

جزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیدی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: **مزبان حمیدی**

موضوع: **حل تمرینات فصل اول، جبر و معادله - حسابان یک یازدهم ریاضی**



فصل اول، جبر و معادله

مجموع جمله های حسابی: $t_n = a + (n-1)d$

$$S_n = \frac{n(a + (n-1)d)}{2} = na + \frac{n(n-1)}{2}d = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n} \quad \text{و} \quad t_m = t_n + (m - n)d$$

$$t_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

مجموع جمله های هندسی:

$$r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n} \quad \text{و} \quad t_m = t_n \cdot r^{m-n}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



مثال: مجموع صد جمله اول دنباله حسابی $3, 7, 11, 15, \dots$ را به دست آورید.

حل: جمله اول ۳، تعداد جمله ها ۱۰۰ و قدر نسبت جملات ۴ است. با استفاده

از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی می توان نوشت:

$$S_{100} = \frac{100}{2} [(2 \times 3) + (99 \times 4)] = 50 \times 402 = 20100$$

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

❖ **مثال:** در یک مسابقه تعداد بسیاری توپ روی یک خط مستقیم و هر یک به فاصله ۳ متر از هم قرار دارند. فاصله توپ اول تا سید نیز ۳ متر است (شکل زیر). دوندگاری باید از کنار سید شروع کرده توپ اول را بردارد و آن را تا سید حمل کند و به سید بیندازد، سپس به طرف توپ بعدی بدود و آن را بردارد و به داخل سید بیندازد و این کار را ادامه دهد. اگر این دوندگاری در پایان ۹۱۸ متر دویده باشد؛ حساب کنید او جمعاً چند توپ در سید انداخته است؟



❖ **حل:** دوندگاری برای برداشتن توپ اول و قرار دادن آن در سید باید مسافت $3+3=6$ متر را طی کند؛ برای توپ دوم نیز باید ۱۲ متر و برای توپ سوم ۱۸ متر و ... طی کند. بنابراین مسافت های طی شده در این مراحل، تشکیل یک دنباله حسابی یا جمله اول و قدر نسبت ۶ می دهد. اگر n تعداد توپ های انداخته شده در سید باشد از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی داریم:

$$S = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$918 = \frac{n}{2}(12 + (n-1)6) \Rightarrow 306 = n(n+1) \Rightarrow 17 \times 18 = n(n+1) \Rightarrow n = 17$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

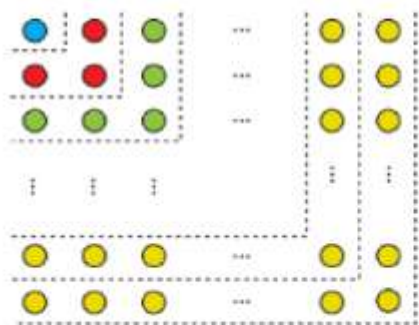
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۶ حسابان یک

تمرین



۱ الف) به کمک شکل روبه رو حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

ب) اکنون با استفاده از فرمول درستی جواب خود در قسمت الف را بررسی کنید.

$$S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2} = \frac{n(2 + (n-1) \cdot 2)}{2} = \frac{n(2n)}{2} = n^2$$

۲ مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند چقدر می شود؟

$$1.2, 1.8, \dots, 996 : t_n = a + (n-1)d \Rightarrow 996 = 1.2 + (n-1)(6) \Rightarrow n = \frac{996 - 1.2}{6} + 1 = 166$$

$$S_{166} = \frac{166(a + t_{166})}{2} = 73 \cdot (1.2 + 996) = 74700$$

۳ در دنباله حسابی $5, 8, 11, \dots$ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از ۴۹۳ بیشتر شود؟

$$S_n > 493 \Rightarrow \frac{n(5 + (n-1)3)}{2} > 493 \Rightarrow n(2 + 3n) > 986 \Rightarrow 3n^2 + 2n - 986 > 0$$

$$n > \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{4 + 11892}}{6} = 17.5 \Rightarrow \text{Min}(n) = 18$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



۴ در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات شماره های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره های زوج ۱۵۰ می باشد.

جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.

فرد $a, a+2d, a+4d, \dots, a+18d$

زوج $a+d, a+3d, a+5d, \dots, a+19d$

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \frac{1 \cdot (a + a + 18d)}{2} = 135 \Rightarrow a(20 + 18d) = 270 \Rightarrow 20a + 18d = 270 \\ S_n &= \frac{1 \cdot (a + d + a + 3d + \dots + a + 19d)}{2} = 150 \Rightarrow d(20 + 2 \cdot d) = 150 \Rightarrow 20d + 2d^2 = 150 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2d = 3 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$20a + 18d = 270 \Rightarrow 20a + 18 \cdot \frac{3}{2} = 270 \Rightarrow 20a + 27 = 270 \Rightarrow 20a = 243 \Rightarrow a = \frac{243}{20}$$

۵ جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟

$a: 1, 2, 4, \dots$ $a=1, \quad r=2$

$$S_n = \frac{a(2^n - 1)}{2 - 1} = 255 \Rightarrow \frac{1(2^n - 1)}{1} = 255 \Rightarrow 2^n - 1 = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

مدرس: مزبان حبیبی حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۶ طول ضلع مربعی یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت مربع را رنگ می کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از قبل را رنگ می کنیم. پس از دست کم چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

$$S_n > \frac{99}{100} \quad \frac{1}{4}, \frac{1}{4} + \frac{1}{8}, \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}, \dots$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{4}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} > \frac{99}{100} \Rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^n > 1 - \frac{1}{100} \Rightarrow (\frac{1}{2})^n < \frac{1}{100} \Rightarrow 2^n > 100 \Rightarrow n > 7$$

۷ برای عدد حقیقی $a (a \neq 1)$ و عدد طبیعی n :

الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{1(a^n - 1)}{a - 1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

ب) با استفاده از قسمت الف نتیجه بگیرید که:

$$a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1) \Leftrightarrow \frac{a^n - 1}{a - 1} = 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$$

حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صنعت حسابان یک

۱ معادله $3x^2 = 5x - 2$ را حل کنید.

