

جزوه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **حل تمرینات فصل دوم ریاضی سه دوازدهم تجربی، مثلثات**



صفحه ۴۰ ریاض ۳

تمرین

۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

الف)  $y = 1 + 2 \sin \sqrt{x}$

$\max = (1 + |2|) = 3$  و  $\min = (1 - |2|) = -1$  و  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{x}}$

ب)  $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{3} x$

$\max = \sqrt{3} + 1$  و  $\min = \sqrt{3} - 1$  و  $T = \frac{2\pi}{(\frac{\pi}{3})} = 6$

ب)  $y = -\pi \sin(\frac{x}{\pi}) - 2$

$\max = |- \pi | - 2 = \pi - 2$  و  $\min = -\pi - 2$  و  $T = \frac{2\pi}{(\frac{1}{\pi})} = 2\pi^2$

ت)  $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

$\max = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$  و  $\min = -\frac{3}{4}$  و  $T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$

ریاضی سه تجربی مدرس: مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

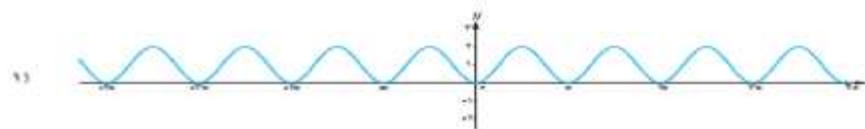
ت)  $y = 1 - \cos 2x$

ب)  $y = \sin 2x$

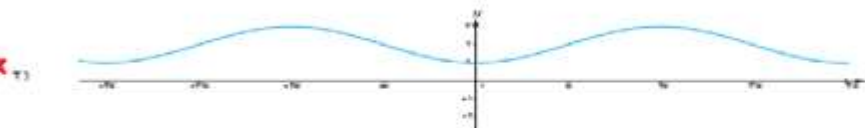
ب)  $y = 2 - \cos \frac{1}{4}x$

الف)  $y = \sin \pi x$

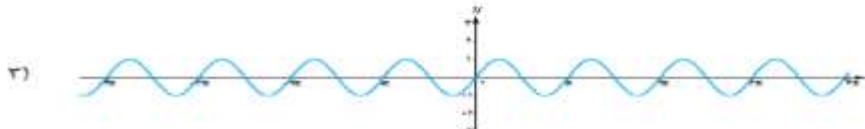
ت)  $y = 1 - \cos 2x$



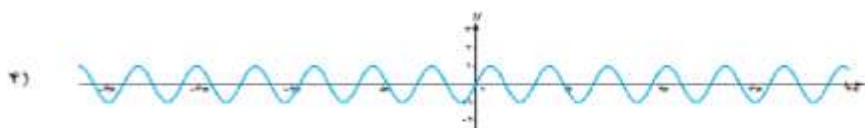
ب)  $y = \sin 2x$



ب)  $y = 2 - \cos \frac{1}{4}x$



الف)  $y = \sin \pi x$



ریاضی سه تجربی مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بسم الله الرحمن الرحيم

۳ در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف)  $T = \pi$  ,  $\max = 3$  ,  $\min = -3$   $T = \frac{2\pi}{|m|} = \pi \Rightarrow |m| = 2$   
 $a = \frac{3+(-3)}{2} = 0$  ,  $b = \frac{3-(-3)}{2} = 3 \Rightarrow y = 0 + 3 \sin 2x$

ب)  $T = 2$  ,  $\max = 9$  ,  $\min = 3$   
 $a = \frac{9+3}{2} = 6$  ,  $b = \frac{9-3}{2} = 3$  ,  $\frac{2\pi}{|m|} = 2 \Rightarrow |m| = \frac{2}{2}\pi \Rightarrow y = 6 + 3 \sin \frac{2\pi}{2}x$

پ)  $T = 4\pi$  ,  $\max = -1$  ,  $\min = -7$   
 $a = \frac{-1+(-7)}{2} = -4$  ,  $b = \frac{-1-(-7)}{2} = 3$  ,  $\frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \Rightarrow |m| = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -4 + 3 \sin \frac{1}{2}x$

