

جزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیدی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: **مزبان حمیدی**

موضوع: **تدریس و حل تمرینات فصل اول، جبر و معادله - حسابان یک یازدهم ریاضی**



رابطه های:

درباره حسابانی:

$$A: a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

$$1) a_{n+1} - a_n = d \quad \text{فقدان}$$

$$2) a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$3) a_m - a_n = (m-n)d \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a_m - a_n}{m-n} = d$$

$$4) n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

$$5) \underbrace{a_1, \dots, a_m, b}_{m \text{ عدد}} \Rightarrow d = \frac{b-a}{m+1}$$



سند S_n مجموع جمله های a_1, a_2, \dots, a_n به سطر اول نگاه

$$\begin{cases} S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n \\ S_n = a_n + \dots + a_2 + a_1 \end{cases}$$

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{n}$$

$$2S_n = n \cdot (a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$



نتیجه

$$S_n = \frac{n (2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d$$

$$S_n = na_1 + (1 + 2 + \dots + (n-1))d$$

تمرین ۱: مجموع اعداد منزه کتر از ۱ تا ۱۰۰ را حساب کنید.

۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۹۹

$$n = 100$$

$$S_{100} = \frac{100 \cdot (a_1 + a_{100})}{2} = \frac{100 \cdot (1 + 99)}{2} = 5000$$

تمرین ۲: مجموع مضارب دو رقمی ۷ را حساب کنید.

۱۴, ۲۱, ..., ۹۸

$$(14 = 2 \times 7, 98 = 14 \times 7)$$

$$a_1 = 14, a_{13} = 98$$

$$S_{13} = \frac{13 \cdot (14 + 98)}{2} = \frac{13 \cdot (112)}{2} = 13 \cdot 56 = 728$$





مدرس ثابت کنند

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a_1 = 1, \quad a_n = n, \quad \text{تعداد} = n$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1+n)}{2} \checkmark$$

تمرین ۴: مجموع همه اعداد زوجی مضرب ۴ را بیابید.

$$12, 16, \dots, 96 \quad (12 = 3 \times 4, \quad 96 = 24 \times 4)$$

$$n = 22, \quad a_1 = 12, \quad a_{22} = 96$$

$$S_n = \frac{22 \times (12 + 96)}{2} = 11 \times 108 = 1188$$



گزینه ۵: ۷ عدد بین ۲۱ و ۴۱ نزدیک است که به ترتیب فاصله از هم دور.
 مجموع این ۹ عدد که ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱ است.

۲۱ — ۲۲ — ۲۳ — ۲۴ — ۲۵ — ۲۶ — ۲۷ — ۲۸ — ۲۹ — ۳۰ — ۳۱ — ۳۲ — ۳۳ — ۳۴ — ۳۵ — ۳۶ — ۳۷ — ۳۸ — ۳۹ — ۴۰ — ۴۱

$$a_1 = 21, a_9 = 41, n = 9$$

$$S_9 = \frac{9 \times (21 + 41)}{2} = 9 \times 31 = 279$$

گزینه ۶: اگر ۲۱ و ۴۵ ترتیب جدید در دو دنباله به ترتیب قرار دهند.

مجموع ۱۰ جمله اول آنرا می‌کنند.
 $a_2 = 21, a_5 = 45$

$$d = \frac{a_5 - a_2}{3} = \frac{45 - 21}{3} = 8 \Rightarrow a_1 = a_2 - d = 21 - 8 = 13$$

$$a_{10} = a_5 + 5d = 45 + 40 = 85$$

$$S_{10} = \frac{10 \cdot (a_1 + a_{10})}{2} = \frac{10 \cdot (13 + 85)}{2} = 10 \times 49 = 490$$



در آکس: دنباله هندسی

$$a: a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$1) \frac{a_{n+1}}{a_n} = r \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

$$2) a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$3) a_m = a_n \times r^{m-n} \quad \frac{a_m}{a_n} = r^{m-n}$$

$$4) n = \log_r \left(\frac{a_n}{a_1} \right) + 1$$

$$5) a_1 \underbrace{\dots}_{n \text{ terms}} b \quad r^n = \frac{b}{a}$$



آر S_n مجموع جمله های دنباله هندسی r است:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$r S_n = r a_1 + r a_2 + \dots + r a_n$$

$$r S_n - S_n = (r a_1 + r a_2 + \dots + r a_n) - (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

$$S_n (r-1) = r a_n - a_1 = r \cdot a_1 r^{n-1} - a_1$$

$$S_n (r-1) = a_1 (r^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} = a_1 \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right)$$

$$S_n = a_1 \left(\frac{1 - r^n}{1 - r} \right)$$

توجه

تمرین: مجموع ۱۰ جمله اول دنباله زیر را بیابید.

۱، ۲، ۴، ۸، ...

$$a_1 = 1, \quad r = \frac{2}{1} = 2$$

$$S_n = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1} = \frac{1 \times (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

تمرین: مجموع ۱۰ جمله اول دنباله زیر را بیابید:

۱۰، ۵، $\frac{5}{4}$ ، ...

$$a_1 = 10, \quad r = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$S_{10} = a_1 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 10 \times \frac{1 - \frac{1}{1024}}{\frac{1}{2}} = 20 \left(\frac{1023}{1024} \right)$$





$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

کتریں: ثابت کیجئے:

$$a_1 = 1, r = a$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{1(a^n - 1)}{a - 1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

$$a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1})$$

نتیجہ

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^0 + a^1 + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1})$$

نتیجہ

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سری: در دنباله هندسی $a_n = 2^{n-1}$ ، ضدهای اولیته معلوم است
با چه عددی a_n شود؟

1, 2, 4, 8, ...

$a_1 = 1, r = 2$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow 511 = \frac{1(r^n - 1)}{2 - 1} \Rightarrow r^n - 1 = 511$$

$$\Rightarrow r^n = 512 \Rightarrow r^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$$



معادله درجه دوم :

اگر $a \neq 0$ و b, c اعداد حقیقی باشند، $a \neq 0$ معادله

معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را معادله درجه دوم می گویند.

مثال :

$$4x^2 - x - 1 = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$



تذکره: برخی اعداد را هم، بعد از آن که کردن ممکن است

درجه دوم یا کمتر درجه دوم باشند.

$$\text{مثال: } (x+2)^2 - (x-1)^2 = 3x+7$$

$$\cancel{x^2 + 4x + 4} - (\cancel{x^2} - 2x + 1) = 3x + 7$$

$$4x + 3 = 3x + 7$$

$$3x = 4 \quad \checkmark \text{ درجه اول}$$



$$f''(x) = \frac{2x-1}{x+1} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$\therefore (2x-1)(x-1) = (x+2)(x+1)$$

$$2x^2 - 3x + 1 = x^2 + 3x + 2$$

$$2x^2 - 5x - 1 = 0$$

کاربرد ندارد



نوع: $ax^2 + bx + c = 0$

ضرایب a, b, c \Rightarrow

$a \Rightarrow$ ضرایب

نوع: $a \neq 0$

$x \Rightarrow$ مجهول



حل معادله درجه دوم:

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$x = -2 \Rightarrow (-2)^2 - 5(-2) - 14 = 4 + 10 - 14 = 0$$

عدد $x = -2$ جواب معادله $x^2 - 5x - 14 = 0$ است.

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



روش های حل معادله درجه دوم :

۱- تجزیه

۲- روش کیری

۳- مربع کامل کردن

۴- روش حلیم (دلتا)



روش تجزیه :

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4) \cdot (x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x^2 - 3x - 4 = 0 \\ \text{جمع} \quad \text{ضرب} \end{array}$$

$$(-4) + (+1) = -3$$

$$(-4) \times (+1) = -4$$

$$ax - b = 0 \quad \begin{array}{l} a = \dots \\ b = \dots \end{array} \quad : \text{در صورتی}$$



سؤال :

$$x^2 - 81 = 0$$

$$(x - 9) \cdot (x + 9) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9 \\ x + 9 = 0 \Rightarrow x = -9 \end{array} \right.$$



تکامل: معادله زیر را حل کنید

$$\left(\frac{x}{2x+1}\right)^2 + 5\left(\frac{x}{2x+1}\right) + 4 = 0$$

$$\frac{x}{2x+1} = k \Rightarrow \begin{matrix} k^2 & + & 5k & + & 4 & = & 0 \\ \text{مجموع} & & \text{ضرب} & & & & \end{matrix}$$

$$(k+2) \cdot (k+3) = 0 \begin{cases} \rightarrow k+2=0 \Rightarrow k=-2 \checkmark \\ \rightarrow k+3=0 \Rightarrow k=-3 \checkmark \end{cases}$$

$$\frac{x}{2x+1} = -\frac{2}{1} \Rightarrow x = -2(2x+1) \Rightarrow 8x = -2 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{2}{8}}$$

$$\frac{x}{2x+1} = -\frac{2}{1} \Rightarrow x = -2(2x+1) \Rightarrow \sqrt{x} \Rightarrow -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{\sqrt{x}}$$



مکملین: معادله ها را بر پایه روش مجرب حل کنید.

$$\text{الف) } x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x+1}\right) - 2 = 0$$

تکلیف کا

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکملین: معادله ها را بر پایه روش مجرب حل کنید.

$$\text{الف) } x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x+1}\right) - 2 = 0$$

تکلیف کا



ریشه های:

$$b = 0 \Rightarrow a x^2 + c = 0$$

$$a x^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \\ -\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد.} \end{array} \right.$$

$$\text{مثال: } 2x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\text{مثال: } 3x^2 + 5 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -5 \Rightarrow x^2 = \frac{-5}{3}$$

معادله جواب ندارد.



پاسخ:

$$\text{الف) } \sqrt{x^2 - 28} = 0$$

$$\sqrt{x^2} = 28 \Rightarrow x^2 = \frac{28}{1} = 28 \Rightarrow x = \pm \sqrt{28} = \pm 2\sqrt{7}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x^2 + 1} = 0$$

$$\sqrt{x^2} = -1 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{حوا - ندارد.}$$



نکته: اگر مجموعه عددها \emptyset باشد

آنجا عددها $ax^2 + c = 0$ جواب ندارد.