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 2x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x(x-1) - 2(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(3x-2) = 0$$

$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 3x-2=0 \Rightarrow x=2/3 \end{cases}$

۲ اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $4x^2 - mx - 7 = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

$$x = -1 \Rightarrow 4(-1)^2 - m(-1) - 7 = 0 \Rightarrow 4 + m - 7 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$4x^2 - 3x - 7 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 4x - 7x - 7 = 0 \Rightarrow 4x(x+1) - 7(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(4x-7) = 0$$

$\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ 4x-7=0 \Rightarrow x=7/4 \end{cases}$

مدرس: مزبان حبیبی

حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه ها S و ضرب ریشه ها P باشند این روابط برقرار است.

$$S = \frac{-b}{a}, P = \frac{c}{a}$$

❁ **مثال:** اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $4x^2 - mx - 7 = 0$ باشد ریشه دیگر و مقدار m را با استفاده از روابط بین ضرایب و ریشه ها به دست آورید.

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow (-1)x_2 = \frac{-7}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{7}{4}$$

❁ **حل:** اگر x_1 و x_2 ریشه های این معادله باشند، داریم:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow -1 + \frac{7}{4} = \frac{m}{4} \Rightarrow m = 3$$

از طرفی با استفاده از جمع ریشه ها داریم:

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

به طور کلی اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

کارد کلاس

معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشند.

$$S = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4 \quad \text{و} \quad P = (2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

❖ مثال: محیط یک مستطیل ۳۳ سانتی متر و مساحت آن ۶۵ سانتی متر مربع است. ابعاد مستطیل را به دست آورید.

$$S = x_1 + x_2 = \frac{33}{2}, \quad x_1 \cdot x_2 = 65 \Rightarrow x^2 - \frac{33}{2}x + 65 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 33x + 130 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 20x - 13x + 130 = 0 \Rightarrow 2x(x - 10) - 13(x - 10) = 0 \Rightarrow (x - 10)(2x - 13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \\ 2x - 13 = 0 \Rightarrow x = 6,5 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر (-2) باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.

$$f(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x^2(x+2) - (x+2) = 0 \Rightarrow (x+2)(x^2-1) = 0$$

$$\begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$$

مثال: صفرهای تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2-1)^2 + (x^2-1) - 2$ را به دست آورید.

$$f(x) = 0 \xrightarrow{x^2-1=t} t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0 \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

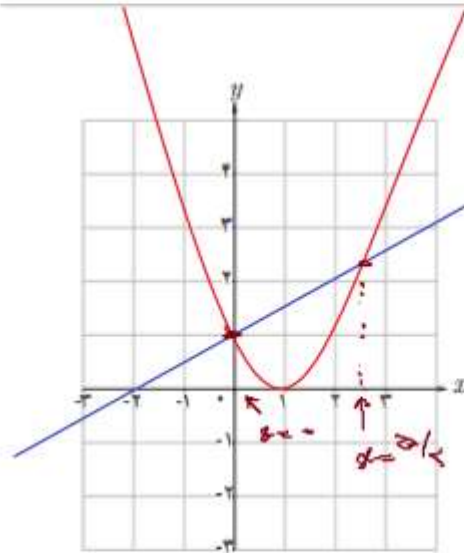
$$t = -2 \Rightarrow x^2 - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -1 \quad \text{حیاب ندارد.}$$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



صفحه ۱۳۴ بان یک



۱ معادله $(x-1)^2 = \frac{1}{4}x + 1$ را حل کنید.

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{4}x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x = \frac{1}{4}x \Rightarrow 2x^2 - 4x = x$$

$$2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(2x - 5) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x = \frac{5}{2}$$

۲ نمودار دو تابع $y = \frac{1}{4}x + 1$ و $y = (x-1)^2$ را رسم کنید.

۳ چه ارتباطی بین ریشه های معادله $(x-1)^2 = \frac{1}{4}x + 1$ و

طول های نقاط تلاقی نمودارها وجود دارد؟ طول ریشه ها بر محور دایره ربع، محور جابجایی معادله هستند.

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

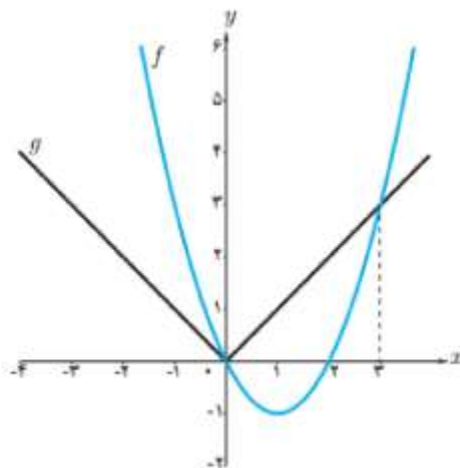


بسم الله الرحمن الرحيم

صمیمانه و با دقت

❖ مثال: به روش هندسی معادله $|x| = x^2 - 2x$ را حل کنید.

❖ حل: با فرض $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = |x|$ ، نمودار این دو تابع را رسم می کنیم:



$$x=3, \quad x=0$$

با توجه به نمودارهای دو تابع طول نقاط تلاقی دو نمودار عبارت اند از:
که جواب های معادله $|x| = x^2 - 2x$ می باشند.

حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

تصویر

صفحه ۱۵ حسابان یک

$$S = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} = 1, P = \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{8}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$$

$$\alpha, \beta : S = \alpha + \beta = 3\alpha$$

$$P = \alpha \cdot (\beta) = 2\alpha^2 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 3\alpha x + 2\alpha^2 = 0$$

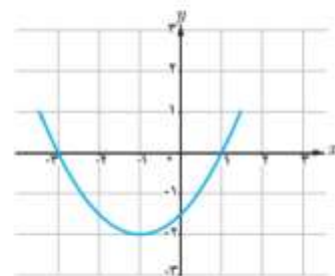
در هر یک از شکل های زیر نمودار سهمی $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. در هر حالت صفرهای تابع $P(x)$ و ضابطه آن را مشخص کنید.

$$S = 1 + (-3) = -2$$

$$P = 1 \times (-3) = -3$$

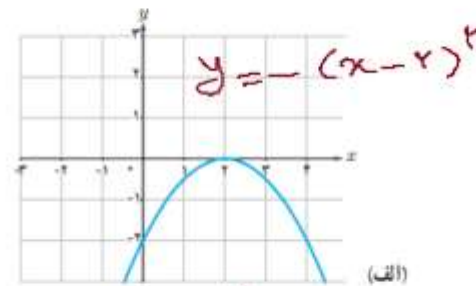
$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$



(ب)

$$x = 1, x = -3$$



(الف)

$$x = 2$$

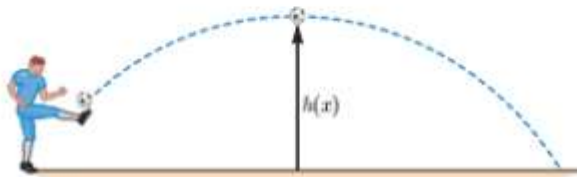
مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بسم الله الرحمن الرحيم



۲ یک توپ فوتبال بر اثر ضربه بازیکن طبق شکل روبه رو حرکت می کند تا دوباره به زمین بخورد. در هر لحظه ارتفاع توپ از سطح زمین را می توانیم با رابطه $h(x) = -0.03x(x-36)$ مدل سازی کنیم که x : فاصله افقی توپ از نقطه اولیه است (x : بر حسب متر است)

الف) توپ چند متر افقی را طی می کند تا دوباره به زمین بخورد.

$$h(x) = 0 \Rightarrow -0.03x(x-36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 36 = 0 \Rightarrow x = 36 \end{cases}$$

$$h(x) = -0.03x^2 + 1.08x$$

$$h\left(-\frac{b}{2a}\right) = h\left(\frac{-1.08}{-0.06}\right) = h(18)$$

$$= -0.03(18) \cdot (18-36) = -0.03(18) \cdot (-18) = 9.72$$

ب) توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می رود.

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



۴ صفراهای توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = x^2 - 4x$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

ب) $g(x) = 2x^2 + x + 3$

$$g(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow x(2x^2 + x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$2x^2 + x + 3 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 24 = -23 < 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

پ) $h(x) = x^2 + 3x + 5$

$$h(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 5 = 0 \xrightarrow{x=t} t^2 + 3t + 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 20 = -11 < 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

مدرس: مزبان حبیبی حسابان یک



بسم الله الرحمن الرحيم

۵ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $x^2 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = t \Rightarrow t^2 - 4t - 4 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+1) = 0 \Rightarrow t=4, t=-1$

$t=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

$t=-1 \Rightarrow x^2=-1$ جواب ندارد

ب) $(\frac{x^2}{3}-2)^2 - 7(\frac{x^2}{3}-2) + 6 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{3}-2=t \Rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-6) = 0 \Rightarrow t=1, 6$

$t=1 \Rightarrow \frac{x^2}{3}-2=1 \Rightarrow \frac{x^2}{3}=3 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}$

$t=6 \Rightarrow \frac{x^2}{3}-2=6 \Rightarrow \frac{x^2}{3}=8 \Rightarrow x^2=24 \Rightarrow x=\pm\sqrt{24}$

پ) $(4-x^2)^2 - (4-x^2) = 12 \Rightarrow 4-x^2=t \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+3) = 0 \Rightarrow t=4, -3$

$t=4 \Rightarrow 4-x^2=4 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0$

$t=-3 \Rightarrow 4-x^2=-3 \Rightarrow x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$

مدرس: مزبان حبیبی حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

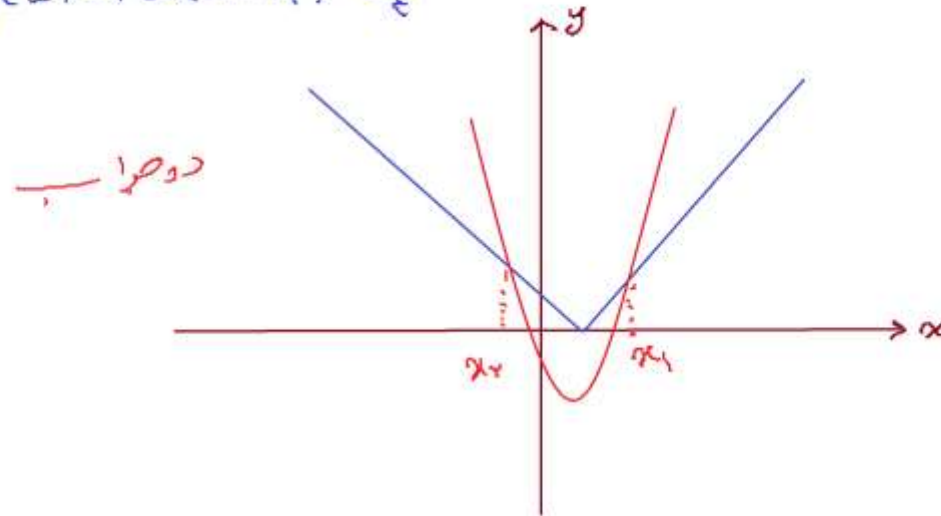
بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۶ تعداد و مقدار تقریبی ریشه های معادله $|x-1| = x^2 - x - 1$ را با استفاده از روش هندسی به دست آورید.

