

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

سلام

وقت بخیر

بزه های کلاس های مجازی

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: فصل اول، آشنایی با مبانی ریاضی - آمار و احتمال

## فصل اول، آشنایی با مبانی ریاضی

1 آشنایی با منطق ریاضی

2 مجموعه - زیر مجموعه

3 قوانین و اعمال بین مجموعه ها - جبر مجموعه ها

گزارش: جمع های اب فیزی که یادرس است و نا یادرس. (حال یا آتیو)

$$2 + 3 = 5 \quad (1) \quad \text{مثال}$$

$$3 > 9 \quad (2)$$

(3) ۳ برابر ۵ بخش نه برابر است -

(4) در شصت همگفتی، ما صحتان بر لب درارند.

آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

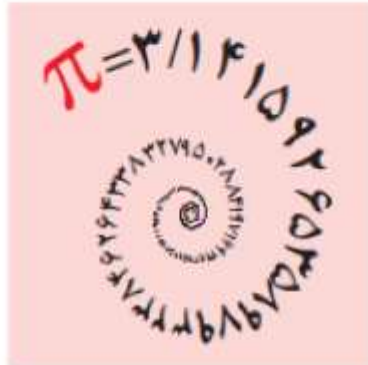
09176193511

صفحه ۳ آمار و احتمال

کار در کلاس

از بین جمله های زیر، گزاره ها را مشخص کنید و ارزش آنها را در صورت امکان تعیین کنید.

- ایران کشور آسیایی است. ✓ درست
- در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه تاس مضرب ۳ بیاید، برابر با  $\frac{1}{3}$  است. ✓ گزاره نادرست است
- ای کاش می توانستم در یک هوای پاک زندگی کنم. ✗
- آیا  $2+3$  برابر با ۵ است؟ ✗
- هر عدد فرد بزرگ تر از ۵ را می توان به صورت مجموع سه عدد اول نوشت ✓
- هر معادله درجه دوم دو ریشه حقیقی متمایز دارد. ✓ گزاره نادرست است
- صدمین رقم بعد از ممیز عدد  $\pi$  برابر با ۵ است. ✓ (با مبدی برسی کرد)



توجه: عیب امری، پرسشی و عاطفی، گزاره نیستند.

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## جدول ارزش گزاره ها

$p$
د
ن

$p$	$q$
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

$p$	$q$	$r$
د	د	د
د	...	ن
...	ن	...
د	ن	ن
ن	د	...
...	د	ن
ن	...	...
...	...	...

آموزگار: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## گزاره نما

### فعالیت

عبارت های خبری زیر را در نظر بگیرید :

الف) عددی فرد است.

ب) در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه پشامد  $A$  رخ دهد برابر با  $\frac{1}{4}$  است.

پ) حاصل جمع سه برابر عددی با دو برابر عدد دیگر برابر با ۶ است.  $(3x+2y=6)$

۱ ارزش کدام یک از جملات بالا را می توانید تعیین کنید؟ **حسب کلام**

۲ اگر به جای متغیر در جمله « عددی فرد است » قرار دهیم  $n=3$  در این صورت، ارزش آن را تعیین کنید.

اگر در آن  $n=4$  قرار دهیم، در این صورت ارزش آن چیست؟

هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره نما نامیده می شود. گزاره نماها را بر حسب تعداد متغیر به کار رفته در آنها، یک متغیره، دو متغیره و ... می نامیم.

آمده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## گزاره نما

### صحنه ۵ آمار و احتمال

#### فعالیت

عبارت های خبری زیر را در نظر بگیرید :  
الف) عددی فرد است.

ب) در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه پشامد  $A$  رخ دهد برابر با  $\frac{1}{4}$  است.

پ) حاصل جمع سه برابر عددی با دو برابر عدد دیگر برابر با ۶ است.  $(3x+2y=6)$

۱ ارزش کدام یک از جملات بالا را می توانید تعیین کنید؟ **حکایت**

۲ اگر به جای متغیر در جمله « عددی فرد است » قرار دهیم  $n=3$  در این صورت، ارزش آن را تعیین کنید.

اگر در آن  $n=4$  قرار دهیم، در این صورت ارزش آن چیست؟

هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره نما نامیده می شود. گزاره نماها را بر حسب تعداد متغیر به کار رفته در آنها، یک متغیره، دو متغیره و ... می نامیم.

آمده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## دامنه متغیر گزاره نما

در هر گزاره نما به مجموعه مقادیری که می توان آنها را به جای متغیرهای آن قرار داد، تا اینکه گزاره نما به گزاره تبدیل شود، دامنه متغیر گزاره نما می گویند و آن را با حرف  $D$  نمایش می دهند.

در هر گزاره نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آنها، گزاره نما تبدیل به گزاره ای با ارزش درست شود، مجموعه جواب گزاره نما می گویند و آن را با حرف  $S$  نمایش می دهند و همواره داریم:  $S \subseteq D$ .

## ترکیب گزاره ها

### فعالیت

### صحنه ۶: آمار و احتمال

- 1 هر یک از این جمله های زیر، از چند گزاره تشکیل شده است؟ **۲** را
- 2 آیا می توانید با توجه به ارزش گزاره های به کار رفته در هر جمله، ارزش آن جمله را تعیین کنید.
  - عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است. **نادرست**
  - عدد ۲ زوج است، یا عدد ۵ مضرب ۳ است. **درست**
  - اگر عدد ۲ زوج باشد، آن گاه عدد ۵ مضرب ۳ است. **نادرست**
  - چنین نیست که عدد ۲ زوج باشد. **نادرست**
  - اگر عدد ۲ زوج باشد، آن گاه عدد ۵ مضرب ۳ است و برعکس. **نادرست**

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



## ترکیب فصلی دو گزاره

$p$	$q$	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

- مثال : ۱- عدد ۲ زوج است یا عدد ۵ اول است .  
۲- عدد ۲ زوج است یا عدد ۵ مضرب ۳ است .  
۳- عدد ۲ زوج نیست یا عدد ۵ اول است .  
۴- عدد ۲ زوج نیست یا عدد ۵ مضرب ۳ است .

## ترکیب عطفی دو گزاره

$$p \wedge q \equiv \begin{matrix} q \\ \text{و} \\ p \end{matrix}$$

$p$	$q$	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

مثال :

- ۱- عدد زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.
- ۲- عدد ۲ زوج است و عدد ۵ اول است.
- ۳- عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.
- ۴- عدد ۲ زوج است و عدد ۵ اول است.

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صورت ۸. آمار و احتمال

کلاس ۵

۱ جدول زیر را کامل کنید.