جواب ندارد $5x^2 + 7 = 0$. بنابراین

جواب ندارد $-4x^2 - 1 = 0$



سریع کامل کردن :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

یادگیری :

$$x^2 + mx + \frac{m^2}{4} = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2$$

↓ لغت

$\frac{m}{2}$ $\xrightarrow{\text{تغییر}}$ $\frac{m^2}{4}$

↑

$$\text{مثال: } x^2 + 4x + 9 = (x+3)^2$$

↓ لغت

$+3 \rightarrow 9$



مثال :

$$x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$x^2 - 8x + \frac{16}{3} = 4 + \frac{16}{3}$$

$$\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 = \frac{28}{3}$$

$$x - \frac{8}{3} = \sqrt{\frac{28}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{8}{3} = 4$$

$$x - \frac{8}{3} = -\sqrt{\frac{28}{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{8}{3} = -1$$



سؤال :

$$x^2 - 2x - 18 = 0$$

$$x - 2x + 1 = 18 + 1$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ -1 \rightarrow +1 \end{array}$$

$$(x-1)^2 = 19 \begin{cases} \rightarrow x-1 = \sqrt{19} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{19} \\ \rightarrow x-1 = -\sqrt{19} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{19} \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

سؤال :

$$x^2 - 4x + 4 = -7 + 4$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ -2 \rightarrow 2 \end{array}$$

$$(x-2)^2 = -3 \Rightarrow \text{حوا ب ندارد}$$



مسئله :

$$x^2 - 4x + 1 = -$$

$$x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

↓

-2 → 4

$$(x-2)^2 = 3 \begin{cases} x-2 = \sqrt{3} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{3} \\ x-2 = -\sqrt{3} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$



روش حل صریحاً درجه دوم: (روش دلتا - روش صابن)

معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را در شکل بیاورید.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

↓ تعین
 $\frac{b}{2a} \xrightarrow{\text{ببراز}} \frac{b^2}{4a^2}$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

مزبان حبیبی



$$a x^2 + b x + c = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{س: } \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \text{قراری هم (دلته)}$$

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow \text{صعادت دو جواب دارد} : x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$2) \Delta = 0 \Rightarrow \text{یک جواب (مضاعف)} : x + \frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

$$3) \Delta < 0 \Rightarrow \text{جواب حقیقی ندارد}$$

مزبان حبیبی



$$ax^2 + bx + c = 0$$

نظریه:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

۱) $\Delta > 0 \Rightarrow$ دو جواب مختلف $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

۲) $\Delta = 0 \Rightarrow$ یک جواب مضاعف دارد $x = -\frac{b}{2a}$

۳) $\Delta < 0 \Rightarrow$ معادله جواب حقیقی ندارد

مزبان حبیبی



مسئله ۱:

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$a = 2, b = 5, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(2)(2) = 25 - 16 = 9$$

$$\Delta = 9 > 0 \Rightarrow \text{دو جواب متمایز دارد} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{-5-3}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

مزبان حبیبی



$$x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \text{مثال ۲:}$$

$$a = 1, \quad b = -3, \quad c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(-10) = 9 + 40 = 49$$

$$\Delta = 49 > 0 \Rightarrow \text{دو جواب دارد.}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+7}{2} = 5 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{3-7}{2} = -2$$

مزبان حبیبی



$$x^2 + x - 1 = 0$$

مثال:

$$a = 1, b = 1, c = -1$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(-1) = 1 + 4 = 5 > 0 \Rightarrow \text{دو جواب}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

مزبان حبیبی



مثال:

$$x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$a=1, b=-4, c=9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(9) = 16 - 36 = 0 \Rightarrow \text{یک جواب مضاعف}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2} = 2$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

تساوی :

$$a = 1, b = -2, c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(5) = 4 - 20 = -16 < 0$$

حاصل جواب ندارد.

تمرین: معادله های زیر را به روش Δ حل کنید.

$$1) 3x^2 - x - 2 = 0$$

$$2) x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$3) x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$4) x^2 + x + 2 = 0$$

گولیف

گولیف





سؤال: مقدار m را چنان بیابید که معادله $x^2 + x + m = 0$

ریشه نداشته باشد.

ریشه نداشته باشد $\Rightarrow \Delta < 0$ ✓

$a = 1$ ، $b = 1$ ، $c = m$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(m) = 1 - 4m < 0$

$1 - 4m < 0 \Rightarrow 1 < 4m \Rightarrow \boxed{\frac{1}{4} < m}$

مزبان حبیبی



مسئله: در مورد قه آورده های معادله زیر بر حسب t ، بحث کنید.

$$t x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$a = t \text{ و } b = 5, c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(t)(-2) = 25 + 8t$$

$$25 + 8t = 0 \Rightarrow t = -\frac{25}{8} \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \text{یک ریشه دارد}$$

$$25 + 8t > 0 \Rightarrow 8t > -25 \Rightarrow t > -\frac{25}{8} \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \text{دو ریشه}$$

$$25 + 8t < 0 \Rightarrow 8t < -25 \Rightarrow t < -\frac{25}{8} \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{هیچ ریشه ندارد}$$

$$\begin{aligned} t = -\frac{25}{8} &\Rightarrow \text{یک ریشه} \\ t > -\frac{25}{8} &\Rightarrow \text{دو ریشه} \\ t < -\frac{25}{8} &\Rightarrow \text{هیچ ریشه ندارد} \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مگر کجا؟ جواب k در صورت درستی $k = 0$ $x^2 - 2x + k = 0$ بحث کنید.

باید

باید



مکثرین جمله را در k را چنان که بیابید که معادله زیر حقیقتاً یک ریشه باشد.

$$(k+1)x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$a = k+1 \quad \text{و} \quad b = -2, \quad c = 3$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(k+1)(3) = 4 - 12k - 12 = -12k - 8$$

$$D = -12k - 8$$

$$\text{فرض کنید حقیقتاً} \Rightarrow D = 0 \Rightarrow -12k - 8 = 0 \Rightarrow -12k = 8$$

$$k = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

مزبان حبیبی



تمرین: مجرب مربعی در عدد ^{صفر} توانی ۱۴ است. آنک دو عدد که آنند؟

دو عدد x و $x+1$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 + (x+1)^2 = 14$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 14$$

$$2x^2 + 2x - 13 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6.5 = 0$$

مزبان حبیبی



$$x^2 + x - 20 = 0$$

جمع ضرب

$$(x + 5) \cdot (x - 4) = 0$$

$\rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$
 $\rightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

$$x = -5 \Rightarrow \text{دو عدد} \equiv -5, -4$$

$$x = 4 \Rightarrow \text{دو عدد} \equiv 4, 5$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{5} = 1$$

$$\frac{2}{3}x = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{5}$$



معادله کو یا :

به معادله ای می گویند که ت مرتبه ی یا
که های است نه در عرض آنها متغیر (مجهول)
و محدود دارد .

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{2} = 5 \quad \checkmark$$

$$x^2 + \frac{1}{x} = 1 \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{5}{x^2-x}$$



مثال: $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{5x-4}{x^2-4}$ $M = x(x+2)(x-2)$

$$x(x+2)(x-2) \cdot \left(\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{5(x-2)}{x^2-4} \right)$$

$$3x(x-2) + 2(x+2)(x-2) = 5(x-2)(x)$$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 4 = 5x^2 - 10x$$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 4 - 5x^2 + 10x = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 4 = 0$$

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

ضرب = جمع

$$(-4) + (+2) = -2$$
$$(-4) \times (+2) = -8$$

$$(x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \checkmark \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

تذکر مهم: بعد از حل معادله گویا و به دست آوردن مقادیر
صغیر، باید بررسی کنیم که جواب چه نوعی می باشد.
(مخرج معادله اصلی)



$$\frac{1}{(x-r)^2} + \frac{1}{x-r} = \frac{r}{1}$$

$$M = (x-r)(x+r) = (x-r)^2$$

$$(x-r) \left(\frac{1}{(x-r)^2} + \frac{1}{x-r} = \frac{r}{1} \right)$$

اتی دو د

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$1 + (x-r) = r(x-r)^2$$

$$1 + x - r - r(x^2 - 2x + r) = 0$$

$$1 + x - r - rx^2 + 2rx - r^2 = 0$$

$$-rx^2 + (1+2r)x - (r^2 - r + 1) = 0 \Rightarrow rx^2 - (1+2r)x + (r^2 - r + 1) = 0$$



$$3x^2 - 13x - 13 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \\ 1 \\ c \end{array}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4(3)(-13) =$$

$b \quad a \quad c$

$$= 169 + 156 = 325 > 0 \Rightarrow \text{أصلاً مختلف}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 \pm \sqrt{325}}{6}$$



مگر این : ۲۰۰ لیتر محلول آب نمک ۴٪ درصد را چقدر

می توان به محلول ۷٪ درصد تبدیل کرد؟

روش اول: افزودن نمک

$$۲۰۰ \times ۰.۰۴ = ۸ \text{ کیلوگرم}$$

$$x \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{جم کل} = ۲۰۰ + x$$

$$\text{مقدار محلول} = ۸ + x$$



$$\frac{1+x}{2+x} = \frac{v}{1} \Rightarrow v(2+x) = 1(1+x)$$

$$1 \cdot 2 + v \cdot x = 1 \cdot 1 + 1 \cdot x$$

$$1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1 \cdot x - v \cdot x$$

$$2 - 1 = x - vx$$

$$x = \frac{1}{1-v} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$



اولی دوم : تغییر آب :

بیر از آب کم شود : x

$$x - 200 = \text{عم کل}$$

$$x = 8$$

$$\frac{8}{x - 200} = \frac{7}{100}$$

$$800 = 1400 - 7x$$

$$7x = 1400 - 800$$

$$7x = 600$$

$$x = \frac{600}{7} = 85,714$$

۸۵ آس و ۷۱۴ صدم از آب

باید بتغییر شود.



معادله تنگ : معادله ای است که در آن یک یا عبارات

تنگ

مثال : $\sqrt{x-2} - 1 = x$

$$\sqrt{2x-1} + 1 = x$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + x = 2$$

$$x - \sqrt{x} = 2$$



مثال ۳: معادله $\sqrt{x+1} - 1 = 1$ را حل کنید.