ت)  $T = \frac{\pi}{2}$  ,  $\max = 1$  ,  $\min = -1$   
 $a = \frac{1+(-1)}{2} = 0$  ,  $b = \frac{1-(-1)}{2} = 1$  ,  $\frac{2\pi}{|m|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |m| = 4 \Rightarrow y = 0 + 1 \sin 4x$

مدرس: مزبان حبیبی ریاضی سه تجربی

mezbanhabibi@gmail.com

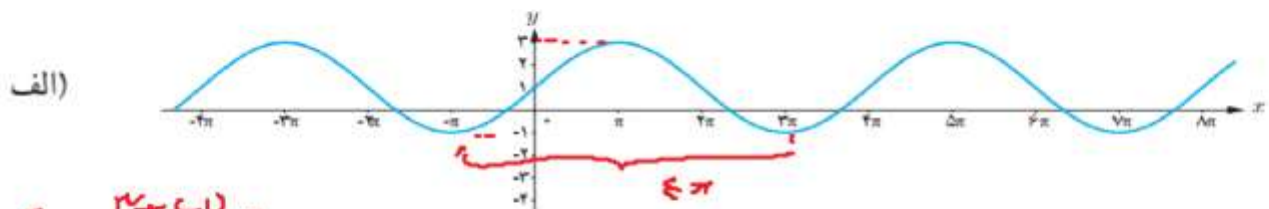
09176193511

جزوه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

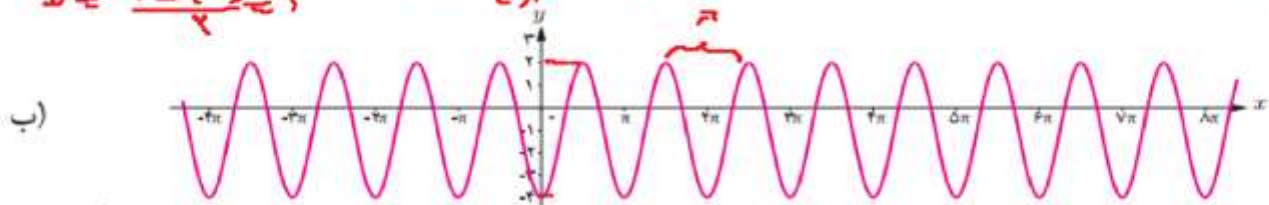
ضابطه مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید.



$$a = \frac{y_2 - y_1}{2} = 1$$

$$b = \frac{y_2 + y_1}{2} = 2$$

$$|m| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 1 + 2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$



$$a = \frac{y_2 - y_1}{2} = -2$$

$$b = \frac{y_2 + y_1}{2} = 4$$

$$|m| = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \Rightarrow y = -2 - 2\cos 2x$$

ریاضی سه تجربی  
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بسم الله الرحمن الرحيم

۵ کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

- الف) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است. **X نادرست**  
 ب) می توان بازه ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد. **X نادرست**  
 پ) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. **✓ درست**

۶ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر  $\sin \alpha$  و  $\tan \alpha$  را با هم مقایسه کنید:

ب)  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

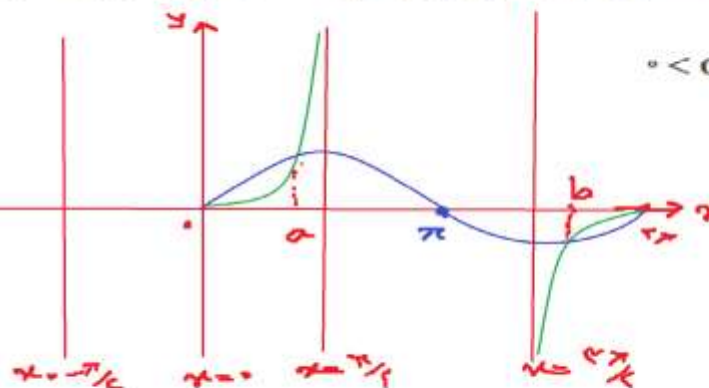
الف)  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha < \sin \alpha$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \tan \alpha > \sin \alpha$

$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \tan \alpha < \sin \alpha$

$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha > \sin \alpha$



ریاضی سه تجربی  
 مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511





صن ۴۵ ریاضی ۳

معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } 2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2 \sin x = \sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{ب) } 2 \sin x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2 \sin x = -\sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \left(-\frac{\pi}{3}\right) \\ x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی  
ریاضی سه تجربی