ارزش $p \wedge q$	ارزش $p \vee q$	ارزش $q$	ارزش $p$	گزاره $q$	گزاره $p$
>	>	>	>	ماه شهریور ۳۱ روز دارد.	هفته هفت روز دارد.
ن	>	>	ن	عدد ۷ مضرب ۵ نیست	بجبر ۲ جزو ۱... است
ن	>	ن	>	۵ به مرتبه ۳... است	۲ عددی اول است
ن	ن	ن	ن	۵... زوج است	۴... فرد است
ن	د	>	ن	۷... اول است	(-۷) اول است

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۱۲ با کامل کردن جدول ارزش ها، نشان دهید که گزاره های  $(p \vee q) \sim$  و  $(\sim p \wedge \sim q)$  هم ارز منطقی هستند.

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د	د

همان طور که ملاحظه می کنید، همه حالت های ارزش دو گزاره  $(p \vee q) \sim$  و  $(\sim p \wedge \sim q)$  یکسان اند پس  $(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$  در منطق ریاضی به این هم ارزی قانون دمورگان گفته می شود.

۱۳ با توجه به جدول ارزش گزاره ها نشان دهید که  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ .

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د	د

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## ترکیب شرطی دو گزاره

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	ن	د
ن	د	د

آر.م.آ.ن.ف.ا. :  $p \Rightarrow q$

۱. شرط  $p$  کافی برای  $q$  است .

۲. شرط لازم برای  $p$  است .

تذکره :  
۱- اگر هم باران می بارد و هم آفتاب هم تابان است .

۲- باران می بارد و هم آفتاب تابان است تا آبریز بودن همواره نتیجه گرفت

۳- آبریز بودن همواره لازم است تا باران بیبارد .

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

کار در کلاس

صفحه ۱۰ آمار و احتمال

۱ با پر کردن جاهای خالی در جدول زیر؛ نشان دهید که گزاره های  $p \Rightarrow q$  و  $\sim p \vee q$  هم ارز منطقی اند.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	د

توجه:  $P \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ گزاره « $q \Rightarrow p$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » عکس نقیض ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » است. با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر نشان دهید که  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$  یعنی، هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

توجه!

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۳ با استفاده از جدول ارزش گزاره ها و با پر کردن جاهای خالی نشان دهید :

$$(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T \text{ (ب)}$$

$$(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T \text{ (الف)}$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

(ب)

$p$	$q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	د

(الف)

گزاره هایی نظیر  $(p \Rightarrow p)$  یا  $(p \vee \sim p)$  را گزاره هایی همیشه درست و گزاره هایی نظیر  $(p \wedge \sim p)$  را همیشه نادرست می نامیم.

آمده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۱۲ کتاب ریاضیات

کاربرد کلاس

۱ با پر کردن جاهای خالی، جدول ارزش گزاره مرکب  $p \leftrightarrow q$  را از جدول ارزش گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  نتیجه بگیرد.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

با توجه به اینکه  $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ، جدول ارزش گزاره  $p \leftrightarrow q$  به صورت زیر است:

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

ترکیب دو شرطی دو گزاره

$p$  و  $q$  معادله:  $p \leftrightarrow q$

یا:  
آزم آنگاه و برعکس

یا:  
 $p$  اگر و تنها اگر  $q$

$p \leftrightarrow q$  زمانی درست است  
که هر دو درست یا هر دو  
نادرست باشند.

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ با استفاده از جدول ارزش درستی گزاره ها، هم ارزی های منطقی زیر را مانند نمونه اثبات کنید.

$$p \vee q = q \vee p$$

الف) قوانین جابدهجایی

$$p \wedge q = q \wedge p$$

$$(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$$

ب) قوانین شرکت پذیری

$$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

ب) قوانین توزیع پذیری

$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

در زیر یکی از قانون های توزیع پذیری اثبات شده است.

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

آموزگار: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

کار هر کلاس

صفحه ۱۴ آمار و احتمال

جدول زیر را کامل کنید.

عبارت با زبان ریاضی	عبارت با زبان طبیعی
$\forall x \in \mathbb{R} ; x^2 \geq 0$	برای هر عدد حقیقی $x$ داریم: $x^2 \geq 0$
$\forall a \in \mathbb{E} ; a = 2k (k \in \mathbb{Z})$	برای هر عدد زوج $a$ : $a = 2k$ $k \in \mathbb{Z}$
$\exists p \in \mathbb{P} ; p = 2k (k \in \mathbb{Z})$	عدد اول $p$ و عدد فرد $p = 2k$ $k \in \mathbb{Z}$
$\exists p \in \mathbb{O} : p \in \mathbb{P}$	بعضی از اعداد فرد، عدد اول هستند.

گزاره‌نمای شامل متغیر  $x$  که با سور عمومی همراه می‌شود، وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که هر عضو از دامنه متغیر در گزاره‌نما صدق کند؛ به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

گزاره‌نمای شامل متغیر  $x$  که با سور وجودی همراه می‌شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

آمده احتمال درس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

کار در کلاس

صنعت ۱۵ آمار و احتمال

درستی یا نادرستی گزاره های سوری زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد اول، فرد است.  $\times$  عدد ۲ اول است اما فرد نیست

ب)  $\exists x \in \mathbb{N}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$   $\times$  چون جواب های این معادله  $x = -1$  و  $x = -\frac{1}{2}$  هستند

ب)  $\exists x \in \mathbb{Z}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$   $\checkmark$   $x = -1$

ت) هر عدد زوج، غیر اول است.  $\times$  عدد ۲ زوج است در حالی که اول است.

ث) در آمار، هر متغیر ترتیبی یک متغیر کیفی است.  $\checkmark$

ج) در احتمال، هر مجموعه پیشامد زیر مجموعه فضای نمونه است.  $\checkmark$

ج) در فضای نمونه  $S$ ، پیشامدی مانند  $A$  وجود دارد به طوری که  $P(A) > 1$ .  $\times$  احتمال همیشه از صفر تا یک است یعنی  $P(A) \in [0, 1]$

ح) طول هر پاره خط، عدد حقیقی است.  $\checkmark$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

# بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

## نمونه



۱ از جملات زیر کدام یک گزاره است، ارزش گزاره ها را مشخص کنید.

الف) خیام پزشک ایرانی است. *گزاره درست*

ب)  $3+5 > 6$  *گزاره درست*

ث)  $\{1\} \in \{1, 2, 3, 4\}$  *گزاره نادرست*

ج) عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. *گزاره نادرست*

خ)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$  *گزاره نادرست*

ذ) به امید کامیابی شما. *گزاره نادرست*

ب) افلاطون فیلسوف یونانی است. *گزاره درست*

ت) تخته سیاه را پاک کنید. *گزاره درست*

ج) چه باران شدیدی می آید. *گزاره درست*

ح)  $\emptyset \subset \mathbb{R}$  *گزاره نادرست*

د) عدد  $5^1 + 8$  عددی اول است. *گزاره نادرست*

ر) آمار، مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. *گزاره نادرست*

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

پی

نمونه

صفحه ۱۷ آمار و احتمال



۱ از جملات زیر کدام یک گزاره است، ارزش گزاره ها را مشخص کنید.