$$y = |x-1| \quad y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

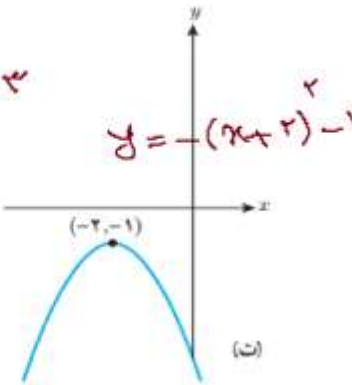
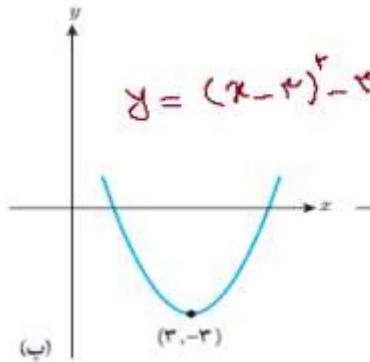
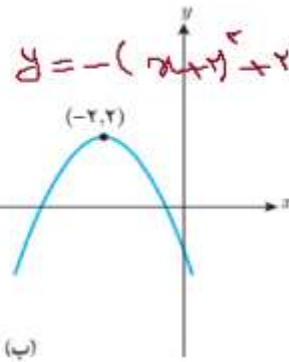
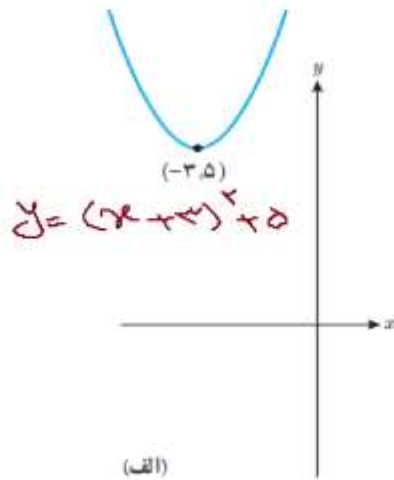
09176193511

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

✓ هر یک از سهمی های زیر نمودار حالتی از تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ است که در آن $|a| = 1$ است و نقطه رأس سهمی نیز داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه تابع را مشخص کنید.



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

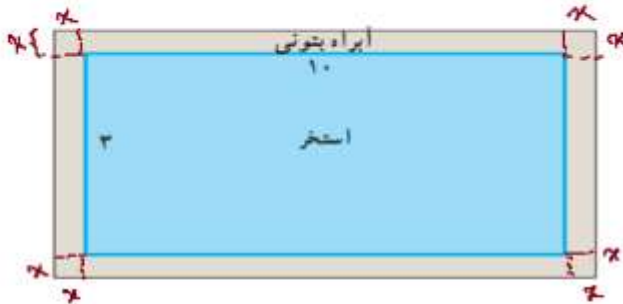
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم



۸ یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای بهای یکسان و مساحت ۱۴ مترمربع باشد، بهای آن را محاسبه کنید.

$$4x^2 + 20x + 6x = 14$$

$$4x^2 + 26x - 14 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 13x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 13x - x - 7 = 0 \Rightarrow 2x(x+7) - (x+7) = 0 \Rightarrow (x+7) \cdot (2x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x+7=0 \Rightarrow x=-7 & \text{حذف} \\ 2x-1=0 \Rightarrow x=1/2 \end{cases}$$

۹ طول یک نوع کاشی یک سانتی متر بلندتر از چهار برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت ۵۲/۸ مترمربع تعداد دو هزار کاشی مصرف شده است. طول هر کاشی چند سانتی متر است؟

$$x \text{ و } 4x+1$$

$$\frac{52.8}{2000} = x(4x+1) \Rightarrow 8 \dots x^2 + 4 \dots x - 26.4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \dots \pm \sqrt{4 \dots + 4(8 \dots)(26.4)}}{2(8 \dots)} \approx 1.96 \Rightarrow \begin{cases} \text{طول} = 1.96 \\ \text{عرض} = 0.49 \end{cases}$$



مزبان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

❖ مثال: معادله $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ را حل کنید.

❖ حل: کوچک ترین مضرب مشترک مخرج ها برابر $x(x^2-4)$ است. (چرا؟)
با ضرب طرفین معادله در این عبارت داریم:

$$3x(x-2) + 2(x^2-4) = x(4x-4)$$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x=4 \text{ یا } x=-2$$

البته جواب $x=-2$ مورد قبول نیست. (چرا؟)
ریشه مخرج است.

حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

کاردکلاس

$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2(x-2)}{(x-2)^3} = \frac{3(x-2)^2}{(x-2)^3}$$

1 معادله $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$ را حل کنید.

$$3x^2 - 12x + 11$$

$$\Rightarrow 1 + 2(x-2) = 3(x-2)^2 \Rightarrow 1 + 2x - 4 = 3(x^2 - 4x + 4)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 11 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 144 - 4(3)(11) = 12$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{12}}{6} = 2, 1/4$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



۲ اگر در یک مستطیل با طول L و عرض w داشته باشیم: $\frac{L}{w} = \frac{w+L}{L}$ آنگاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است.

اگر محیط یک زمین ورزشی مستطیل شکل، برابر ۱۴۴ متر و اندازه طول و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول و عرض زمین چقدر است؟

$$2w + 2L = 144 \Rightarrow w + L = 72 \Rightarrow w = 72 - L$$

$$\frac{L}{72-L} = \frac{72}{L} \Rightarrow L^2 = 72^2 - 72L \Rightarrow L^2 + 72L - 5184 = 0$$

$$\Rightarrow L = \frac{-72 + \sqrt{72^2 + 4(5184)}}{2} = 36(\sqrt{5} - 1) \Rightarrow w = 72 - 2(\sqrt{5} - 1)$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۲۱ حسابان یک

$$x + \sqrt{5x} = 6$$

۱ آیا عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با جذرش برابرش باشد؟

$$\sqrt{x} = 6 - x \Rightarrow x = 36 + x^2 - 12x \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x-4)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=9 \end{cases}$$

۲ معادله $\sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{x - 2} = 0$ را حل کنید؛ سپس در مورد قابل قبول بودن جواب های آن بحث کنید. آیا بدون حل نیز

