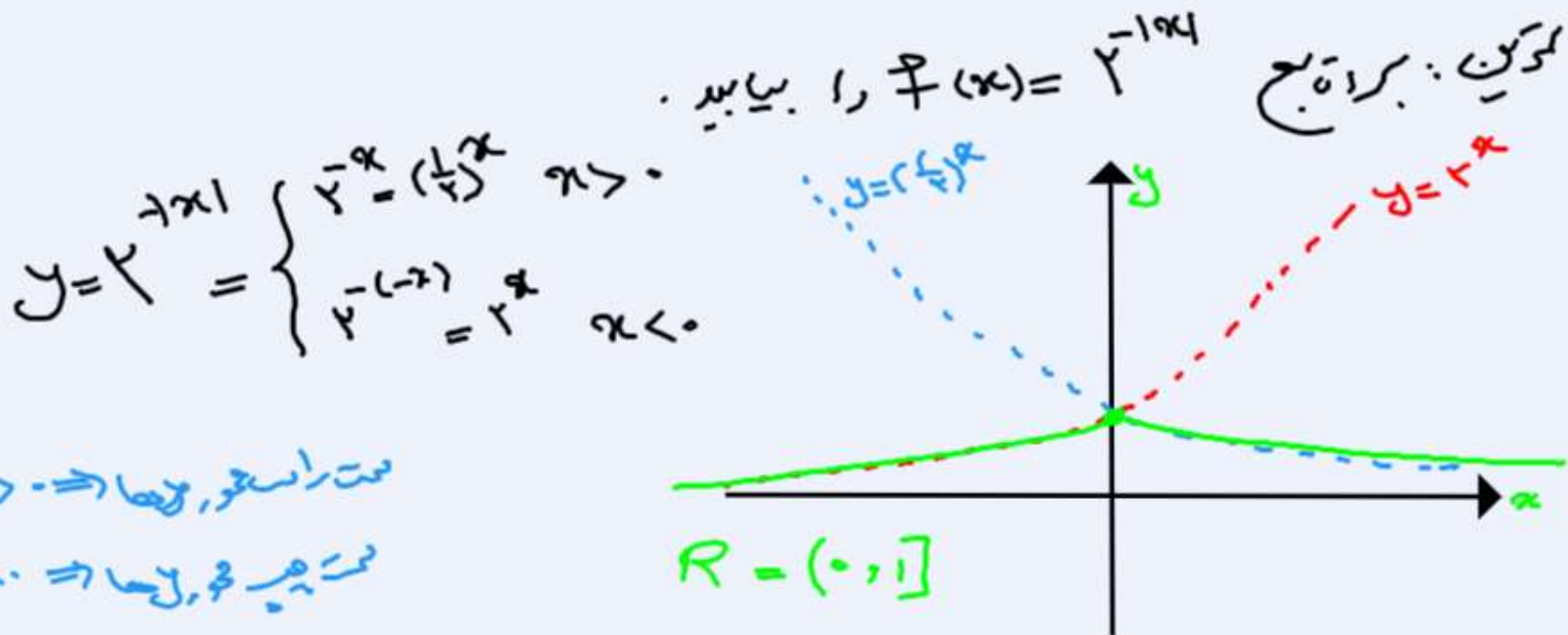
مزبان حبیبی



$$d_x = \frac{|x|}{x} \cdot \log x = \begin{cases} \frac{x}{x} \log x = \log x & x > 0 \\ -\frac{x}{x} \log x \text{ (دو برابر منفی)} & x < 0 \end{cases} \quad \therefore \text{صفت ۱۸ تکرار}$$



مزبان حبیبی





$$\log E = 11,8 + 1,5M \quad \left\{ \begin{array}{l} M = \text{تعداد کلاس صنف ۱۱} \\ E = \text{انرژی آکسیداسیون} \end{array} \right.$$

$$M = 7,4 \Rightarrow \log E = 11,8 + 1,5(7,4) = 11,8 + 11,1 = 22,9$$

$$\log E = 22,9 \Rightarrow E = 10^{22,9} \approx 8,0 \dots \dots \dots$$

مزبان حبیبی



صنعه ۱۱۴ مترین ۷ :

$$\log_a a - \log_a a = \log_a a$$

$$\log_a a^r - \log_a a = \log_a a^w$$

$$\log_a \left(\frac{a^r}{a}\right) = \log_a a^w \Rightarrow \frac{a^r}{a} = \frac{a^w}{1} \Rightarrow a^{r-1} = a^w \Rightarrow a = 2$$