الف) خیام پزشک ایرانی است. *گزاره درست*

ب)  $3+5 > 6$  *گزاره درست*

ث)  $\{1\} \in \{1, 2, 3, 4\}$  *گزاره نادرست*

ج) عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. *گزاره نادرست*

خ)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$  *گزاره نادرست*

ذ) به امید کامیابی شما. *گزاره نادرست*

ب) افلاطون فیلسوف یونانی است. *گزاره درست*

ت) تخته سیاه را پاک کنید. *گزاره درست*

ج) چه باران شدیدی می آید. *گزاره درست*

ح)  $\emptyset \subset \mathbb{R}$  *گزاره نادرست*

د) عدد  $5^1 + 8$  عددی اول است. *گزاره نادرست*

ر) آمار، مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. *گزاره نادرست*

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره های حاصل دارای ارزش درست باشند.

ب)  $5 + \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

ت)  $\frac{10 \times 9}{3} \geq 5 \times 3$

ج)  $1 \in \{1\}$

ح)  $7(\sqrt{3}-3)=35$

الف)  $-7 \times \square = -7$

ب)  $\frac{8 \times \square}{4} \in \left\{2, \frac{1}{3}\right\}$

ث)  $\square \times \sqrt{2} = 0$

ج)  $5(\square - 3) = 20$

۳ دامنه متغیر هر یک از گزاره های زیر، مجموعه اعداد صحیح است، مجموعه جواب هر یک را بنویسید.

ب)  $a$  یک واحد از مضرب ۵ بیشتر است.  $\{4\}$

ت)  $\{n(n+1) = 0 | n \in \mathbb{W}\}$   $\{0\}$

$n(n+1) = 0 \Rightarrow n = 0 \text{ یا } -1$

الف)  $x$  مربع کامل است.  $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$

ب)  $\frac{2x+1}{3} \leq -1$

$2x+1 \leq -3$   
 $2x \leq -4 \Rightarrow x \leq -2$   
 $\{ \dots, -2, -1, 0, 1 \}$

آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

# بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم



۴ نقیض گزاره های زیر را بنویسید.

الف)  $4 \leq 3$   $\neg$  یا  $4 > 3$

ب) ابوالوفای بوزجانی، ریاضی دان ایرانی است.  $\neg$  ابوالوفای بوزجانی، ریاضی دان ایرانی نیست.

پ)  $a \in \{b, c, d\}$   $\neg$  یا  $a \notin \{b, c, d\}$

ت) ۲ عددی زوج است یا عدد  $\pi$  گویاست.  $\neg$  ۲ عددی زوج نیست یا عدد  $\pi$  گویا نیست.

ث) خورشید به دور زمین می چرخد و سنندج مرکز استان کردستان است.  $\neg$  خورشید به دور زمین می چرخد و سنندج مرکز استان کردستان نیست.

ج) اگر ۳ زوج باشد، آن گاه ۲ فرد است.  $\neg$  اگر ۳ زوج است و ۲ فرد نیست.

۵ ارزش گزاره های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف)  $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$   $\neg$

ب)  $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$   $\neg$

ت) در لوزی مفروض دو قطر با هم برابرند.  $\neg$  (سه ضلع با هم برابرند)

ج)  $2 > 3 \leftrightarrow -2 < -3$   $\neg$

ب)  $(5 > 3) \vee ((-1)^2 + 1 = 0)$   $\neg$

ت) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن گاه ۴ مربع کامل نیست.  $\neg$

ث) در لوزی مفروض دو قطر با هم برابرند.  $\neg$  (سه ضلع با هم برابرند)

ج) اگر  $a \in \{b\}$  آن گاه  $a = b$  و برعکس.  $\neg$

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

2 جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد ۲ زوج است.	عدد ۲ فرد است.	>	>	>	د
$5^2 = 25$	$1 < 2$	>	ن	ن	ن
$2 \in \{1, 2\}$	$5 = 10$	>	ن	ن	ن
$2 > 5$	عدد ۷ اول است.	ن	>	د	ن

3 جدول ارزش های هر یک از گزاره های زیر را رسم کنید.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \vee \sim p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge p$	$(p \vee q) \wedge \sim p$
>	>	ن	ن	ن	>	>	>	ن	ن
>	ن	ن	>	>	>	>	ن	ن	ن
ن	>	>	ن	ن	>	>	>	ن	>
ن	ن	>	>	ن	>	>	ن	ن	ن

الف)  $p \wedge \sim q$   
 ب)  $\sim p \vee p$   
 ن)  $(p \vee q) \leftrightarrow q$   
 ب)  $\sim p \wedge p$   
 ن)  $(p \vee q) \wedge \sim p$   
 ج)  $\sim p \leftrightarrow \sim q$

آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

▲ با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید که :

ت)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	~p	~q	(p ∧ ~q)	~(p ⇒ q)
د	د	ع	ع	ع	ع
د	ع	ع	د	د	د
ع	د	د	ع	ع	ع
ع	ع	د	د	ع	ع

ب)  $p \wedge T \equiv p$

p	T	p ∧ T
د	د	د
ع	د	ع

ب)  $p \vee F \equiv p$

p	F	p ∨ F
د	ع	د
ع	ع	ع

الف)  $p \Rightarrow p \equiv T$

p	p	p ⇒ p
د	د	د
ع	ع	د

ج)  $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

p	q	q ∧ p	p ∨ (q ∧ p)
د	د	د	د
د	ع	ع	د
ع	د	ع	ع
ع	ع	ع	ع

ث)  $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

p	q	q ∨ p	p ∧ (q ∨ p)
د	د	د	د
د	ع	د	د
ع	د	د	ع
ع	ع	ع	ع

ج)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

p	q	r	q ⇒ r	p ∧ q	p ⇒ (q ⇒ r)	(p ∧ q) ⇒ r
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ع	ع	د	ع	ع
د	ع	د	د	ع	د	د
د	ع	ع	د	ع	د	د
ع	د	د	د	ع	د	د
ع	د	ع	ع	ع	د	د
ع	ع	د	د	ع	د	د
ع	ع	ع	د	ع	د	د