می توانستید به این نتیجه برسید؟

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 4 = 0 &\Rightarrow x = 2, x = -2 \\ x - 2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقاطع}} x = 2$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



صفحه ۲۲ حسابان یک

تمرین

معادلات زیر را حل کنید.

$$1 \quad \frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1} \quad x(x+1) \Rightarrow 2(x+1) = 2(x)(x+1) + (x-3)(x)$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = 2x^2 + 2x + x^2 - 3x \Rightarrow 3x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 9x + 2x - 6 = 0 \Rightarrow 3x(x-3) + 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(3x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ و } x = -2/3$$

$$2 \quad \frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-3}{2} \Rightarrow 2p(p) + 2(2)(2-p) = -3p(2-p)$$

$$\Rightarrow 2p^2 + 8 - 4p + 4p - 2p^2 = 0 \Rightarrow -8 + 2p + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2p - 8 = 0 \Rightarrow (p-4)(p+2) = 0 \Rightarrow p = 4 \text{ و } p = -2$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



بسم الله الرحمن الرحيم

$$\text{۳} \quad \frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y} \Rightarrow 3y+5 + (y+4)(y) = (y+1)(y+5)$$

$$\Rightarrow 3y + \cancel{5} + y^2 + 4y = y^2 + 2y + \cancel{5} \Rightarrow y = 0 \quad \text{غَرَقَوق}$$

$$\text{۴} \quad 2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4} \Rightarrow 4x = 3x+4 \Rightarrow x = 4 \quad \text{قَو}$$

$$\text{۵} \quad \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \Rightarrow 1-\sqrt{x} = (1-x)(1+\sqrt{x}) \Rightarrow x-\sqrt{x} = x+\sqrt{x} - x - x\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{x} - x\sqrt{x} \Rightarrow x = \sqrt{x}(2-x) \Rightarrow \frac{x}{2-x} = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{x^2}{4+x^2-4x} = x$$

$$\Rightarrow x^2 = 4x + x^2 - 4x^2 \Rightarrow x^2 - 4x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بسم الله الرحمن الرحيم

$$6 \quad \frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}} \Rightarrow 5(\sqrt{x-2}) = 2(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2}) - (\sqrt{x+2})$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{x} - 10 = 2x - 2 - \sqrt{x} - 2 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 2x \Rightarrow x = 4\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 16x \Rightarrow x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x(x-16) = 0 \Rightarrow x = 0, 16$$

$$7 \quad \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \Rightarrow x+3 + 3x+1 + 2\sqrt{x+3}\sqrt{3x+1} = 16$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(3x+1)} = 16 - 4x \Rightarrow \sqrt{3x^2 + 10x + 3} = 4 - 2x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 10x + 3 = 16 - 16x + 4x^2 \Rightarrow x^2 - 26x + 13 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=25 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=25 \text{ رد می شود } (x < 4) \end{array} \right.$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۸ پدر بزرگ برای اهدا به مهد کودک چند اسباب بازی یکسان، مجموعاً به قیمت ۱۲۰ هزار تومان خرید. اگر فروشنده برای هر اسباب بازی هزار تومان به پدر بزرگ تخفیف می داد او می توانست با همان پول چهار اسباب بازی دیگر هم بخرد. قیمت هر اسباب بازی قبل از تخفیف چقدر بوده است؟

$$x = \text{قیمت اسباب بازی قبل از تخفیف}$$

$$x - 1000 = \text{قیمت اسباب بازی بعد از تخفیف}$$

$$\frac{120000}{x} = \text{تعداد اسباب بازی تخفیف}$$

$$\frac{120000}{x-1000} = \text{تعداد اسباب بازی گهفت}$$

$$\frac{120000}{x} + 4 = \frac{120000}{x-1000} \Rightarrow 120000x - 120000(x-1000) + 4x^2 - 4000x = 120000x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4000x - 120000(x-1000) = 0 \Rightarrow x^2 - 1000x - 300000 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2000)(x+500) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2000 \checkmark \\ x=-500 \end{cases}$$

عزیزانم بگوئید

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۹ ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟

زمانی که A به تنهایی کار کند. $x =$ زمانی که B به تنهایی کار کند. $x + 15 =$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \Rightarrow 18(x+15) + 18x = x^2 + 15x$$

$$x^2 - 21x - 270 = 0 \Rightarrow (x - 30)(x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -9 \end{cases}$$

عزیمه های منفی

$$x = 30 \Rightarrow \begin{cases} A: 30 \\ B: 45 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین

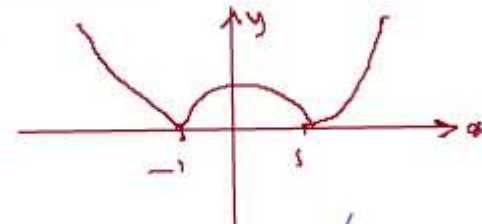
صفحه ۲۸ حسابان یک

۱ با استفاده از تعیین علامت، ضابطه هریک از توابع زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

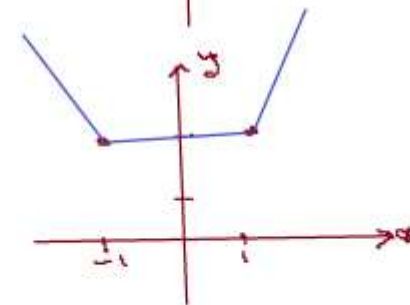
الف) $f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$



ب) $g(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$



پ) $h(x) = |x-1| + |x+1| = \begin{cases} 2x & x > 1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ -2x & x < -1 \end{cases}$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲ بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آنها از دو نقطه به طول های ۱- و ۳ روی محور x ها برابر ۶ باشد؟

$$|x-3| + |x+1| = 6$$

$$x > 3 \Rightarrow 2x - 2 = 6 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \quad \checkmark$$

$$-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -3 + 1 = 6 \quad \times$$

$$x < -1 \Rightarrow -2x + 2 = 6 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \quad \checkmark$$

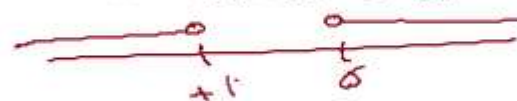
۳ هر یک از عبارات های زیر را با استفاده از نماد قدر مطلق به صورت یک معادله یا نامعادله بنویسید و جواب را روی محور اعداد نمایش دهید.