بزوه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



حضرتی

بیک

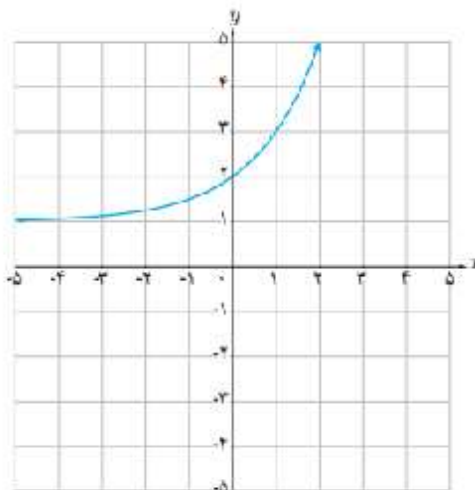
مزبان حبیبی



صحنه ۱۱۶ کتاب درسی ریاضی ۲

تمرین

۱ در دستگاه مختصات روبه‌رو نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{(x-b)}$ رسم شده است. a و b را به دست آورید.



$$f(0) = 2 \Rightarrow a + 2^{-b} = 2$$

$$f(1) = 3 \Rightarrow a + 2^{1-b} = 3$$

$$\begin{cases} a + 2^{-b} = 2 \\ a + 2 \times 2^{-b} = 3 \end{cases} \Rightarrow 2^{-b} = 1$$

$$\Rightarrow b = 0$$

$$a + 2^0 = 2 \Rightarrow a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



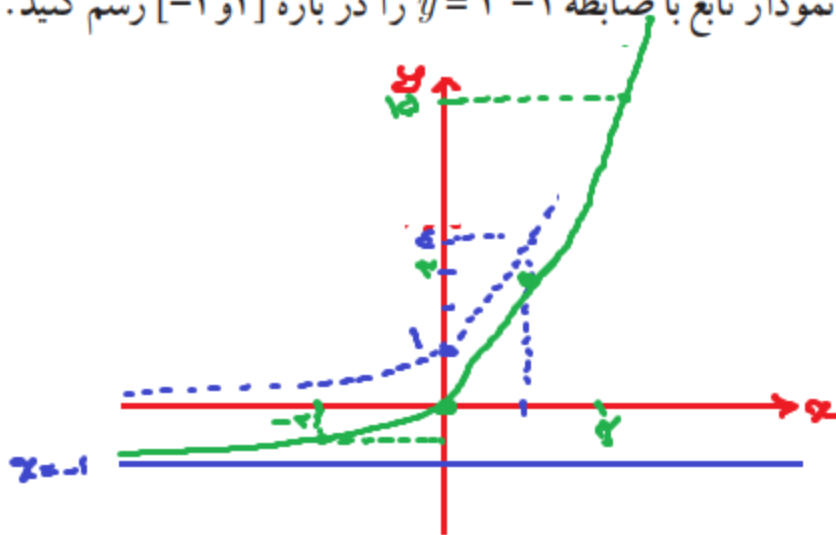
۲ فرض می کنیم $g(x) = 4^x + 2$ (الف) $g(-1)$ را به دست آورید. (ب) اگر $g(x) = 66$ ، مقدار x چقدر است؟

$$\text{الف) } g(-1) = 4^{-1} + 2 = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