ح)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

p	q	~p	~(p ⇔ q)	~p ⇔ q
د	د	ع	ع	ع
د	ع	ع	د	د
ع	د	د	د	د
ع	ع	د	ع	ع

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۹ ثابت کنید هر گاه  $n$  عددی صحیح و  $n^2$  مضرب ۳ باشد، آن گاه  $n$  نیز مضرب ۳ است. عکس نقیض

$$n \text{ مضرب } 3 \Rightarrow \begin{cases} n=3k+1 \Rightarrow n^2=9k^2+6k+1 \neq 3t \\ n=3k+2 \Rightarrow n^2=9k^2+12k+4 \neq 3t \end{cases}$$

۱۰ گزاره های زیر را با استفاده از نمادهای  $\forall, \exists$  بنویسید و ارزش هر یک را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.  $\forall n \in \mathbb{N} : n \in 2\mathbb{N} \vee n \in \mathbb{N}$

ب) برای بعضی از مقادیر  $a$  در مجموعه اعداد حسابی داریم:  $a^2 < 0$ .  $\exists a \in \mathbb{W} : a^2 < 0$

پ) همه اعداد اول فرد اند.  $\forall p \in \mathbb{P} : p \in \mathbb{O}$

ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند  $x$  به طوری که  $1-2x > 5$   $\exists x \in \mathbb{Z} : x > 0, 1-2x > 5$

ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش، بزرگ تر یا مساوی ۲ است.  $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0 : x + \frac{1}{x} \geq 2$

ج) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم  $x^2 = x$ .  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = x$

۱۱ هرگاه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 5\}$  دامنه متغیر باشد، ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید.

الف)  $\exists x \in A; x + 4 = 10$  *نادرست*      ب)  $\forall x \in A; x + 2 \leq 9$  *درست*

پ)  $\exists x \in A; x + 3 \leq 4$  *درست*      ت)  $\forall x \in A; x + 1 \geq 6$  *نادرست*

$x = 1$

$x = 1$

۱۲ ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید.

ب)  $\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P$  *نادرست*

الف)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$  *نادرست*

$\exists n \in \mathbb{N}; 2^n + 1 \notin P$

$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$

ت)  $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0$  *درست*

پ)  $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$  *نادرست*

$\forall y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} \neq 0$

$\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} > -2$

# بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مجموعه و زیر مجموعه

## کار در کلاس صفحه ۱۹ آمار و احتمال

۱ فرض کنید  $A = \{a, b\}$ ، درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

- |                                       |                                    |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| $\times \emptyset \in A$ (ب)          | $\times \{a\} \in A$ (الف)         |
| $\times b \subseteq A$ (ت)            | $\checkmark \{a\} \subseteq A$ (ب) |
| $\checkmark \{a, b\} \subseteq A$ (ج) | $\checkmark a \in A$ (ث)           |

۲ کدام یک از مجموعه های زیر برابر با تهی و کدام یک ناتهی اند؟

(الف)  $\emptyset = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 9 \text{ و } 2x = 4\}$       (ب)  $\emptyset \neq \{x \in \mathbb{Z} \mid x + 8 = 8\}$

(ب)  $\emptyset = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \neq x\}$       (ت)  $\emptyset \neq \{1\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 7x\}$

۳ مجموعه های زیر را با نوشتن اعضای آنها مشخص کنید.

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$B = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 = m\} = \{0, 1\}$

$C = \{k \in \mathbb{R} \mid k^2 - 1 = 0\} = \{1, -1\}$        $k^2 = 1 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow k = \pm 1$

$D = \{a \in S \mid S \text{ فضای نمونه برتاب یک تاس است}\} = \{\emptyset, 1, 2, 3, 4, \emptyset, 2, 4\}$

۴ با توجه به مجموعه ها در قسمت ۳، درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

- |                                     |                              |                                  |
|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| $B \in A$ $\times$                  | $B \subseteq A$ $\checkmark$ | $A \cap D \subseteq C$ $\times$  |
| $B \subseteq C \cup A$ $\checkmark$ | $C \not\subseteq A$ $\times$ | $B - D \subseteq A$ $\checkmark$ |

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

فرض کنید  $A$  یک مجموعه  $n$  عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه های  $A$  برابر با  $2^n$  است.

مثال: مجموعه  $A = \{a, \{a\}, \emptyset\}$  را در نظر بگیرید و همه زیرمجموعه های  $A$  را در یک مجموعه بنویسید.  $2^3 = 8$

$$A \text{ و } \{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}, \{a, \{a\}\}, \{\emptyset, \{a, \{a\}\}\}$$

مثال: مجموعه متناهی  $A$  را در نظر بگیرید، اگر ۲ عضو به اعضای  $A$  اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه های آن ۴۸ واحد

افزایش می یابد، مشخص کنید  $A$  چند عضوی است.

$$2^n + 48 = 2^{n+2} \Rightarrow 2^{n+2} - 2^n - 48 = 0 \quad 2^2 \times 2^n - 2^n - 48 = 0$$

$$\xrightarrow{2^n = x} 4x - x - 48 = 0 \Rightarrow 3x = 48 \Rightarrow x = 16$$

$$2^n = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow \boxed{n = 4}$$

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

ویژگی ۱- فرض کنید  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه با مرجع  $U$  باشند، به طوری که  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  ثابت کنید  $A \subseteq C$ .

$$\forall x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \xrightarrow{B \subseteq C} x \in C$$

$$\therefore A \subseteq C \quad \text{یعنی} \quad \forall x \in A \Rightarrow x \in C \quad \sigma_0$$

ویژگی ۲- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه با مرجع  $U$  باشند و  $A \subseteq B$ . ثابت کنید  $B' \subseteq A'$ .

$$x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A'$$

$$\therefore B' \subseteq A' \quad \text{یعنی} \quad \forall x \in B' \Rightarrow x \in A' \quad \sigma_0$$

ویژگی ۳- برای هر مجموعه دلخواه مانند  $A$  با مجموعه مرجع  $U$  ثابت کنید  $\emptyset \subseteq A$ .

$$(x \notin A \Rightarrow x \notin \emptyset) \Rightarrow (x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$$

$$\text{یعنی} \quad \emptyset \subseteq A$$

آدرس و اتل مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صبح ۲۲ آمار و احتمال

کلاس

۱ برای مجموعه های  $A$  و  $B$  با مرجع  $U$  ثابت کنید که  $A \subseteq A \cup B$ .

اثبات:

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B$$

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B$$

بنابراین داریم:

درستی استدلال بالا را توضیح دهید.

۲ فرض کنیم  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  چهار مجموعه با مرجع  $U$  باشند، ثابت کنید: اگر  $A \subseteq B$  و  $C \subseteq D$  آن گاه  $A \cup C \subseteq B \cup D$ .