الف) فاصله بین x و ۳ برابر ۷ است. $|x-3| = 7 \Rightarrow x-3 = \pm 7 \Rightarrow x = 10 \text{ و } -4$

ب) دو برابر فاصله بین x و ۶ برابر ۴ است. $2|x-6| = 4 \Rightarrow |x-6| = 2 \Rightarrow x-6 = \pm 2 \Rightarrow x = 8 \text{ و } 4$

ب) فاصله بین x و ۳- بزرگ تر از ۲ است.

$$|x+3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x-3 > 2 \Rightarrow x > 5 \\ x-3 < -2 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۴ دو معادله زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \frac{2-x}{|x-3|} = 1 \Rightarrow |x-3| = 2-x$$

$$x \geq 3 \Rightarrow x-3 = 2-x \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \quad \text{عقود}$$

$$x < 3 \Rightarrow -x+3 = 2-x \Rightarrow 3 = 2 \quad \text{نمی‌تواند}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 1 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = 2x + 1 \Rightarrow |x-1| = 2x + 1$$

$$x \geq 1 \Rightarrow x-1 = 2x+1 \Rightarrow -2 = x \quad \text{عقود}$$

$$x < 1 \Rightarrow -x+1 = 2x+1 \Rightarrow 0 = 3x \Rightarrow x = 0 \quad \checkmark$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

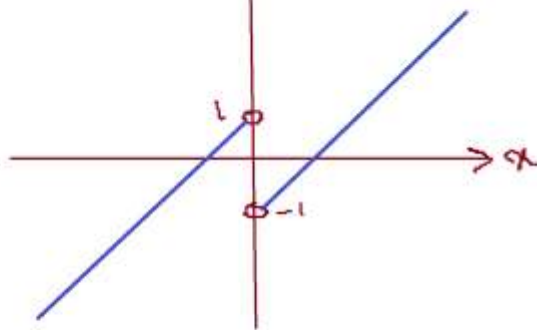


بسم الله الرحمن الرحيم

۵ نمودار هر یک از دو تابع زیر را رسم کنید، سپس به ازای $y=3$ معادله های به دست آمده را به روش هندسی و جبری حل کنید.

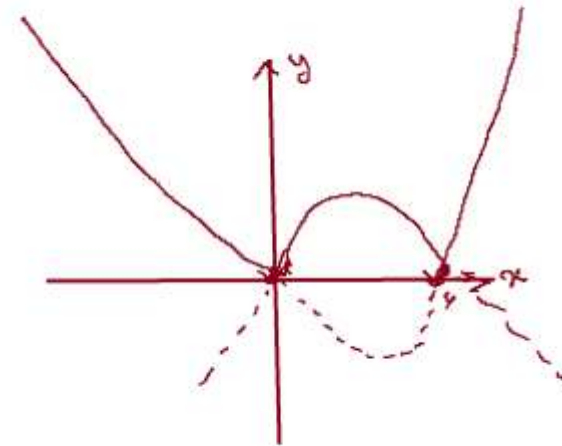
الف) $y = x - \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x-1 & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$

$y=3 \Rightarrow \begin{cases} x-1=3 \Rightarrow x=4 \checkmark \\ x+1=3 \Rightarrow x=2 \times \end{cases}$



ب) $y = |x^2 - 6x| = |(x-3)^2 - 9|$

$= \begin{cases} x^2 - 6x & x > 6 \text{ و } x < 0 \\ -(x^2 - 6x) & 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$



حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



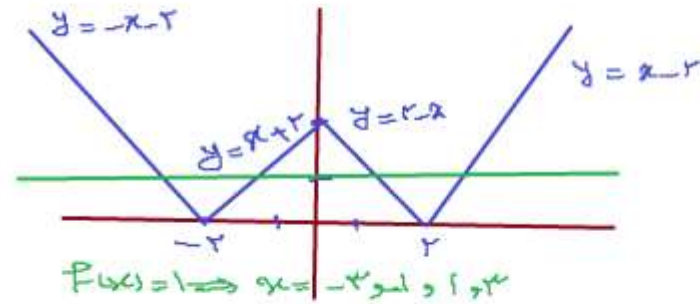
بسم الله الرحمن الرحيم

۶ نمودار تابع $f(x) = ||x|-2|$ را رسم کنید، سپس معادله $f(x) = 1$ را، هم به روش هندسی و هم به روش جبری، حل نمایید.

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & x > 2 \\ 2-x & 0 \leq x \leq 2 \\ 2+x & -2 < x < 0 \\ -x-2 & x < -2 \end{cases}$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \Rightarrow x=3 \checkmark \\ 2-x=1 \Rightarrow x=1 \checkmark \\ 2+x=1 \Rightarrow x=-1 \\ -x-2=1 \Rightarrow -x=3 \Rightarrow x=-3 \checkmark \end{cases}$$

لغات میرا



حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

کارد در کلاس

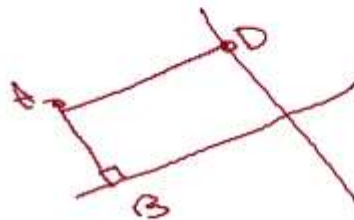
صفحه ۳۴ فصل ۱۰



۱ اگر نقطه $A(2,3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $2x - 2y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟

$$AB = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6 - 12 - 9|}{\sqrt{4 + 4}} = \frac{15}{\sqrt{8}} = \frac{15}{2\sqrt{2}} \Rightarrow S = AB^2 = 9$$