پیش فرض: $x \geq 0$: $(\sqrt{x})^2 = x$

$x \in \mathbb{R}$: $\sqrt{x^2} = |x|$

$x < 0 \Rightarrow \sqrt{x} \notin \mathbb{R}$ (تعریف شده)

حاصل معادله: $\sqrt{x+1} - 1 = 1$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = 2^2 \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3 \quad \text{قابل قبول ✓}$$

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



شکر محم

بعد از یافتن پاسخ های معادلات نشد، باید
حواشی های به دست آمده را در مفرد محل
تست کنیم.



مثال ۳:

$$\sqrt{x} - x = 2$$

$$\text{حل: } \sqrt{x} - \overbrace{x}^{\rightarrow} = 2$$

$$\sqrt{x} = \underline{2+x}$$

$$(\sqrt{x})^2 = (2+x)^2$$

$$x = 4 + 4x + x^2 \Rightarrow 0 = 4 + 4x + x^2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = \underline{\underline{-4}}$$

$\Delta = \underline{\underline{-4}} \Rightarrow$ معادله ریشه حقیقی ندارد



یا داکری:

معادله درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

۱) $\Delta > 0 \Rightarrow$ دو ریشه مختلف $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

۲) $\Delta = 0 \Rightarrow$ یک ریشه مفرد $x = \frac{-b}{2a}$

۳) $\Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد



سؤال ۴:

$$x - \sqrt{x} = 2$$

$$\Delta: x - \sqrt{x} = 2$$

$$\underline{(-\sqrt{x} = 2 - x)}$$

$$x - 2 = \sqrt{x}$$

$$(x - 2)^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = x$$

$$x^2 - 4x + 4 - x = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

م.ب. مع.

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

قابل قبول $x = 4$ ✓
غیر قابل قبول $x = 1$ ✗



$$x - \sqrt{x} = 2$$

$$x = 4 : \quad 4 - \sqrt{4} = 4 - 2 = 2 \quad \checkmark$$

$$x = 1 : \quad 1 - \sqrt{1} = 1 - 1 = 0 \quad \times$$



مثال ۵:

$$\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+2} = 1$$

$$\text{حل: } \sqrt{2x+5} - 1 = \sqrt{x+2}$$

$$(\sqrt{2x+5} - 1)^2 = (\sqrt{x+2})^2$$

$$(\sqrt{2x+5})^2 - 2(\sqrt{2x+5})(1) + 1^2 = x+2$$

$$\underline{2x+5} - 2\sqrt{2x+5} + 1 - \underline{x-2} = 0$$

$$x+7 = 2\sqrt{2x+5} \quad | : 2 \rightarrow$$



$$x + 5 = \sqrt{2x + 2}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x + 5)^2 = (\sqrt{2x + 2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 2x + 2$$

$$x^2 + \cancel{10x} + 25 = \cancel{2x} + 2$$

$$x^2 = 2 - 25 = -23$$

$$x^2 = -23 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-23}$$

$$\begin{array}{l} \nearrow x = 2 \checkmark \\ \searrow x = -2 \checkmark \end{array}$$



تمرین ۱: معادله زیر را حل کنید

$$\frac{3}{x^2} - \frac{12}{1} = 0$$

حالت اول: $ad = bc$

$$\frac{3}{5} : \frac{1}{2} \Rightarrow ad = bc$$

$$\frac{3}{x^2} = \frac{12}{1} \Rightarrow 12x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{12}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \checkmark \\ x = -\frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 = a} \Rightarrow x = \pm \sqrt{a}$$

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



عمرین ۲:

$$\frac{5}{t^2} - \frac{1}{2} = 0$$

لطفاً پاسخ را به گرد و شاد ارسال کنید.



$$\frac{r}{k} - \frac{rk}{k+r} = \frac{k}{k^2+rk}$$

عزین:

$$M = k(k+r)$$

$$k(k+r) \left(\frac{r}{k} - \frac{rk}{k+r} \right) = \frac{k}{k^2+rk}$$

$$r(k+r) - rk(k) = k \quad | -r) + r = 1$$

$$rk + r^2 - rk^2 - k = 0$$

$$-rk^2 + k + r^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \checkmark \\ x = -\frac{1}{r} \checkmark \end{cases}$$



نتیجه :

$$\underline{ax^2 + bx + c = 0}$$

$$a + c = b \implies \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{-c}{a} \end{cases}$$

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکملین ۴:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = \frac{x}{x^2 - 2x}$$

پاسخ: دو گروه شاد



$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}$$

$$(x-3) | (x+3)$$

مخرج ل

$$x-3 = -(3-x)$$

$$M = x(x-3) / (x+3)$$

$$x(x-3) | (x+3) \left(\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2} \right)$$

$$3(x-3)(x+3) - 2x(x+3) = 12(-x)$$

$$3(x^2-9) - 2x^2 - 6x = -12x$$

$$3x^2 - 27 - 2x^2 - 6x = -12x$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0$$



$$x^2 + 6x - 27 = 0$$

مع. -27

$$\begin{aligned} (+9) + (-3) &= +6 \\ (+9) \times (-3) &= -27 \end{aligned}$$

$$(x+9) \cdot (x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x+9=0 \Rightarrow x=-9 \quad \checkmark \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \quad \times \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

تمرین ۶: معادله زیر را حل کنید:

$$\sqrt{3x+1} = \sqrt{x-1} + 2$$

$$\text{حل: } (\sqrt{3x+1})^2 = (\sqrt{x-1} + 2)^2$$

$$3x+1 = \sqrt{x-1}^2 + 2(\sqrt{x-1})(2) + 2^2$$

$$3x+1 = \underline{x-1} + 4\sqrt{x-1} + \underline{4}$$

$$3x+1 - x+1 - 4 = 4\sqrt{x-1}$$



$$2x - 2 = 3\sqrt{x-1}$$

$$x - 1 = 3\sqrt{x-1}$$

$$(x-1)^2 = (3\sqrt{x-1})^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 9(x-1)$$

$$x^2 - 2x + 1 - 9x + 9 = 0$$

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$



$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$(x - 1) \cdot (x - 5) = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \checkmark \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \checkmark \end{cases}$$

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مترین :
$$\sqrt{x+1} = \sqrt{x} + 1$$

لطفا پاسخ را به گروه شما ریختید



$$\sqrt{2x+7} + \sqrt{x} + \underline{5} = 0 \quad \text{گزینه ۸:}$$

جواب: این معادله جواب ندارد

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{2x+7} \geq 0 \\ \sqrt{x} \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{2x+7} + \sqrt{x} + 5 \geq 5$$



$$\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-1} = 0 \quad \text{تمرین ۴:}$$

تذکره: اگر جمع صید حسابات نامنفی مسأله باشد

آنگاه همه آنها منفی هستند



$$\sqrt{x^2 + x} = 0 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0$$
$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0$$
$$\begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \times \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad \checkmark \end{cases}$$

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

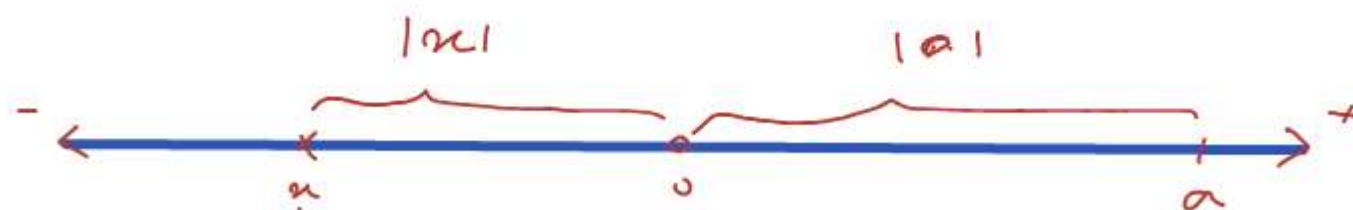


تمرین ۱۰ :

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{1 - x^2} = \dots$$



تعریف قدر مطلق :



$|x|$ یعنی فاصله x از مبدأ

بصورت دیگر :

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



سؤال: $|\sqrt{x}| = \sqrt{x}$

$$|5| = 5$$

$$|x^2 + 1| = x^2 + 1 \quad (x^2 + 1 > 0)$$

$$|-x^2 - 5| = -(x^2 + 5) = x^2 + 5 \quad -x^2 - 5 < 0$$

$$|-v| = v$$



ویژگی های قدر مطلق:

$$1) |x| \geq 0$$

توجه: مقدار x می تواند منفی باشد اما $|x|$ ضربه.

$$2) \sqrt{x^2} = |x|$$

$$\text{مثال: } \sqrt{(n+1)^2} = |n+1|$$

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$



$$۳) |x| = a, a \geq 0 \Rightarrow x = a \vee x = -a$$

$$\text{مثال: } |2x+1| = 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 5 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ 2x+1 = -5 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

غیر ممکن $|x| = a, a < 0 \Rightarrow$ Impossible

مثال: $|2x+1| = -5$ جواب ندارد

$$۴) |x| = |y| \Rightarrow x = \pm y \quad (x = y \vee x = -y)$$

$$\text{مثال: } |2x+1| = |x-2| \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = x-2 \\ 2x+1 = -(x-2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = x-2 \Rightarrow x = -3 \\ 2x+1 = -x+2 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$



$$۵) \quad |-x| = |x|$$

$$\text{مثال: } |-5| = |5|$$

$$|x-2| = |-x+2|$$

$$|(x+1)^r| = |-(x+1)^r|$$

$$۴) \quad |x|^r = |x^r|$$

$$\text{مثال: } |x-2|^r = |(x-2)^r| = |x^r - 2x^{r-1} + \dots|$$

$$|5|^r = |5^r| = |r \cdot 5|$$



$$۲) |x| \cdot |y| = |x - y|$$

$$\text{نکته: } |(x-r)|x|x| = |(x-r) \cdot x| \\ = |x^2 - rx|$$

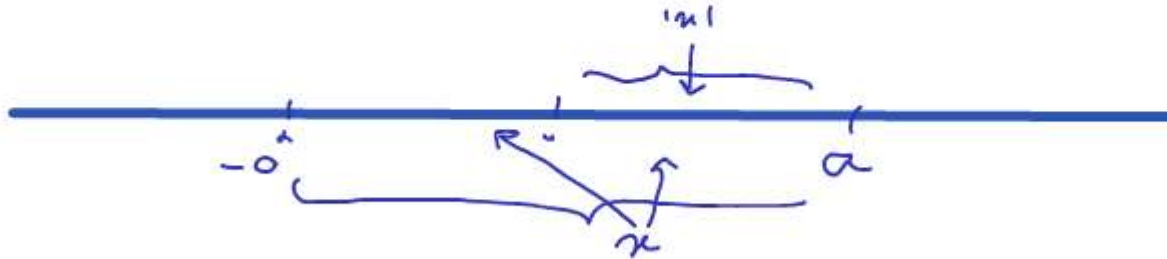
$$۱) \frac{|x|}{|y|} = \left| \frac{x}{y} \right|$$