اثبات: جاهای خالی را پر کنید:

$$\forall x; [x \in (A \cup C)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \Rightarrow \dots & (A \subseteq B \text{ زیرا}) \\ \vee & \vee \\ \dots \Rightarrow x \in D & (C \subseteq D \text{ زیرا}) \end{cases} \Rightarrow x \in B \vee x \in D \Rightarrow x \in B \cup D$$

بنابراین داریم:

$$\forall x; [x \in (A \cup C) \Rightarrow x \in (B \cup D)] \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup D$$

۳ فرض کنیم  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه با مرجع  $U$  باشند، ثابت کنید: اگر  $A \subseteq C$  و  $B \subseteq C$  آن گاه  $(A \cup B) \subseteq C$ .

راهنمایی: از ویژگی قسمت ۲ استفاده کنید.

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq C \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C \cup C \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



کار در کلاس

صفحه ۲۳ آمار و احتمال یازدهم ریاضی

فرض کنید  $A = \{1, 2\}$ ، کدام یک از مجموعه های زیر با  $A$  مساوی است؟ (با ذکر دلیل).

$$A = \{1 \text{ و } 2\} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\} \text{ (الف)}$$

$$A \neq \{-1 \text{ و } -\frac{1}{2}\} = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 + 3x + 1 = 0\} \text{ (ب)}$$

$$A \neq [1, 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\} \text{ (ب)}$$

$$A = \{1 \text{ و } 2\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2\} \text{ (ت)}$$

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال: فرض کنیم  $A$  و  $B$  دو مجموعه با مرجع  $U$  باشند، ثابت کنید:  $A \cap B = B \cap A$ . (خاصیت جابه جایی اشتراک).  
اثبات: برای اثبات حکم باید درستی دو رابطه زیر را نشان دهیم:

$$A \cap B \subseteq B \cap A \quad (۱) : B \cap A \subseteq A \cap B \quad (۲)$$

اثبات (۱):

$$\forall x; [x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow x \in B \wedge x \in A \quad (\wedge \text{ جابه جایی}) \\ \Rightarrow x \in B \cap A]$$

به روش مشابه می توان درستی رابطه (۲) را نشان داد.

مثال: فرض کنیم  $A$  و  $B$  دو مجموعه با مرجع  $U$  باشند؛ ثابت کنید که اگر  $A \subseteq B$  آن گاه  $A - B = \emptyset$ .  
اثبات:

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \in U \mid x \in B \wedge x \notin B\} = \emptyset \quad (A \subseteq B \text{ زیرا}) \\ \Rightarrow A - B = \emptyset$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صفحه ۲۴ آمار و احتمال

تمرین

۱ مجموعه های زیر را که شامل شکل های هندسی در صفحه هستند، در نظر بگیرید:

$$A = \{x \mid x \text{ یک چهارضلعی است}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ یک لوزی است}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ یک مستطیل است}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ یک مربع است}\}$$

کدام یک از روابط زیر درست است؟ (با ذکر دلیل)

$\times B \subseteq D$  (ب)

$\checkmark D \subseteq C$  (الف)

$\checkmark D \subseteq A$  (ت)

$\times A \subseteq B$  (ب)

۲ فرض کنید  $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$  و  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  و  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  و  $D = \{3, 4, 5\}$  و  $E = \{3, 5\}$ .

در هر یک از حالت های زیر مشخص کنید:  $X$  می تواند کدام یک از این مجموعه ها باشد؟

الف)  $X$  و  $B$  عضو مشترکی ندارند.  $\text{E}$   $\text{S}$  (ب)  $X \subseteq A$  ولی  $X \not\subseteq C$   $\text{D}$

ب)  $X \subseteq D$  ولی  $X \not\subseteq B$   $\text{E}$  (ن)  $X \subseteq C$  ولی  $X \not\subseteq A$   $\text{D}$

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ درست یا نادرستی گزاره های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

✓ (ب)  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

✗ (الف)  $\emptyset = \{\emptyset\}$

✓ (ت)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

✗ (پ)  $\emptyset \notin \{\emptyset\}$

۳ کدام یک از مجموعه های زیر با هم مساوی اند؟

$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < 2\} = \{-1, 0, 1\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\} = \{0, 1\}$

$C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\} = \{0, 1, 2\}$

$D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$

$E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 + 2m = 2m^2\} = \{0, 1, 2\}$

$C = E$

$A = D$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۵ مثال هایی از مجموعه های دلخواه  $A$  و  $B$  و  $C$  بیاورید که برای آنها حکم های زیر درست باشند.

الف)  $A \in B, B \in C, A \notin C$   $A = \{1\}, B = \{1, \{1\}, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$

ب)  $A \in B, B \in C, A \in C$   $A = \{\emptyset\}, B = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}, C = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$

پ)  $A \in B, A \subseteq B$   $A = \{\emptyset\}, B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۶ اگر دو عضو از مجموعه  $A$  حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه های آن  $2^{n-2}$  واحد کم می شود، مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه

ارد؟  
 $2^{n-2} = 2^n - 284 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^n = 2^n - 284 \xrightarrow{2^n = x} \frac{1}{2}x = x - 284$   
 $\Rightarrow \frac{1}{2}x = 284 \Rightarrow x = 568 \Rightarrow 2^n = 568 \Rightarrow 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$

۷ اگر  $A = \{2, x+2y, 4\}$  و  $B = \{4, 5, x-y\}$  و  $A=B$  در این صورت، مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x+2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-2y=4 \\ x+2y=4 \end{cases} \Rightarrow 3x=8 \Rightarrow \boxed{x=3} \quad 3-y=2 \Rightarrow \boxed{y=1}$$

۸ ثابت کنید برای مجموعه های  $A$  و  $B$  با مرجع  $U$  داریم:  $A-B \subseteq A$ .

$$x \in A-B \implies x \in A, x \notin B \implies x \in A$$

$A-B \subseteq A$  ش

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

❶ فرض کنیم  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه با مرجع  $U$  باشند، ثابت کنید: اگر  $A \subseteq B$  آن گاه:

الف)  $A \cup C \subseteq B \cup C$

$$A \subseteq B, C \subseteq C \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$$

ب)  $A \cap C \subseteq B \cap C$

$$A \subseteq B, C \subseteq C \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$$

❷ مجموعه های  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  با مرجع  $U$  را در نظر بگیرید، ثابت کنید: اگر  $A \subseteq B$  و  $C \subseteq D$  آن گاه:

ب)  $A \cap C \subseteq B \cap D$

الف)  $A \cap C \subseteq B \cap D$

الف)  $x \in A \cap C \Rightarrow x \in A, x \in C \Rightarrow x \in B, x \in C \Rightarrow x \in B \cap D$

ب)  $A \subseteq B, C \subseteq D \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap D \xrightarrow{B \cap D \subseteq B \cup D} A \cap C \subseteq B \cup D$

❸ الف) فرض کنید:  $A \subseteq \emptyset$  ثابت کنید:  $A = \emptyset$ . ب) فرض کنید  $U \subseteq A$  ثابت کنید:  $A = U$ .