$$\text{ب) } g(x) = 66 \Rightarrow 4^x + 2 = 66 \Rightarrow 4^x = 64$$

$$4^x = 4^3 \Rightarrow x = 3$$

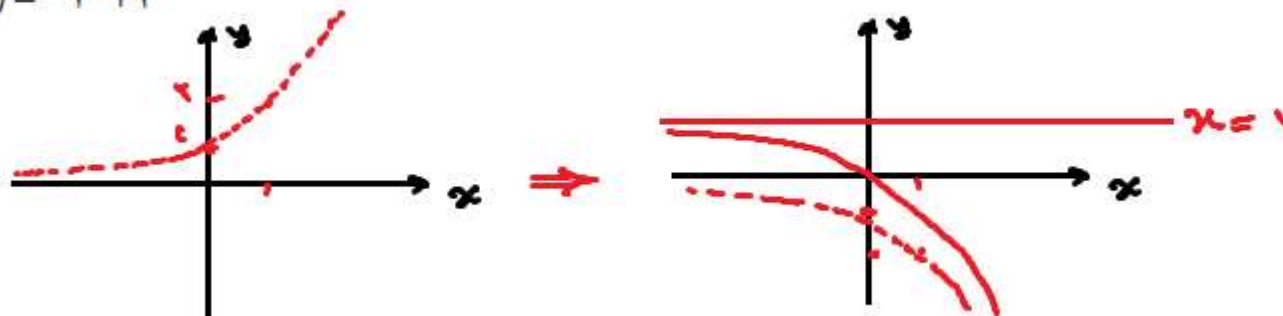
۳ نمودار تابع با ضابطه $y = 4^x - 1$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.



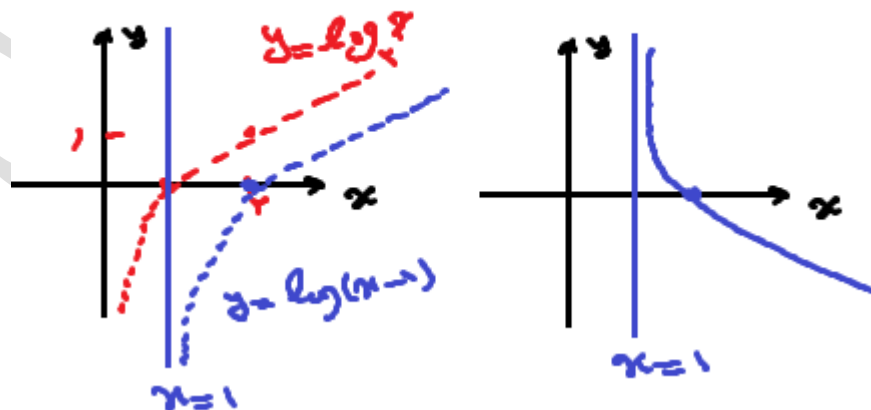
بزه های آموزشی، ریاضی دو یازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی

۴ نمودار توابع با ضابطه های زیر را رسم کنید.

الف) $y = -2^x + 1$



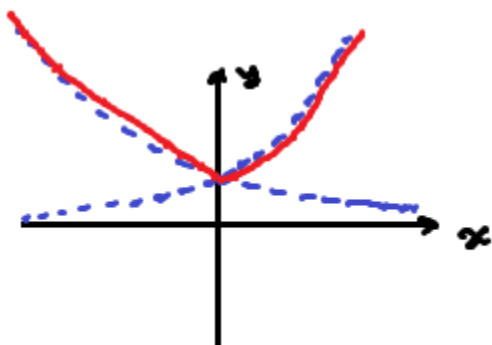
ب) $y = -\log_2(x - 1)$



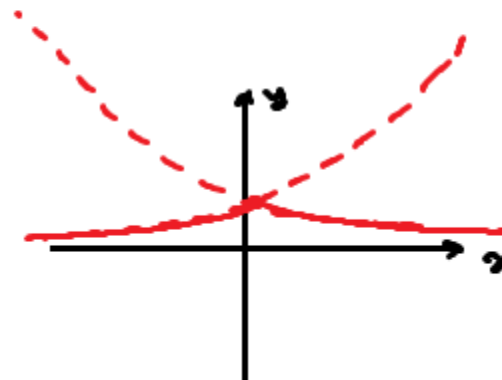
بزه های آموزشی، ریاضی دویازدهم تجربی، دکتر مزبان حبیبی



پ) $y = 2^{|x|} = \begin{cases} 2^x, & x > 0 \\ 2^{-x} = (\frac{1}{2})^x, & x < 0 \end{cases}$



$y = 2^{-|x|} = \begin{cases} 2^{-x}, & x > 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$



ت) $y = \frac{|x|}{x} \log x = \begin{cases} \log x, & x > 0 \\ \text{تعریف نشده}, & x < 0 \end{cases}$



پپی