۲ دو خط $2x + 2y = 1$ و $2x - 2y = 2$ معادله های دو ضلع یک مستطیل اند و نقطه $A(2,5)$ یک رأس مستطیل است. مساحت مستطیل چقدر است؟



$$AB = \frac{|6 + 10 - 1|}{\sqrt{4 + 4}} = \frac{15}{\sqrt{8}}$$

$$AD = \frac{|4 - 18 - 2|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}}$$

$$S = AB \cdot AD = \frac{15}{\sqrt{8}} \times \frac{13}{\sqrt{13}} = 15$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

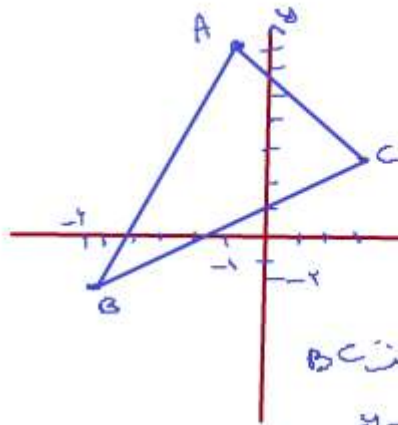
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۳۵ فصل ۱ (ب)

۱ مثلث ABC به رأس های $A(-1, 7)$ و $B(-6, -2)$ و $C(3, 3)$ را در نظر بگیرید.
الف) مثلث را رسم کنید.



ب) نشان دهید مثلث متساوی الساقین است.

$$AB = \sqrt{(-6 - (-1))^2 + (-2 - 7)^2} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$$

$$BC = \sqrt{(3 - (-6))^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{81 + 25} = \sqrt{106} \Rightarrow AB = BC$$

پ) معادله عمود منصف ضلع BC را به دست آورید.

$$M = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) = \left(\frac{-6 + 3}{2}, \frac{-2 + 3}{2} \right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) \quad m_{BC} = \frac{3 - (-2)}{3 - (-6)} = \frac{5}{9}$$

$$y - y_m = -\frac{1}{m_{BC}} (x - x_m) \Rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{9}{5} \left(x + \frac{3}{2} \right)$$

$$10y - 5 = 18x + 27 \Rightarrow 10y - 18x - 32 = 0$$

ت) طول ارتفاع AH چقدر است؟

$$AH = \frac{|-10 - 126 - 32|}{\sqrt{10^2 + 18^2}}$$

مدرس: مزبان حبیبی

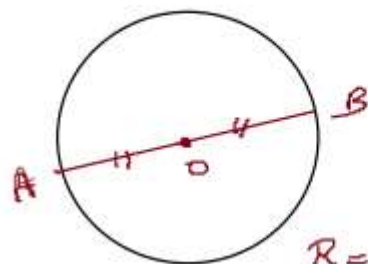
حسابان یک

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲. دو نقطه $A(0, 6)$ و $B(8, -8)$ قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید.



$$x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + 8}{2} = 4 \quad \Rightarrow O(4, -1)$$

$$y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 + (-8)}{2} = -1$$

$$R = \overline{OA} = \sqrt{0^2 + 6^2} = \sqrt{36} = 6$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله $y = x^2 - 8x - 20$ مطابق شکل زیر مدل سازی می شود.

الف) مختصات نقاط انتهایی عدسی A و B را به دست آورید.

ب) اگر x بر حسب سانتی متر باشد طول AB را به دست آورید.

پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y بر حسب میلی متر باشد بیشترین ضخامت آن چقدر است؟

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x+2)(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow A(-2, 0) \\ x = 10 \Rightarrow B(10, 0) \end{cases}$$

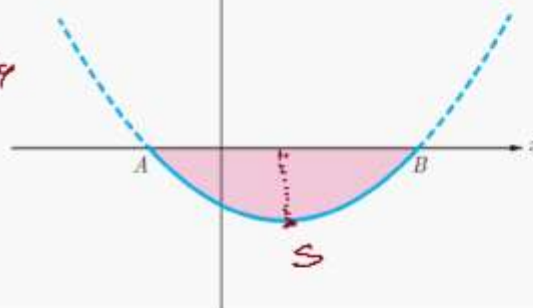
$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(10 - (-2))^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$L = \overline{AB} = |x_B - x_A| = |10 - (-2)| = 12$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2} = 4$$

$$y_s = f(x_s) = f(4) = 12 - 32 - 20 = -40$$

$$\text{بیشترین ضخامت} = 40 \text{ mm}$$



حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



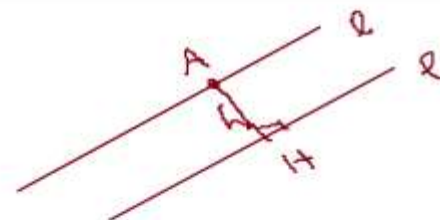
بسم الله الرحمن الرحيم

۴ ثابت کنید فاصله دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ برابر $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ می باشد.

$$L: ax+by+c=0 \quad L': ax+by+c'=0$$

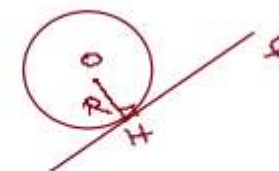
$$A \in L \xrightarrow{x=0} y = -c/b \Rightarrow A(0, -c/b)$$

$$h = AH = \frac{|a(0) + b(-c/b) + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|c'-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



۵ خط $4x+3y=5$ بر دایره C به مرکز $O(-1,2)$ مماس است. طول شعاع دایره چقدر است؟

$$R = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-4+6-5|}{\sqrt{12+9}} = \frac{|-3|}{5} = \frac{3}{5}$$



مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

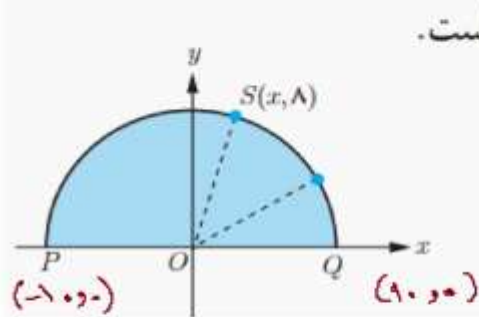
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم



۶ نقطه $S(x, 1)$ روی نیم دایره ای به شعاع 10 در شکل روبه رو داده شده است.