الف)  $A \subseteq \emptyset, \emptyset \subseteq A \Rightarrow A = \emptyset$

ب)  $U \subseteq A, A \subseteq U \Rightarrow A = U$

آدرس: تهران مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۱۷ هرگاه  $A$  و  $B$  دو مجموعه با مرجع  $U$  باشند و  $A \cap B = \emptyset$  در این صورت ثابت کنید:

الف)  $B - A = B$       ب)  $B \subseteq A'$

الف)  $x \in B \Leftrightarrow x \in B - A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in B \vee x \in \emptyset \Leftrightarrow x \in B - A$

ب)  $(x \in B \Leftrightarrow x \in B \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} x \notin A \Leftrightarrow x \in A') \Rightarrow B \subseteq A'$

۱۸ فرض کنید:  $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ، کدام یک از حالت های زیر یک افراز برای  $X$  محسوب می شود.

- |  |   |
|--|---|
| <p>الف) <math>\{a, c, e\}</math> و <math>\{b\}</math> و <math>\{d, g\}</math> ❌ <i>فراز ندارد</i></p> <p>ب) <math>\{a, e, g\}</math> و <math>\{c, d\}</math> و <math>\{b, f\}</math> ❌</p> | <p>الف) <math>\{a, c, e\}</math> و <math>\{b\}</math> و <math>\{d, g\}</math> ❌ <i>فراز ندارد</i></p> <p>ب) <math>\{a, b, e, g\}</math> و <math>\{c\}</math> و <math>\{d, f\}</math> ✓</p> <p>ث) <math>\{a\}</math> و <math>\{b, c\}</math> و <math>\{d\}</math> و <math>\{f, g\}</math> و <math>\{e\}</math> ✓</p> |
| <p>ت) <math>\{a, b, c, d, e, f, g\}</math> ✓</p>   |   |

آموزگار: دکتر مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

جبر مجموعه ها:

- ۱)  $A \cap B = B \cap A$        $A \cup B = B \cup A$   
۲)  $A \cap A = A$  ,  $A \cap \emptyset = \emptyset$  ,  $A \cap U = A$   
۳)  $A \cup A = A$  ,  $A \cup \emptyset = A$  ,  $A \cup U = U$   
۴)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
     $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$   
۵)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$   
     $(A \cap B)' = A' \cup B'$

آمار و احتمال    مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



$$۵) A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \quad , \quad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$۶) A - B = A \cap B' = B' - A' \quad , \quad B - A = B \cap A' = A' - B'$$

$$۷) A \cup A' = U \quad , \quad A \cap A' = \emptyset$$

$$۸) A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$$

$$۹) A \cap (A \cup B) = A \quad , \quad A \cup (A \cap B) = A$$

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال ۱: با استفاده از خواص فوق ثابت کنید: ( $U$  مجموعه مرجع فرض شده است).

الف)  $(A \cup B) \cap (B' \cup A) = A$

ب)  $(C \cap A) \cup (A' \cap C) = C$

صورت ۲۹

پ)  $A \cup (B \cup A') = U$

ت)  $A - B = A \cap B'$

الف)  $(A \cup B) \cap (B' \cup A) = (A \cup B) \cap (A \cup B')$

جابه جایی

$= A \cup (B \cap B')$

خاصیت توزیع پذیری (به اصطلاح فاکتورگیری)

$= A \cup \emptyset$

$= A$

ب)  $(C \cap A) \cup (A' \cap C) = (C \cap A) \cup (C \cap A')$

جابه جایی

$= C \cap (A \cup A') = C \cap U = C$

توزیع پذیری

پ)  $A \cup (B \cup A') = A \cup (A' \cup B)$

جابه جایی

$= (A \cup A') \cup B = U \cup B = U$

شرکت پذیری

ت)  $A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \in B'\}$

تعریف متمم

$= A \cap B'$

تعریف اشتراک

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

E

مثال: درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید.

صمیم ۳۱

الف)  $A - B = B' - A'$

$$A - B = A \cap B' = B' \cap A = B' - A'$$

ب)  $(X \subseteq A) \wedge (X \subseteq A') \Rightarrow X = \emptyset$

$$\begin{cases} X \subseteq A \\ X \subseteq A' \end{cases} \Rightarrow (X \cap X) \subseteq (A \cap A') \Rightarrow X \subseteq \dots \phi \Rightarrow X = \phi \quad (1)$$

ب)  $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

از طرفی می دانیم  $\emptyset \subseteq X$  و بنابراین:  $X = \emptyset$

$$\begin{aligned} (A - B) \cap (B - A) &= (A \cap B') \cap (B \cap A') \\ &= [(A \cap B') \cap B] \cap A' \\ &= [A \cap (B' \cap B)] \cap A' \\ &= (A \cap \emptyset) \cap A' \\ &= \emptyset \cap A' = \emptyset \end{aligned}$$

شرکت پذیری

شرکت پذیری

تعریف متمم

ن)  $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

$$\begin{aligned} (A \cup B) - C &= (A \cup B) \cap C' \\ &= (A \cap C') \cup (B \cap C') \\ &= (A - C) \cup (B - C) \end{aligned}$$

توزیع پذیری « $\cap$ » نسبت به « $\cup$ »

تبدیل اشتراک به تفاضل

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

$$\text{ن) } (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A) = A \cup B$$

$$\begin{aligned} & (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A) \\ &= [(A-B) \cup (A \cap B)] \cup (B-A) \\ &= [(A \cap B') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') \\ &= [A \cap (\dots \cup \dots)] \cup (B \cap A') \\ &= (A \cap U) \cup (B \cap A') \\ &= A \cup (B \cap A') \\ &= (A \cup \dots) \dots (A \cup \dots) \\ &= (A \cup B) \cap U \\ &= A \cup B \end{aligned}$$

شرکت پذیری اجتماع  
تبدیل تفاضل به اشتراک  
توزیع پذیری  
تعریف متمم  
تعریف مرجع  
توزیع پذیری  
تعریف متمم  
تعریف مرجع

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

با استفاده از قوانین و خواص (جبر مجموعه ها) درستی تساوی های زیر را بررسی کنید :

الف)  $(A-B)' = (A' \cup B)$

$$(A-B)' = (A \cap B')' = A' \cup (B')' = A' \cup B$$

ب)  $(A-B)-C = (A-C)-B$

$$(A-B)-C = (A-B) \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A \cap C') \cap B' = (A-C)-B$$

پ)  $A-(B \cap C) = (A-B) \cup (A-C)$

$$\begin{aligned} A-(B \cap C) &= A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C') \\ &= (A \cap B') \cup (A \cap C') = (A-B) \cup (A-C) \end{aligned}$$

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال: با استفاده از جبر مجموعه ها درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید.