مراجعه؟

$$\text{نکته: } \frac{|4x+3|}{2} = \frac{|2x+1|}{1} \\ = \left| \frac{4x+3}{2} \right| = |2x+1|$$



$$9) \quad |x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$



$$\text{مثال: } |x-2| < 5 \Rightarrow -5 < x-2 < 5$$

$$\Rightarrow -5+2 < x-2+2 < 5+2$$

$$\Rightarrow -3 < x < 7$$

$$\text{مثال: } |2x-1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 2x-1 \leq 2 \Rightarrow -2+1 \leq 2x-1+1 \leq 2+1$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2x \leq 3 \Rightarrow \frac{-1}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$$



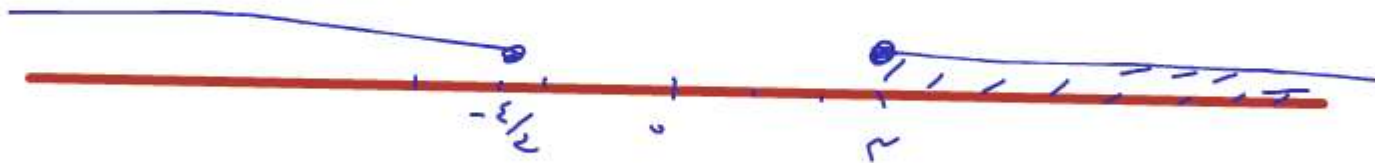


$$۱۰) \quad |x| \geq a \Rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$\text{مثال: } |3x-1| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 \geq 5 \\ 3x-1 \leq -5 \end{cases}$$

$$3x-1 \geq 5 \Rightarrow 3x \geq 5+1 \Rightarrow 3x \geq 6 \Rightarrow \frac{3x}{3} \geq \frac{6}{3} \Rightarrow \boxed{x \geq 2}$$

$$3x-1 \leq -5 \Rightarrow 3x \leq -5+1 \Rightarrow 3x \leq -4 \Rightarrow \frac{3x}{3} \leq \frac{-4}{3} \Rightarrow x \leq -\frac{4}{3}$$



$$\text{حوا: } = (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [2, +\infty)$$

تمرین: آر $a \in \mathbb{R}$ ثابت کنید:

$$1) -|a| \leq a \leq |a|$$

اگر $a \geq 0$: $a \geq 0 \Rightarrow |a| = a \Rightarrow a \leq |a|$

اگر $a < 0$: $a < 0 \Rightarrow |a| = -a \Rightarrow a = -|a| \Rightarrow -|a| \leq a$

$$-|a| \leq a \leq |a|$$

\uparrow $a < 0$ \uparrow $a \geq 0$

توجه:





$$۲) \quad -|a|-|b| \leq a+b \leq |a|+|b|$$

$$\left. \begin{array}{l} -|a| \leq a \leq |a| \\ -|b| \leq b \leq |b| \end{array} \right\} \Rightarrow -|a|-|b| \leq a+b \leq |a|+|b|$$

$$\Rightarrow -(|a|+|b|) \leq a+b \leq |a|+|b|$$

$$۳) \quad |a+b| \leq |a| + |b| \quad \text{نسبت، سه ضلعی}$$



تمرین: معادله زیر را حل کنید.

$$|2x-1| = |x+2|$$

لطفاً جواب به هر صورت درج شود.



فصل اول، جبر و معادله

مجموع جمله های حسابی: $t_n = a + (n-1)d$

$$S_n = \frac{n(a + (n-1)d)}{2} = na + \frac{n(n-1)}{2}d = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n} \quad \text{و} \quad t_m = t_n + (m - n)d$$

مجموع جمله های هندسی: $t_n = a \cdot r^{n-1}$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \quad r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n}, \quad t_m = t_n \cdot r^{m-n}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



مثال: مجموع صد جمله اول دنباله حسابی ۱۵, ۱۱, ۷, ۳ را به دست آورید.

حل: جمله اول ۳، تعداد جمله ها ۱۰۰ و قدر نسبت جملات ۴ است. با استفاده

از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی می توان نوشت:

$$S_{100} = \frac{100}{2} [(2 \times 3) + (99 \times 4)] = 50 \times 402 = 20100$$

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

❖ **مثال:** در یک مسابقه تعداد بسیاری توپ روی یک خط مستقیم و هر یک به فاصله ۳ متر از هم قرار دارند. فاصله توپ اول تا سید نیز ۳ متر است (شکل زیر). دوندگاری باید از کنار سید شروع کرده توپ اول را بردارد و آن را تا سید حمل کند و به سید بیندازد، سپس به طرف توپ بعدی بدود و آن را بردارد و به داخل سید بیندازد و این کار را ادامه دهد. اگر این دوندگاری در پایان ۹۱۸ متر دویده باشد؛ حساب کنید او جمعاً چند توپ در سید انداخته است؟



❖ **حل:** دوندگاری برای برداشتن توپ اول و قرار دادن آن در سید باید مسافت $3+3=6$ متر را طی کند؛ برای توپ دوم نیز باید ۱۲ متر و برای توپ سوم ۱۸ متر و ... طی کند. بنابراین مسافت های طی شده در این مراحل، تشکیل یک دنباله حسابی یا جمله اول و قدر نسبت ۶ می دهد. اگر n تعداد توپ های انداخته شده در سید باشد از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی داریم:

$$S = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$918 = \frac{n}{2}(12 + (n-1)6) \Rightarrow 306 = n(n+1) \Rightarrow 17 \times 18 = n(n+1) \Rightarrow n = 17$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

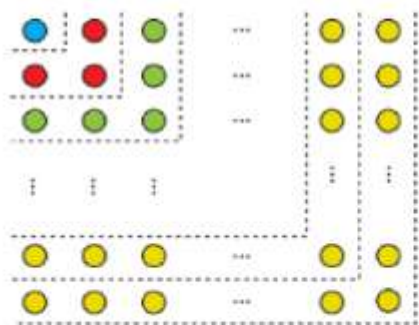
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۶ حسابان یک

تمرین



۱ الف) به کمک شکل روبه رو حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

ب) اکنون با استفاده از فرمول درستی جواب خود در قسمت الف را بررسی کنید.

$$S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2} = \frac{n(2 + (n-1) \cdot 2)}{2} = \frac{n(2n)}{2} = n^2$$

۲ مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند چقدر می شود؟

$$102, 108, \dots, 994 : t_n = a + (n-1)d \Rightarrow 994 = 102 + (n-1) \cdot 6 \Rightarrow n = \frac{994 - 102}{6} + 1 = 150$$

$$S_{150} = \frac{150(a + t_{150})}{2} = 75(102 + 994) = 74700$$

۳ در دنباله حسابی $5, 8, 11, \dots$ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از ۴۹۳ بیشتر شود؟

$$S_n > 493 \Rightarrow \frac{n(5 + (n-1) \cdot 3)}{2} > 493 \Rightarrow n(2 + 3n) > 986 \Rightarrow 3n^2 + 2n - 986 > 0$$

$$n > \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{4 + 11892}}{6} = 17/5 \Rightarrow \text{Min}(n) = 18$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



۴ در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات شماره های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره های زوج ۱۵۰ می باشد.

جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.

فرد $a, a+2d, a+4d, \dots, a+18d$

زوج $a+d, a+3d, a+5d, \dots, a+19d$

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \frac{1 \cdot (a + a + 18d)}{2} = 135 \Rightarrow a(20 + 18d) = 270 \Rightarrow 20a + 18d = 270 \\ S_n &= \frac{1 \cdot (a + d + a + 3d + \dots + a + 19d)}{2} = 150 \Rightarrow d(20 + 2 \cdot d) = 150 \Rightarrow 20d + 2d^2 = 150 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2d = 3 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$20a + 18d = 270 \Rightarrow 20a + 18 \cdot \frac{3}{2} = 270 \Rightarrow 20a + 27 = 270 \Rightarrow 20a = 243 \Rightarrow a = \frac{243}{20}$$

۵ جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟

$a: 1, 2, 4, \dots$ $a=1, \quad r=2$

$$S_n = \frac{a(2^n - 1)}{2 - 1} = 255 \Rightarrow \frac{1(2^n - 1)}{1} = 255 \Rightarrow 2^n - 1 = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

مزبان حبیبی
مدرس: مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۶ طول ضلع مربعی یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت مربع را رنگ می کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از قبل را رنگ می کنیم. پس از دست کم چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \quad S_n > \frac{99}{100}$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{4}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} > \frac{99}{100} \Rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^n > 1 - \frac{1}{100} \Rightarrow (\frac{1}{2})^n < \frac{1}{100} \Rightarrow 2^n > 100 \Rightarrow n > 7$$

۷ برای عدد حقیقی $a (a \neq 1)$ و عدد طبیعی n :

الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{1(a^n - 1)}{a - 1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

ب) با استفاده از قسمت الف نتیجه بگیرید که:

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1) \Leftrightarrow \frac{a^n - 1}{a - 1} = 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$$

حسابان یک
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صنعت حسابان یک

۱ معادله $3x^2 = 5x - 2$ را حل کنید. $3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 2x + 2 = 0$
 $\Rightarrow 3x(x-1) - 2(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(3x-2) = 0$

- $\rightarrow x=1$
- $\rightarrow 3x-2=0 \Rightarrow x=2/3$

۲ اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $4x^2 - mx - 7 = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟
 $x = -1 \Rightarrow 4(-1)^2 - m(-1) - 7 = 0 \Rightarrow 4 + m - 7 = 0 \Rightarrow m = 3$
 $4x^2 - 3x - 7 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 4x - 7x - 7 = 0 \Rightarrow 4x(x+1) - 7(x+1) = 0$
 $\Rightarrow (x+1)(4x-7) = 0$

- $\rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$
- $\rightarrow 4x-7=0 \Rightarrow x=7/4$

مدرس: مزبان حبیبی

حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه ها S و ضرب ریشه ها P باشند این روابط برقرار است.

$$S = \frac{-b}{a}, P = \frac{c}{a}$$

❁ **مثال:** اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $4x^2 - mx - 7 = 0$ باشد ریشه دیگر و مقدار m را با استفاده از روابط بین ضرایب و ریشه ها به دست آورید.