صفحه ۴۸ ریاضی ۲

تمرین

۱ فرض کنید  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  و  $\alpha$  زاویه ای حاده باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید  
الف)  $\cos 2\alpha$       ب)  $\sin 2\alpha$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \left( \frac{25}{169} \right) - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{-119}{169}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \left( \frac{12}{13} \right) \left( \frac{5}{13} \right) = \frac{120}{169}$$

ریاضی سه تجربی  
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511





۲ نسبت های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه  $۲۲/۵^\circ$  به دست آورید.

$$\cos 45^\circ = 2 \cos^2 22,5^\circ - 1 \Rightarrow \cos^2 22,5^\circ = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 22,5^\circ = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin 22,5^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 22,5^\circ} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

ریاضی سه تجربی  
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جزوه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۳ معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\sin \frac{\pi}{4} = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$

ب)  $\cos x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow 3x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2}{3}k\pi \end{cases}$

ن)  $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x + \sin x - \frac{5}{4} = 0$   
 $\sin x = t \Rightarrow t^2 + t - \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow (t+2)(t-\frac{1}{4}) = 0 \Rightarrow t = -2, t = \frac{1}{4}$   
 $\sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{7\pi}{4} \end{cases} \quad \sin x = -2 \text{ قابل قبول نیست}$

ج)  $\tan(2x-1) = 0 \Rightarrow 2x-1 = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + 1 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{1}{2}$

مدرس: مزبان حبیبی  
ریاضی سه تجربی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بسم الله الرحمن الرحيم

ب)  $\cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x + 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x = 0$

$\Rightarrow \cos x (2\cos x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi \end{cases}$

$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

ت)  $\cos^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x + 2\sin x - 2 = 0$

$\Rightarrow (2\sin x - 1)(2\sin x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2\sin x = 1 \\ 2\sin x = -2 \end{cases}$

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$

ج)  $\sin x - \cos^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos^2 x \Rightarrow \sin x = \sin(\frac{\pi}{2} - 2x)$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \\ x = 2k\pi + \pi - (2x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \pi - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ x = -2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$

$x = 2k\pi + \pi - (2x) \Rightarrow -x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{3}$

ح)  $\tan^2 x = \tan \pi x$

$\Rightarrow 2x = k\pi + \pi x \Rightarrow x - \pi x = k\pi \Rightarrow x(1 - \pi) = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{1 - \pi}$

مدرس: مزبان حبیبی ریاضی سه تجربی

mezbanhabibi@gmail.com

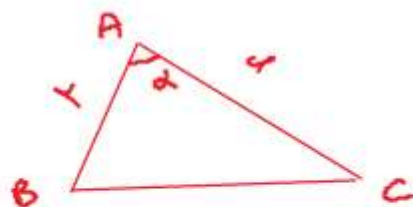
09176193511

بزه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲ مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$3 = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{6} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \text{ و } 150^\circ$$

دو مثلث وجود دارد.

مدرس: مزبان حبیبی  
ریاضی سه تجربی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



# تمرینات تکمیلی

1. دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 2 - 3\sin(4x)$  را تعیین کنید.

یادآوری: در توابع  $y = a\sin(cx+d)+b$ ,  $y = a\cos(cx+d)+b$  داریم

$$\left. \begin{array}{l} \max f = |a| + b \\ \min f = -|a| + b \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = [-|a| + b, |a| + b]$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|}$$





2. دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) =$

$$1 - 2\sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right)$$
 را تعیین کنید.

$$\max f = |a| + b = 2 + 1 = 3$$

$$\min f = -|a| + b = -2 + 1 = -1$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{-\pi}{3}\right|} = 6$$

3. دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = -\pi \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 2$  را تعیین کنید.

$$\max f = |a| + b = \pi + 2$$

$$\min f = -|a| + b = -\pi + 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{-\pi}{3}\right|} = 6$$

4. دامنه تابع  $f(x) = \tan 2x$  را بیابید.