الف)  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$  ✓

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap (A \cap C') = (A - B) \cap (A - C)$$

ب)  $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$  ✓

$$\begin{aligned} A \cap (B - C) &= A \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) \cap (A' \cup C') \\ &= (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) - (A \cap C) \end{aligned}$$

پ)  $A - (B - C) = (A - B) - C$  ✗

$A = \{1, 2, 3\}$     $B = \{3, 4\}$     $C = \{2, 5\}$

$A - B = \{1, 2\}$     $B - C = \{3\}$     $A - (B - C) = \{1, 2\}$     $(A - B) - C = \{1\}$

ن)  $A = B$  آنگاه  $(A \cup B) = (A \cap B)$  اگر

$$\begin{aligned} x \in A &\implies x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \implies x \in B \\ x \in B &\implies x \in A \cup B \implies x \in A \cap B \implies x \in A \end{aligned}$$

آمار و احتمال   مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

صنعت ۲۴ آثار و الکترونیک

کار در کلاس

۱ اگر  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  و  $B = \{5, 6, \dots, 15\}$  و  $U = \{1, 2, \dots, 20\}$  حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف)  $(A \cap B') \cup (A \cap B)$

$$(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A = \{1, 2, \dots, 10\}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (A - B) \cup ((A \cap B') \cap ((B - A) \cup A')) &= (A \cap B') \cup ((A \cap B') \cap ((B \cap A') \cup A')) \\ &= (B \cap A') \cup ((B \cap A') \cup A') = (B \cap A') \cup A' = A' \\ &= U - A = \{11, 12, \dots, 20\} \end{aligned}$$

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

فعالیت

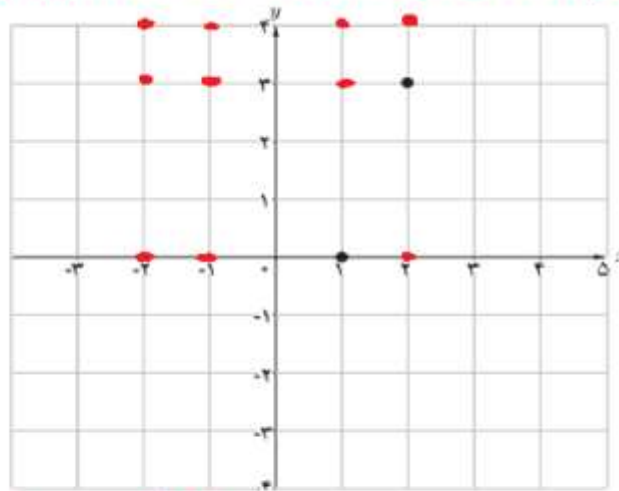
صنعت ۳۶ آمار و احتمال

۱ اگر  $A = \{-2, -1, 2, 1\}$  و  $B = \{0, 3, 4\}$ ، ابتدا مجموعه های  $(A \times B)$  و  $(B \times A)$  را تشکیل دهید و سپس نمودار

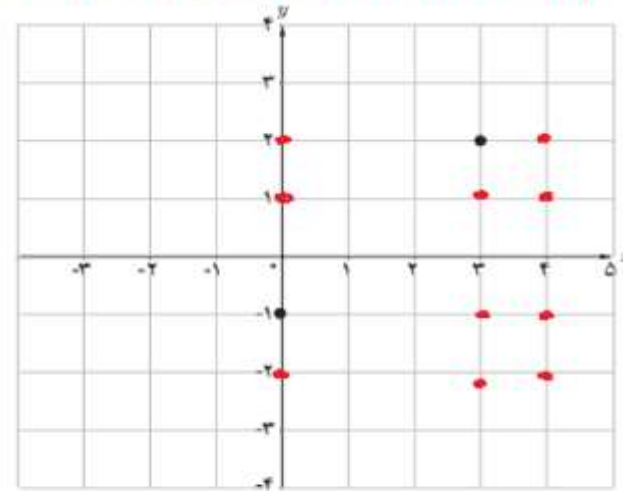
مختصاتی هر یک از این مجموعه ها را رسم کنید. (نمودارها را کامل کنید.)

$$A \times B = \{(-2, 0), (-1, 0), (2, 0), (1, 0), (-2, 3), (-1, 3), (2, 3), (1, 3), (-2, 4), (-1, 4), (2, 4), (1, 4)\}$$

$$B \times A = \{(0, -2), (0, -1), (0, 2), (0, 1), (3, -2), (3, -1), (3, 2), (3, 1), (4, -2), (4, -1), (4, 2), (4, 1)\}$$



$A \times B$



آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



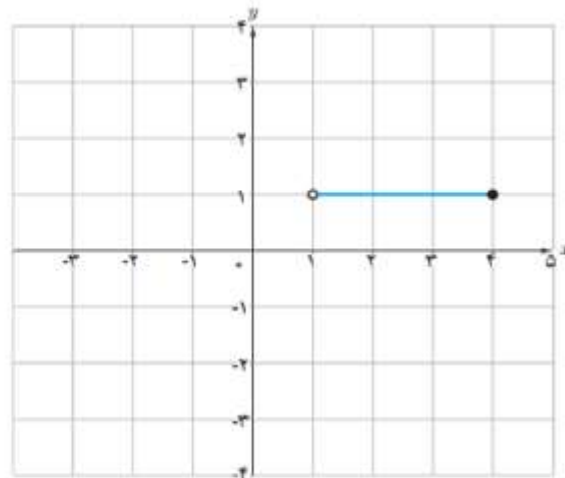
## بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

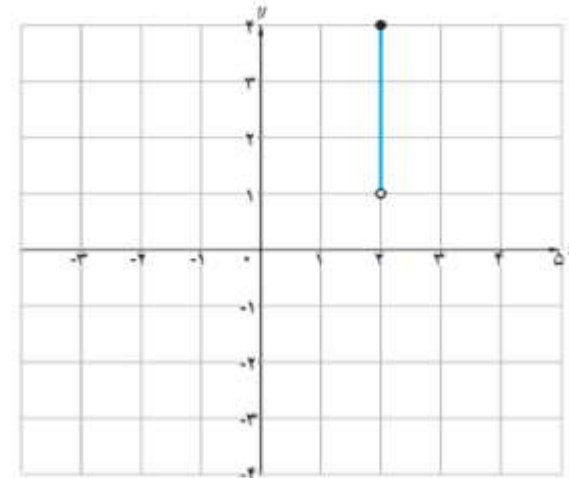
۲ اگر فرض کنیم:  $A = (1, 4]$  و  $B = \{1, 2\}$  در این صورت، نمودارهای مربوط به  $A \times B$  و  $B \times A$  که بخشی از آنها رسم شده است را تکمیل کنید.