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow (-1)x_2 = \frac{-7}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{7}{4}$$

❁ **حل:** اگر x_1 و x_2 ریشه های این معادله باشند، داریم:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow -1 + \frac{7}{4} = \frac{m}{4} \Rightarrow m = 3$$

از طرفی با استفاده از جمع ریشه ها داریم:

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

به طور کلی اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

کارد کلاس

معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشند.

$$S = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4 \quad \text{و} \quad P = (2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

❖ مثال: محیط یک مستطیل ۳۳ سانتی متر و مساحت آن ۶۵ سانتی متر مربع است. ابعاد مستطیل را به دست آورید.

$$S = x_1 + x_2 = \frac{33}{2}, \quad x_1 \cdot x_2 = 65 \Rightarrow x^2 - \frac{33}{2}x + 65 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 33x + 130 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 20x - 13x + 130 = 0 \Rightarrow 2x(x - 10) - 13(x - 10) = 0 \Rightarrow (x - 10)(2x - 13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \\ 2x - 13 = 0 \Rightarrow x = 6,5 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر (-2) باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.

$$f(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x^2(x+2) - (x+2) = 0 \Rightarrow (x+2)(x^2-1) = 0$$

$$\begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$$

مثال: صفرهای تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2-1)^2 + (x^2-1) - 2$ را به دست آورید.

$$f(x) = 0 \xrightarrow{x^2-1=t} t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0 \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

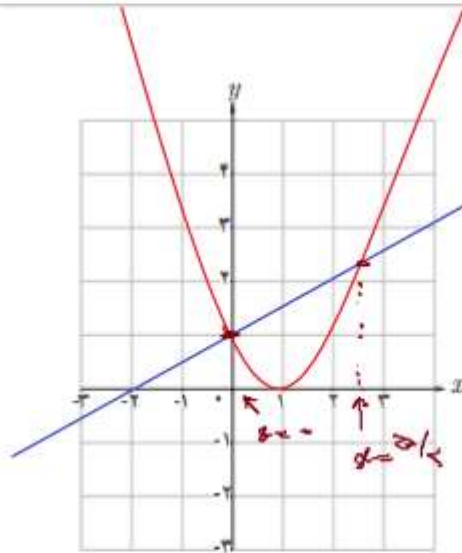
$$t = -2 \Rightarrow x^2 - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -1 \quad \text{حیلاً ندارد.}$$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



صفحه ۱۳۴ بان یک



۱ معادله $(x-1)^2 = \frac{1}{4}x + 1$ را حل کنید.

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{4}x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x = \frac{1}{4}x \Rightarrow 2x^2 - 4x = x$$

$$2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(2x - 5) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x = \frac{5}{2}$$

۲ نمودار دو تابع $y = \frac{1}{4}x + 1$ و $y = (x-1)^2$ را رسم کنید.

۳ چه ارتباطی بین ریشه های معادله $(x-1)^2 = \frac{1}{4}x + 1$ و

طول های نقاط تلاقی نمودارها وجود دارد؟ طول ریشه ها بر محور دایره ربع، محور جابجایی معادله هستند.

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

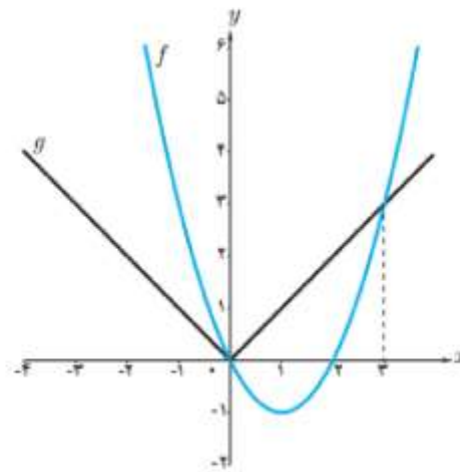


بسم الله الرحمن الرحيم

صمیمانه و با دقت

❖ مثال: به روش هندسی معادله $|x| = x^2 - 2x$ را حل کنید.

❖ حل: با فرض $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = |x|$ نمودار این دو تابع را رسم می کنیم:



$$x=3, x=0$$

با توجه به نمودارهای دو تابع طول نقاط تلاقی دو نمودار عبارت اند از:

که جواب های معادله $|x| = x^2 - 2x$ می باشند.

حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

تصویر

صفحه ۱۵ حسابان یک

$$S = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} = 1, P = \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{8}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$$

$$\alpha, \beta : S = \alpha + \beta = 3\alpha$$

$$P = \alpha \cdot (\beta) = 2\alpha^2 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 3\alpha x + 2\alpha^2 = 0$$

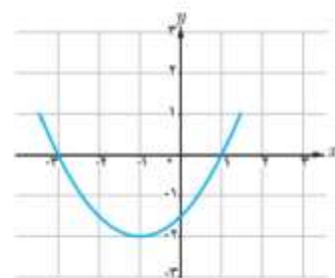
در هر یک از شکل های زیر نمودار سهمی $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. در هر حالت صفرهای تابع $P(x)$ و ضابطه آن را مشخص کنید.

$$S = 1 + (-3) = -2$$

$$P = 1 \times (-2) = -2$$

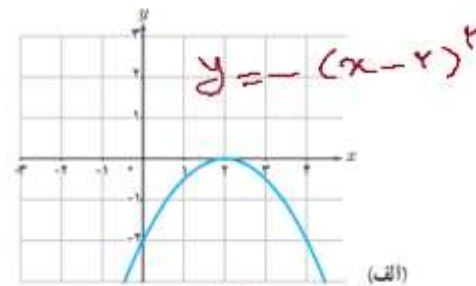
$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$



(ب)

$$x = 1, x = -2$$



(الف)

$$x = 2$$

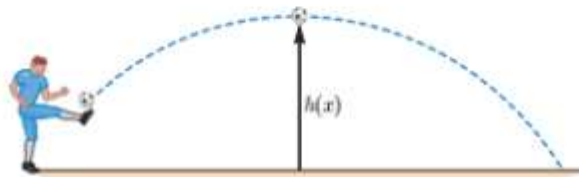
مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بسم الله الرحمن الرحيم



۲ یک توپ فوتبال بر اثر ضربه بازیکن طبق شکل روبه رو حرکت می کند تا دوباره به زمین بخورد. در هر لحظه ارتفاع توپ از سطح زمین را می توانیم با رابطه $h(x) = -0.03x(x-36)$ مدل سازی کنیم که x : فاصله افقی توپ از نقطه اولیه است (x : بر حسب متر است)

الف) توپ چند متر افقی را طی می کند تا دوباره به زمین بخورد.

$$h(x) = 0 \Rightarrow -0.03x(x-36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 36 = 0 \Rightarrow x = 36 \end{cases}$$

$$h(x) = -0.03x^2 + 1.08x$$

$$h\left(-\frac{b}{2a}\right) = h\left(\frac{-1.08}{-0.06}\right) = h(18)$$

$$= -0.03(18) \cdot (18-36) = -0.03(18) \cdot (-18) = 9.72$$

ب) توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می رود.

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



۴ صفرهای توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = x^2 - 4x$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

ب) $g(x) = 2x^2 + x + 3$

$$g(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow x(2x^2 + x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$2x^2 + x + 3 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 24 = -23 < 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

پ) $h(x) = x^2 + 3x + 5$

$$h(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 5 = 0 \xrightarrow{x=t} t^2 + 3t + 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 20 = -11 < 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

مدرس: مزبان حبیبی حسابان یک



بسم الله الرحمن الرحيم

۵ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $x^2 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = t \Rightarrow t^2 - 4t - 4 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+1) = 0 \Rightarrow t=4, t=-1$

$t=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

$t=-1 \Rightarrow x^2=-1$ جواب ندارد

ب) $(\frac{x^2}{3}-2)^2 - 7(\frac{x^2}{3}-2) + 6 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{3}-2=t \Rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-6) = 0 \Rightarrow t=1, 6$

$t=1 \Rightarrow \frac{x^2}{3}-2=1 \Rightarrow \frac{x^2}{3}=3 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}$

$t=6 \Rightarrow \frac{x^2}{3}-2=6 \Rightarrow \frac{x^2}{3}=8 \Rightarrow x^2=24 \Rightarrow x=\pm\sqrt{24}$

پ) $(4-x^2)^2 - (4-x^2) = 12 \Rightarrow 4-x^2=t \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+3) = 0 \Rightarrow t=4, -3$

$t=4 \Rightarrow 4-x^2=4 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0$

$t=-3 \Rightarrow 4-x^2=-3 \Rightarrow x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$

مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

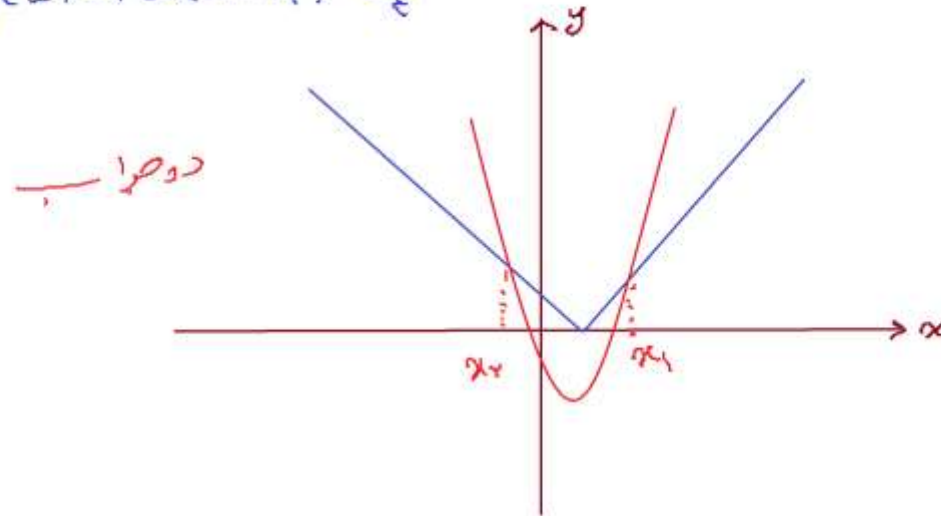
بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۶ تعداد و مقدار تقریبی ریشه های معادله $|x-1| = x^2 - x - 1$ را با استفاده از روش هندسی به دست آورید.