الف) مقدار x را به دست آورید.

ب) شیب خط های PS و SQ را به دست آورید.

پ) نشان دهید \widehat{PSQ} قائمه است.

$$OS = 10 \Rightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (1-0)^2} = 10 \Rightarrow x^2 + 1 = 100 \Rightarrow x^2 = 99 \Rightarrow x = 9$$

$$m_{PS} = \frac{y_s - y_p}{x_s - x_p} = \frac{1 - 0}{9 - (-1)} = \frac{1}{10}$$

$$m_{SQ} = \frac{y_s - y_q}{x_s - x_q} = \frac{1 - 0}{9 - 1} = \frac{1}{8}$$

$$m_{PS} \cdot m_{SQ} = -1 \Rightarrow PS \perp SQ \Rightarrow \widehat{PSQ} = 90^\circ$$

حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

✓ اگر فاصله نقطه $A(1,2)$ از خط $ax+4y=1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟

$$A(1,2) \Rightarrow \frac{|a+2-1|}{\sqrt{a^2+16}} = 2 \Rightarrow \frac{|a+1|}{\sqrt{a^2+16}} = 2 \Rightarrow \frac{a^2+14a+14}{a^2+16} = 4$$
$$\Rightarrow 4a^2+64 = a^2+14a+14 \Rightarrow 3a^2-14a+50=0 \Rightarrow (3a-5)(a-10)=0$$
$$\Rightarrow a = \frac{5}{3}, a = 10$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

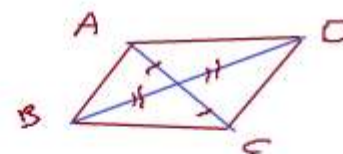


▲ سه رأس مثلث ABC ، $A(-11, -13)$ ، $B(-3, 3)$ ، $C(3, 1)$ می باشند.
 الف) طول عمودی را که از رأس B بر میانه نظیر رأس C وارد می شود به دست آورید.
 ب) مختصات رأس D را چنان تعیین کنید که $ABCD$ یک متوازی الاضلاع باشد.

$$AB \text{ خط } M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_B + y_A}{2} \right) = (-7, -5), \quad m_{CM} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5 - 1}{-11 - 3} = \frac{3}{4}$$

$$y - y_C = m(x - x_C) \Rightarrow y - 1 = \frac{3}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 3x + 5 = 0$$

$$BH = \frac{|-11 - 9 + 5|}{\sqrt{14 + 9}} = \frac{15}{5}$$



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_D = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -11 + 3 = -3 + x_D \Rightarrow x_D = -5 \\ -13 + 1 = 3 + y_D \Rightarrow y_D = -15 \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
 حسابان یک



۹ نقطه ای روی خط $y=2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2,4)$ برابر ۵ باشد.

$$M \in \ell: y=2x \xrightarrow{x_M=t} y_M=2t \Rightarrow M(t, 2t)$$

$$OM + AM = 5 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 4t^2} + \sqrt{(t-2)^2 + (2t-4)^2} = 5$$

$$\sqrt{5t^2} + \sqrt{t^2 + 4t^2 - 4t + 4 + 4t^2 - 16t + 16} = 5 \Rightarrow t\sqrt{5} + \sqrt{5t^2 - 12t + 20} = 5$$

$$\Rightarrow t\sqrt{5} + \sqrt{5(t-2)^2} = 5 \Rightarrow t\sqrt{5} + |t-2|\sqrt{5} = 5$$

$$t > 0 \Rightarrow t\sqrt{5} + t\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 5 \Rightarrow 2t\sqrt{5} = 5 + 2\sqrt{5} \Rightarrow t = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

$$t < 0 \Rightarrow t\sqrt{5} - t\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5 \Rightarrow 2\sqrt{5} = 5 \quad \text{بیزنلن}$$

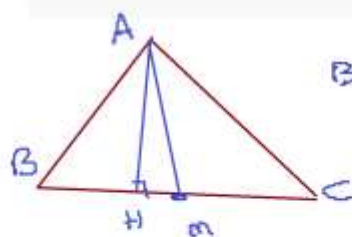
$$\text{جواب: } M\left(\frac{5 + 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}, \frac{5 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right)$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک



بسم الله الرحمن الرحيم

۱۴ نقاط $A(4, 2)$ و $B(1, -1)$ و $C(8, -2)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر H و M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشند طول MH را به دست آورید.



$$BC \text{ وسط } M = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) = \left(\frac{1+8}{2}, \frac{-1+(-2)}{2} \right) = \left(\frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \right)$$

$$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2 - (-1)}{8 - 1} = \frac{-1}{7} \Rightarrow m_{AH} = \frac{1}{m_{BC}} = 7$$

$$y - y_A = m_{AH} (x - x_A) \Rightarrow y - 2 = 7(x - 4) \Rightarrow y - 7x = -26$$

$$y - y_B = m_{BC} (x - x_B) \Rightarrow y + 1 = \frac{-1}{7}(x - 1) \Rightarrow 7y + x = -4$$

$$\begin{cases} y - 7x = -26 \\ 7y + x = -4 \end{cases} \Rightarrow 5 \cdot y = -28 \Rightarrow y = -\frac{28}{5}, \quad -5 \cdot x = 144 \Rightarrow x = -\frac{144}{5}$$

$$\Rightarrow H = \left(-\frac{144}{5}, -\frac{28}{5} \right) \Rightarrow MH = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{2} + \frac{144}{5} \right)^2 + \left(-\frac{3}{2} + \frac{28}{5} \right)^2}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مابان
پت

دکتر مزبان حبیبی