بزه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$T = \frac{\pi}{|c|} = \frac{\pi}{|2|} = \frac{\pi}{2}$$

5. مقدار  $\sin(22.5^\circ)$  را محاسبه کنید.

$$\cos 45^\circ = 2 \cos^2 22.5^\circ - 1 \Rightarrow \cos^2 22.5^\circ = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$
$$\Rightarrow \cos 22.5^\circ = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin 22.5^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 22.5^\circ} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

6. دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = -3\cos(2\pi x) + 1$  را به دست آورید.

$$\max f = |a| + b = 3 + 1 = 4$$

$$\min f = -|a| + b = -3 + 1 = -2$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1$$

7. معادله  $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$  را حل کنید.

جزوه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

دکتر مزبان حبیبی

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

$$\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

8. دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 5\cos\left(\frac{2}{3}x\right) - 2$  را تعیین کنید.

$$\max f = |a| + b = 5 - 2 = 3$$

$$\min f = -|a| + b = -5 - 2 = -7$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{3}\right|} = 3\pi$$





9. معادله  $\sin x - \cos 2x = 0$  را حل کنید.

$$\sin x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow -x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

یادآوری:  $\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

10. معادله  $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$  را حل کنید.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sin x = \cos 2x &\Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow -x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \end{aligned}$$





11. معادله  $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$  را حل کنید.

$$\cos 2x + \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x (2\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

توجه:

$$\cos x < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$

توجه: اگر  $a \notin [-1, 1]$  آنگاه معادله های  $\sin x = a$  و  $\cos x = a$  جواب ندارند.

12. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) مینیمم تابع  $y = -2\cos(\pi x) + 2$  برابر با یک است.

ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

الف: نادرست      ب: نادرست



13. تمرین: دوره تناوب تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  و حداکثر و حداقل مقدار تابع 6 و -2 است، ضابطه تابع را تعیین کنید.

یادآوری: در توابع  $y = a \sin(cx+d) + b$ ,  $y = a \cos(cx+d) + b$  داریم

$$\left. \begin{array}{l} \max f = |a| + b \\ \min f = -|a| + b \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = [-|a| + b, |a| + b]$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |b| = 6 \Rightarrow b = \pm 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \max f = |a| + c = 6(*) \\ \min f = -|a| + c = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \xrightarrow{(*)} |a| + 2 = 6 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

جزوه های آموزشی، سالان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



14. تمرین: دوره تناوب تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  برابر  $\pi$  و حداکثر و حداقل مقدار تابع 5 و -3 است، ضابطه تابع را تعیین کنید.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \max f = |a| + c = 5^{(*)} \\ \min f = -|a| + c = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| + 1 = 5 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

15. تمرین: دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = 5 \cos\left(\frac{2}{3}x\right) - 2$  را تعیین کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \max f = |a| + b = |5| + 1 = 6 \\ \min f = -|a| + b = -|5| + 1 = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = [-4, 6]$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{3}\right|} = 3\pi$$

بزه های آموزشی، حسابان دو دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

16. تمرین: دوره تناوب و حداکثر و حداقل مقادیر تابع  $f(x) = -3\cos(\pi x) + 1$  را تعیین کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \max f = |a| + b = |-3| + 1 = 4 \\ \min f = -|a| + b = -|-3| + 1 = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = [-2, 4]$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$$

17. تمرین: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع تناوب در بازه  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  اکیداً صعودی است.

ب) نقاطی به فرم  $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ,  $(k \in Z)$  در دامنه تابع تناوب قرار دارند.

الف: نادرست    ب: نادرست





18. تمرین: معادله  $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$  را حل کنید

یادآوری:

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

$$\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

19. توجه: اگر  $a \notin [-1, 1]$  آنگاه معادله های  $\sin x = a$  و  $\cos x = a$  جواب ندارند.

حل:

$$\cos 2x + \cos x + 1 = 0 \quad \overset{\cos 2x = 2\cos^2 x - 1}{\Rightarrow} \quad 2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow$$

$$\cos x(2\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$



$$2 \cos 5x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \cos 5x = \frac{-\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin 3x - \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 3x = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 3x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow 5x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{5} \end{cases}$$

12. تمرین: معادله های زیر را حل کنید

$$2 \cos 3x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18}$$

بابان  
پت