$$y = |x-1| \quad y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

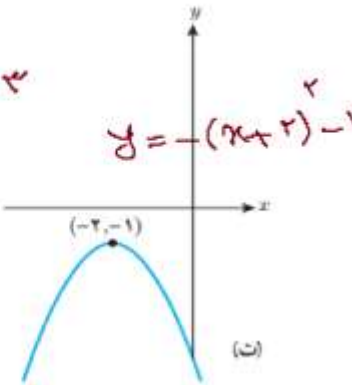
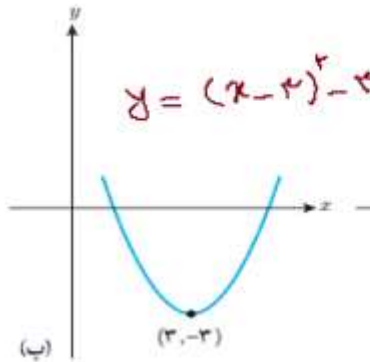
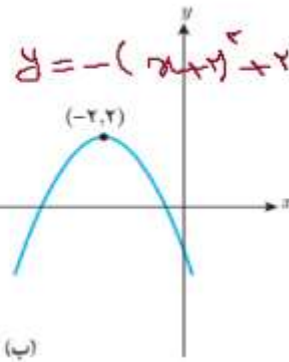
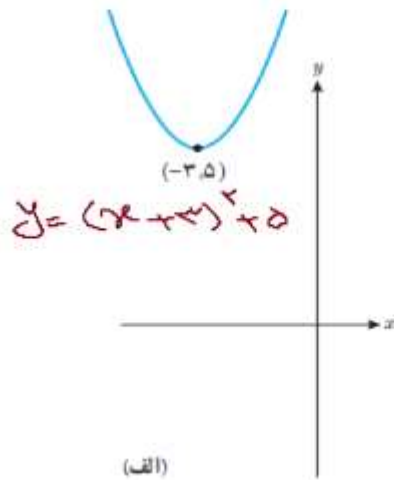
09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

✓ هر یک از سهمی های زیر نمودار حالتی از تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ است که در آن $|a| = 1$ است و نقطه رأس سهمی نیز داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه تابع را مشخص کنید.



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

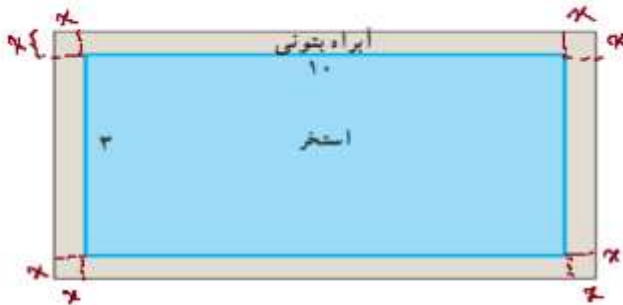
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم



۸ یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای بهای یکسان و مساحت ۱۴ مترمربع باشد، بهای آن را محاسبه کنید.

$$4x^2 + 20x + 6x = 14$$

$$4x^2 + 26x - 14 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 13x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 13x - x - 7 = 0 \Rightarrow 2x(x+7) - (x+7) = 0 \Rightarrow (x+7) \cdot (2x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x+7=0 \Rightarrow x=-7 & \text{حذف} \\ 2x-1=0 \Rightarrow x=1/2 \end{cases}$$

۹ طول یک نوع کاشی یک سانتی متر بلندتر از چهار برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت ۵۲/۸ مترمربع تعداد دو هزار کاشی مصرف شده است. طول هر کاشی چند سانتی متر است؟

$$x \text{ و } 4x+1$$

$$\frac{52.8}{2000} = x(4x+1) \Rightarrow 8 \dots x^2 + 4 \dots x - 26.4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \dots \pm \sqrt{4 \dots + 4(8 \dots)(26.4)}}{2(8 \dots)} \approx 1.24 \Rightarrow \begin{cases} \text{طول} = 1.96 \\ \text{عرض} = 1.24 \end{cases}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

❖ مثال: معادله $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ را حل کنید.

❖ حل: کوچک ترین مضرب مشترک مخرج ها برابر $x(x^2-4)$ است. (چرا؟)
با ضرب طرفین معادله در این عبارت داریم:

$$3x(x-2) + 2(x^2-4) = x(4x-4)$$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x=4 \text{ یا } x=-2$$

البته جواب $x=-2$ مورد قبول نیست. (چرا؟)
ریشه مخرج ما می باشد.

حسابان یک
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

کاردکلاس

1 معادله $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$ را حل کنید.

$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2(x-2)}{(x-2)^3} = \frac{3(x-2)^2}{(x-2)^3}$$

$$3x^2 - 12x + 11$$

$$\Rightarrow 1 + 2(x-2) = 3(x-2)^2 \Rightarrow 1 + 2x - 4 = 3(x^2 - 4x + 4)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 10 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 144 - 4(3)(10) = 144$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 \pm 12}{6} = 2, \frac{1}{2}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



۲ اگر در یک مستطیل با طول L و عرض w داشته باشیم: $\frac{L}{w} = \frac{w+L}{L}$ آنگاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است.
اگر محیط یک زمین ورزشی مستطیل شکل، برابر ۱۴۴ متر و اندازه طول و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول و عرض زمین چقدر است؟

$$2w + 2L = 144 \Rightarrow w + L = 72 \Rightarrow w = 72 - L$$

$$\frac{L}{72-L} = \frac{72}{L} \Rightarrow L^2 = 72^2 - 72L \Rightarrow L^2 + 72L - 5184 = 0$$

$$\Rightarrow L = \frac{-72 + \sqrt{72^2 + 4(5184)}}{2} = 36(\sqrt{5} - 1) \Rightarrow w = 72 - 2(\sqrt{5} - 1)$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



صفحه ۲۱ حسابان یک

$$x + \sqrt{5x} = 6$$

۱ آیا عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با جذرش برابرش باشد؟

$$\sqrt{x} = 6 - x \Rightarrow x = 36 + x^2 - 12x \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x-4)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=9 \end{cases}$$

۲ معادله $\sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{x - 2} = 0$ را حل کنید؛ سپس در مورد قابل قبول بودن جواب های آن بحث کنید. آیا بدون حل نیز

می توانستید به این نتیجه برسید؟

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 4 = 0 &\Rightarrow x = 2, x = -2 \\ x - 2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقاطع}} x = 2$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۲۲ حاصل کن

تمرین

معادلات زیر را حل کنید.

$$1 \quad \frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1} \quad x(x+1) \Rightarrow 2(x+1) = 2(x)(x+1) + (x-3)(x)$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = 2x^2 + 2x + x^2 - 3x \Rightarrow 3x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 9x + 2x - 6 = 0 \Rightarrow 3x(x-3) + 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(3x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ و } x = -2/3$$

$$2 \quad \frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-3}{2} \Rightarrow 2p(p) + 2(2)(2-p) = -3p(2-p)$$

$$\Rightarrow 2p^2 + 8 - 4p + 4p - 2p^2 = 0 \Rightarrow -8 + 2p + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2p - 8 = 0 \Rightarrow (p-4)(p+2) = 0 \Rightarrow p = 4 \text{ و } p = -2$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

$$\text{۳} \quad \frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y} \Rightarrow 3y+5 + (y+4)(y) = (y+1)(y+5)$$

$$\Rightarrow 3y + \cancel{5} + y^2 + 4y = y^2 + 2y + \cancel{5} \Rightarrow y = 0 \quad \text{غَرَقَوق}$$

$$\text{۴} \quad 2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4} \Rightarrow 4x = 3x+4 \Rightarrow x = 4 \quad \text{قَو}$$

$$\text{۵} \quad \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \Rightarrow 1-\sqrt{x} = (1-x)(1+\sqrt{x}) \Rightarrow x-\sqrt{x} = x+\sqrt{x} - x - x\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{x} - x\sqrt{x} \Rightarrow x = \sqrt{x}(2-x) \Rightarrow \frac{x}{2-x} = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{x^2}{4+x^2-4x} = x$$

$$\Rightarrow x^2 = 4x + x^2 - 4x^2 \Rightarrow x^2 - 4x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



$$6 \quad \frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}} \Rightarrow 5(\sqrt{x-2}) = 2(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2}) - (\sqrt{x+2})$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{x} - 10 = 2x - 1 - \sqrt{x} - 2 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 2x \Rightarrow x = 4\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 16x \Rightarrow x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x(x-16) = 0 \Rightarrow x = 0, 16$$

$$7 \quad \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \Rightarrow x+3 + 3x+1 + 2\sqrt{x+3}\sqrt{3x+1} = 16$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(3x+1)} = 16 - 4x \Rightarrow \sqrt{3x^2 + 10x + 3} = 4 - 2x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 10x + 3 = 16 - 8x + 4x^2 \Rightarrow x^2 - 18x + 13 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-13) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=13 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=13 \text{ رد می شود } (x < 4) \end{array} \right.$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۸ پدر بزرگ برای اهدا به مهد کودک چند اسباب بازی یکسان، مجموعاً به قیمت ۱۲۰ هزار تومان خرید. اگر فروشنده برای هر اسباب بازی هزار تومان به پدر بزرگ تخفیف می داد او می توانست با همان پول چهار اسباب بازی دیگر هم بخرد. قیمت هر اسباب بازی قبل از تخفیف چقدر بوده است؟

$$x = \text{قیمت اسباب بازی قبل از تخفیف}$$

$$4x - 100 = \text{قیمت اسباب بازی بعد از تخفیف}$$

$$\frac{120000}{x} = \text{تعداد اسباب بازی تخفیف}$$

$$\frac{120000}{x-100} = \text{تعداد اسباب بازی گهفت}$$

$$\frac{120000}{x} + 4 = \frac{120000}{x-100} \Rightarrow 120000x - 120000(x-100) + 4x^2 - 400x = 120000x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 400x - 120000 = 0 \Rightarrow x^2 - 100x - 30000 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 200)(x + 500) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2000 \checkmark \\ x = -500 \end{cases} \text{ غیر منطقی}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۹ ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟

زمانی که B به تنهایی کار کند $x+15 =$
 زمانی که A به تنهایی کار کند $x =$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \Rightarrow 18x + 270 + 18x = x^2 + 15x$$

$$x^2 - 21x - 270 = 0 \Rightarrow (x - 30)(x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -9 \end{cases}$$

عزیزانم!

$$x = 30 \Rightarrow \begin{cases} A: 30 \\ B: 45 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
 حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین

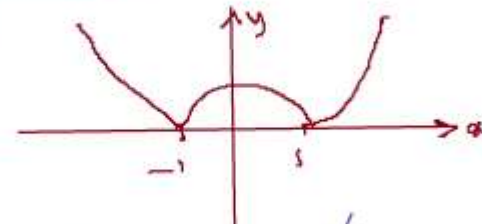
صفحه ۲۸ حسابان یک

۱ با استفاده از تعیین علامت، ضابطه هریک از توابع زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

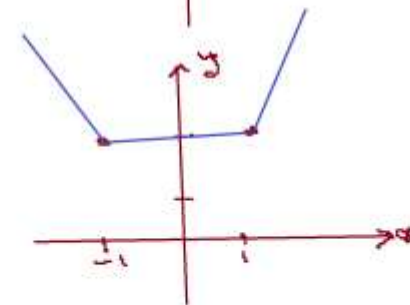
الف) $f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$



ب) $g(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$



پ) $h(x) = |x-1| + |x+1| = \begin{cases} 2x & x > 1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ -2x & x < -1 \end{cases}$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲ بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آنها از دو نقطه به طول های ۱- و ۳ روی محور x ها برابر ۶ باشد؟

$$|x-3| + |x+1| = 6$$

$$x > 3 \Rightarrow 2x - 2 = 6 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \quad \checkmark$$

$$-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -3 + 1 = 6 \quad \times$$

$$x < -1 \Rightarrow -2x + 2 = 6 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \quad \checkmark$$

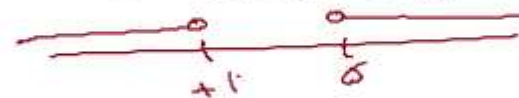
۳ هر یک از عبارات های زیر را با استفاده از نماد قدر مطلق به صورت یک معادله یا نامعادله بنویسید و جواب را روی محور اعداد نمایش دهید.

الف) فاصله بین x و ۳ برابر ۷ است. $|x-3| = 7 \Rightarrow x-3 = \pm 7 \Rightarrow x = 10$ و $x = -4$

ب) دو برابر فاصله بین x و ۶ برابر ۴ است. $2|x-6| = 4 \Rightarrow |x-6| = 2 \Rightarrow x-6 = \pm 2 \Rightarrow x = 8$ و $x = 4$

ب) فاصله بین x و ۳- بزرگ تر از ۲ است.

$$|x+3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x-3 > 2 \Rightarrow x > 5 \\ x-3 < -2 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۴ دو معادله زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \frac{2-x}{|x-3|} = 1 \Rightarrow |x-3| = 2-x$$

$$x \geq 3 \Rightarrow x-3 = 2-x \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \quad \text{غیر قابل قبول}$$

$$x < 3 \Rightarrow -x+3 = 2-x \Rightarrow 3 = 2 \quad \text{غیرممکن}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 1 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = 2x + 1 \Rightarrow |x-1| = 2x + 1$$

$$x \geq 1 \Rightarrow x-1 = 2x+1 \Rightarrow -2 = x \quad \text{غیر قابل قبول}$$

$$x < 1 \Rightarrow -x+1 = 2x+1 \Rightarrow 0 = 3x \Rightarrow x = 0 \quad \checkmark$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

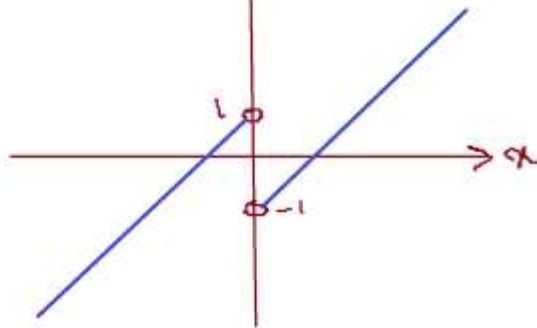


بسم الله الرحمن الرحيم

۵ نمودار هر یک از دو تابع زیر را رسم کنید، سپس به ازای $y=3$ معادله های به دست آمده را به روش هندسی و جبری حل کنید.

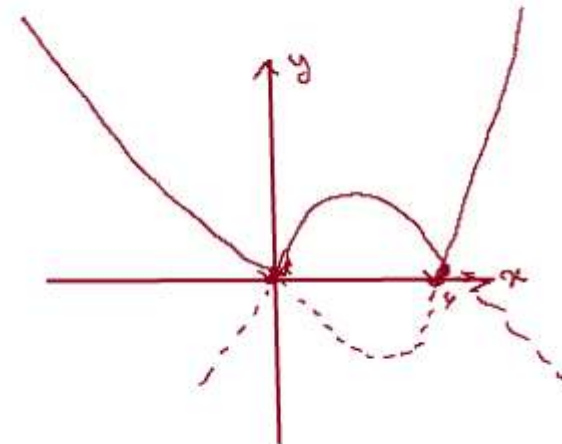
الف) $y = x - \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x-1 & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$

$y=3 \Rightarrow \begin{cases} x-1=3 \Rightarrow x=4 \checkmark \\ x+1=3 \Rightarrow x=2 \times \end{cases}$



ب) $y = |x^2 - 6x| = |(x-3)^2 - 9|$

$= \begin{cases} x^2 - 6x & x > 6 \text{ or } x < 0 \\ -(x^2 - 6x) & 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



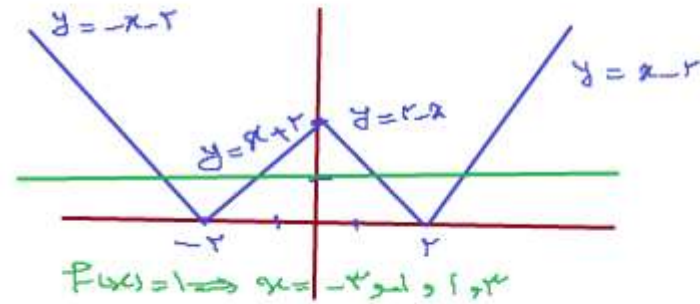
بسم الله الرحمن الرحيم

۶ نمودار تابع $f(x) = ||x|-2|$ را رسم کنید، سپس معادله $f(x) = 1$ را، هم به روش هندسی و هم به روش جبری، حل نمایید.

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & x > 2 \\ 2-x & 0 \leq x \leq 2 \\ 2+x & -2 < x < 0 \\ -x-2 & x < -2 \end{cases}$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \Rightarrow x=3 \checkmark \\ 2-x=1 \Rightarrow x=1 \checkmark \\ 2+x=1 \Rightarrow x=-1 \\ -x-2=1 \Rightarrow -x=3 \Rightarrow x=-3 \checkmark \end{cases}$$

لغات میرا



حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی




بسم الله الرحمن الرحيم

کارد در کلاس

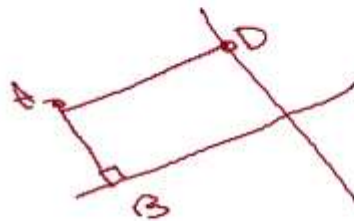
صفحه ۳۴ فصل ۱۰

۱ اگر نقطه $A(2,3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $2x - 2y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟



$$AB = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 9|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{|4 - 6 + 9|}{\sqrt{4 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{8}} = \frac{7\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S = AB^2 = \frac{49}{2}$$

۲ دو خط $2x + 2y = 1$ و $2x - 2y = 2$ معادله های دو ضلع یک مستطیل اند و نقطه $A(2,5)$ یک رأس مستطیل است. مساحت مستطیل چقدر است؟



$$AB = \frac{|2 \cdot 2 + 2 \cdot 5 - 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{15}{\sqrt{8}}$$

$$AD = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{13}{\sqrt{8}}$$

$$S = AB \cdot AD = \frac{15}{\sqrt{8}} \times \frac{13}{\sqrt{8}} = \frac{195}{8}$$

مدرس: مزبان حبیبی

حسابان یک

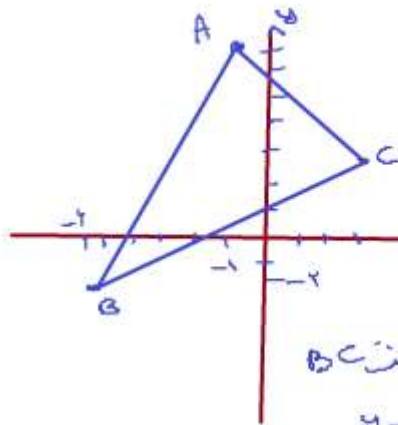
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۳۵ فصل ۱ (ب)

۱ مثلث ABC به رأس های $A(-1, 7)$ و $B(-6, -2)$ و $C(3, 3)$ را در نظر بگیرید.
الف) مثلث را رسم کنید.



ب) نشان دهید مثلث متساوی الساقین است.

$$AB = \sqrt{(-6 - (-1))^2 + (-2 - 7)^2} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$$

$$BC = \sqrt{(3 - (-6))^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{81 + 25} = \sqrt{106} \Rightarrow AB = BC$$

پ) معادله عمود منصف ضلع BC را به دست آورید.

$$M = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) = \left(\frac{-6 + 3}{2}, \frac{-2 + 3}{2} \right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) \quad m_{BC} = \frac{3 - (-2)}{3 - (-6)} = \frac{5}{9}$$

$$y - y_m = -\frac{1}{m_{BC}} (x - x_m) \Rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{9}{5} \left(x + \frac{3}{2} \right)$$

$$10y - 5 = 18x + 27 \Rightarrow 10y - 18x - 32 = 0$$

ت) طول ارتفاع AH چقدر است؟

$$AH = \frac{|-10 - 126 - 32|}{\sqrt{10^2 + 18^2}}$$

مدرس: مزبان حبیبی

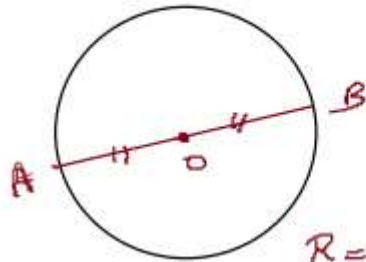
حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲ نقاط دوسر قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید. $A(0,6)$ و $B(8,-8)$



$$x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + 8}{2} = 4 \Rightarrow O(4, -1)$$

$$y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 + (-8)}{2} = -1$$

$$R = \overline{OA} = \sqrt{0^2 + 6^2} = \sqrt{36} = 6$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲ شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله $y = x^2 - 8x - 20$ مطابق شکل زیر مدل سازی می شود.

الف) مختصات نقاط انتهایی عدسی A و B را به دست آورید.

ب) اگر x بر حسب سانتی متر باشد طول AB را به دست آورید.

پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y بر حسب میلی متر باشد بیشترین ضخامت آن چقدر است؟

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x+2)(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow A(-2, 0) \\ x = 10 \Rightarrow B(10, 0) \end{cases}$$

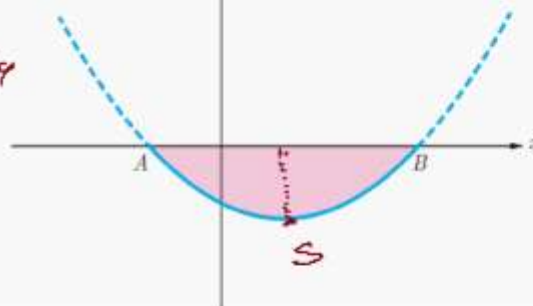
$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(10-(-2))^2 + (0-0)^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$L = \overline{AB} = |x_B - x_A| = |10 - (-2)| = 12$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2} = 4$$

$$y_s = f(x_s) = f(4) = 12 - 32 - 20 = -40$$

$$\text{بیشترین ضخامت} = 40 \text{ mm}$$



حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



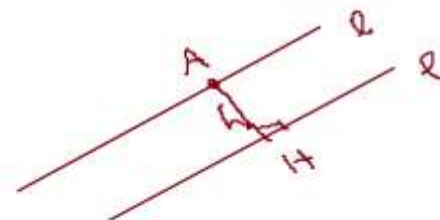
بسم الله الرحمن الرحيم

۴ ثابت کنید فاصله دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ برابر $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ می باشد.

$$L: ax+by+c=0 \quad L': ax+by+c'=0$$

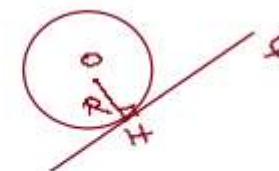
$$A \in L \Rightarrow x=0, y=-c/b \Rightarrow A(0, -c/b)$$

$$h = AH = \frac{|a(0)+b(-c/b)+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|c'-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



۵ خط $4x+3y=5$ بر دایره C به مرکز $O(-1,2)$ مماس است. طول شعاع دایره چقدر است؟

$$R = OH = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-4+6-5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|-3|}{5} = \frac{3}{5}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

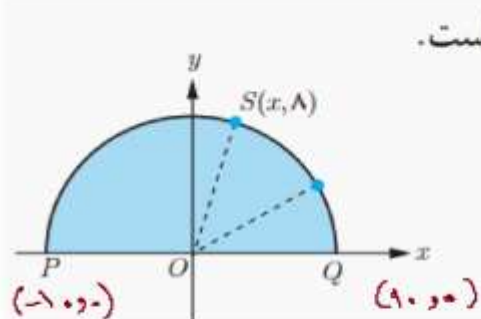
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم



۶ نقطه $S(x, 1)$ روی نیم دایره ای به شعاع 10 در شکل روبه رو داده شده است.

الف) مقدار x را به دست آورید.

ب) شیب خط های PS و SQ را به دست آورید.

پ) نشان دهید \widehat{PSQ} قائمه است.

$$OS = 10 \Rightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (1-0)^2} = 10 \Rightarrow x^2 + 1 = 100 \Rightarrow x^2 = 99 \Rightarrow x = 9$$

$$m_{PS} = \frac{y_s - y_p}{x_s - x_p} = \frac{1 - 0}{9 - (-1)} = \frac{1}{10}$$

$$m_{SQ} = \frac{y_s - y_q}{x_s - x_q} = \frac{1 - 0}{9 - 1} = -\frac{1}{8}$$

$$m_{PS} \cdot m_{SQ} = -1 \Rightarrow PS \perp SQ \Rightarrow \widehat{PSQ} = 90^\circ$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

✓ اگر فاصله نقطه $A(1,2)$ از خط $ax+4y=1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟

$$A(1,2) \Rightarrow \frac{|a+2-1|}{\sqrt{a^2+16}} = 2 \Rightarrow \frac{|a+1|}{\sqrt{a^2+16}} = 2 \Rightarrow \frac{a^2+14a+14}{a^2+16} = 4$$
$$\Rightarrow 4a^2+64 = a^2+14a+14 \Rightarrow 3a^2-14a+50=0 \Rightarrow (3a-5)(a-10)=0$$
$$\Rightarrow a = \frac{5}{3}, a = 10$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

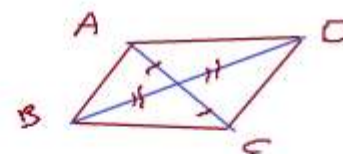


▲ سه رأس مثلث ABC ، $A(-11, -13)$ ، $B(-3, 3)$ ، $C(3, 1)$ می باشند.
 الف) طول عمودی را که از رأس B بر میانه نظیر رأس C وارد می شود به دست آورید.
 ب) مختصات رأس D را چنان تعیین کنید که $ABCD$ یک متوازی الاضلاع باشد.

$$AB \text{ خط } M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_B + y_A}{2} \right) = (-7, -5), \quad m_{CM} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5 - 1}{-11 - 3} = \frac{3}{4}$$

$$y - y_C = m(x - x_C) \Rightarrow y - 1 = \frac{3}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 3x + 5 = 0$$

$$BH = \frac{|-11 - 9 + 5|}{\sqrt{14 + 9}} = \frac{15}{5}$$



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_D = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -11 + 3 = -3 + x_D \Rightarrow x_D = -5 \\ -13 + 1 = 3 + y_D \Rightarrow y_D = -7 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
 حسابان یک



۹ نقطه ای روی خط $y=2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2,4)$ برابر ۵ باشد.

$$M \in \ell: y=2x \xrightarrow{x_M=t} y_M=2t \Rightarrow M(t, 2t)$$

$$OM + AM = 5 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 4t^2} + \sqrt{(t-2)^2 + (2t-4)^2} = 5$$

$$\sqrt{5t^2} + \sqrt{t^2 + 4t^2 - 4t + 4 + 4t^2 - 16t + 16} = 5 \Rightarrow t\sqrt{5} + \sqrt{5t^2 - 12t + 20} = 5$$

$$\Rightarrow t\sqrt{5} + \sqrt{5(t-1)^2} = 5 \Rightarrow t\sqrt{5} + |t-1|\sqrt{5} = 5$$

$$t > 0 \Rightarrow t\sqrt{5} + t\sqrt{5} - \sqrt{5} = 5 \Rightarrow 2t\sqrt{5} = 5 + \sqrt{5} \Rightarrow t = \frac{5 + \sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

$$t < 0 \Rightarrow t\sqrt{5} - t\sqrt{5} + \sqrt{5} = 5 \Rightarrow \sqrt{5} = 5 \text{ بی‌نتیجه}$$

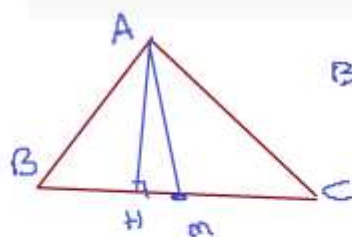
$$\text{جواب: } M\left(\frac{5 + \sqrt{5}}{2\sqrt{5}}, \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right)$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



بسم الله الرحمن الرحيم

۱۴ نقاط $A(4, 2)$ و $B(1, -1)$ و $C(8, -2)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر H و M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشند طول MH را به دست آورید.



$$BC \text{ وسط } M = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) = \left(\frac{1+8}{2}, \frac{-1+(-2)}{2} \right) = \left(\frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \right)$$

$$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2 - (-1)}{8 - 1} = \frac{-1}{7} \Rightarrow m_{AH} = m_{BC} = -\frac{1}{7}$$

$$y - y_A = m_{AH} (x - x_A) \Rightarrow y - 2 = -\frac{1}{7}(x - 4) \Rightarrow y - 2 = -\frac{x}{7} + \frac{4}{7} \Rightarrow y - \frac{x}{7} = -\frac{10}{7}$$

$$y - y_B = m_{BC} (x - x_B) \Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{7}(x - 1) \Rightarrow 7y + 7 = -x + 1 \Rightarrow 7y + x = -6$$

$$\begin{cases} y - \frac{x}{7} = -\frac{10}{7} \\ 7y + x = -6 \end{cases} \Rightarrow 5 \cdot y = -\frac{28}{7} \Rightarrow y = -\frac{4}{5}, \quad -5 \cdot x = 144 \Rightarrow x = -\frac{144}{5}$$

$$\Rightarrow H = \left(-\frac{144}{5}, -\frac{4}{5} \right) \Rightarrow MH = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{2} + \frac{144}{5} \right)^2 + \left(-\frac{3}{2} + \frac{4}{5} \right)^2}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزوہ ہی آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بابان
پت

دکتر مزبان حبیبی