$$A \times B = \{(x, y) | x \in (1, 4] \wedge y \in B\}$$

$$B \times A = \{(x, y) | (x = 1 \vee x = 2) \wedge 1 < y \leq 4\}$$



نمودار  $A \times B$



نمودار  $B \times A$

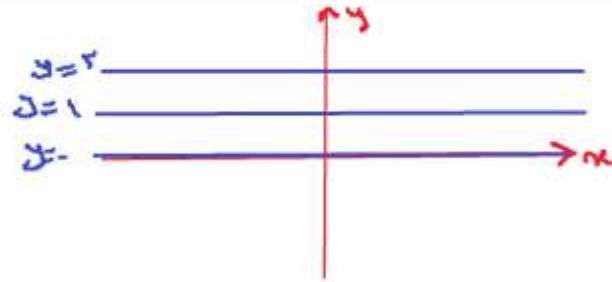
آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

# بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

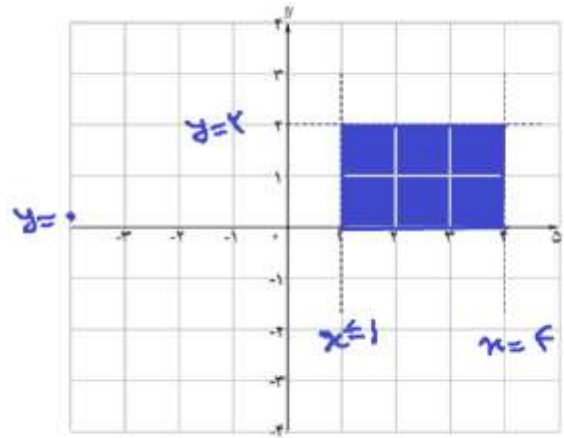
بسم الله الرحمن الرحيم



1 اگر فرض کنیم:  $A = \mathbb{R}$  و  $B = \{0, 1, 2\}$  نمودار  $A \times B$  را رسم کنید.

2 در صورتی که  $A = [1, 4]$  و  $B = [0, 2]$  در این صورت، نمودار  $(A \times B)$  را که بخشی از صفحه مختصات دکارتی است، هاشور بزنید.

$$A \times B = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 4 \wedge 0 \leq y \leq 2\}$$



آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

تعریف

صیغه آمار و احتمال

1 با استفاده از تعریف اشتراک، اجتماع و خواص جابه جایی، شرکت پذیری و توزیع پذیری برای ترکیب عطفی و فصلی در گزاره ها، هر یک از تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف)  $A \cap B = B \cap A$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in B \wedge x \in A \Leftrightarrow x \in B \cap A$$

ب)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cap C) &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \cap C \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \in C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C \Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \in C \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap C \end{aligned}$$

پ)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cup C) &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \cup C \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \Leftrightarrow x \in A \cap B \vee x \in A \cap C \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۲ درستی هر یک از تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف)  $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$

$$(A \cap B) \cup (B' \cap A) = (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$$

ب)  $(A' \cap B') \cap A = \emptyset$

$$(A' \cap B') \cap A = A \cap (A' \cap B') = (A \cap A') \cap B' = \emptyset \cap B' = \emptyset$$

پ)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$$(A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap (B \cap (A \cap C)) = A \cap (A \cap (B \cap C)) = (A \cap A) \cap (B \cap C) = A \cap (B \cap C)$$

ت)  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$

$$(A \cup B) \cup (A \cup C) = A \cup (B \cup (A \cup C)) = A \cup (A \cup (B \cup C)) = (A \cup A) \cup (B \cup C) = A \cup (B \cup C)$$

آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

۲ هر یک از عبارتهای زیر را ساده کنید :

$$\text{الف) } (A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = B$$

$$\begin{aligned} (A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) &= (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap B) \cap (B \cup A) \\ &= (A' \cap B) \cup ((A \cap B) \cap (A \cup B)) = (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B \end{aligned}$$

$$\text{ب) } (A \cup B) - B = A - B$$

$$(A \cup B) - B = (A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B') = (A \cap B') \cup \emptyset = A \cap B' = A - B$$

$$\text{پ) } [(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = B$$

$$\begin{aligned} [(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) &= ((A \cup B) \cap A') \cup (A \cap B) = ((A \cap A') \cup (B \cap A')) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B \end{aligned}$$

آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید. f

الف)  $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X=U$

$A \subseteq X, A' \subseteq X \Rightarrow (A \cup A') \subseteq X \Rightarrow U \subseteq X \Rightarrow X=U$

ب)  $(A-B) \cup (A \cap B) = A$

$(A-B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$

پ)  $(A \cap B) - C = (A-C) \cap (B-C)$

$(A \cap B) - C = (A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C$

ت)  $(A-B) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

$(A-B) \cup (B-A) = (A \cap B') \cup (B \cap A') = (A \cup (B \cap A')) \cap (B' \cup (B \cap A'))$   
 $= (A \cup B) \cap (A \cup A') \cap (B' \cup A) \cap (B' \cup B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث)  $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$

$(A \cup B) \cap (A' \cap B') = (A \cup B) \cap (A \cup B)' = \emptyset$

ج)  $[(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C)] \Rightarrow B=C$

$B \cup C \subseteq A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = (A \cup C) \cup C = A \cup C \Rightarrow B \cup C \subseteq A \cup C$

همینطور  $B \cup C \subseteq A \cup B$

مدرس: مزبان حبیبی

$B \cup C \subseteq (A \cup C) \cap (A \cup B) = A \cup (B \cap C) \Rightarrow (A \cup B) \subseteq B \cap C$

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۵ اگر  $A = \{y+2, 5, z\}$  و  $B = \{x+1, 4, -2\}$  در این صورت، با فرض  $A \times B = B \times A$  بیشترین مقدار برای  $(x+y+z)$  را بیابید.

$$A \times B = B \times A \xrightarrow{A, B \neq \emptyset} A = B$$

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} 1) x+1=5, y+2=4, z=-2 \Rightarrow x=4, y=2, z=-2 \rightarrow x+y+z=4 \\ 2) x+1=4, y+2=5, z=4 \Rightarrow x=3, y=3, z=4 \rightarrow x+y+z=10 \end{cases}$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

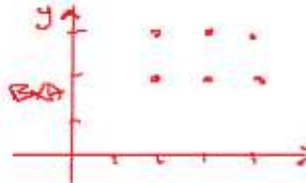
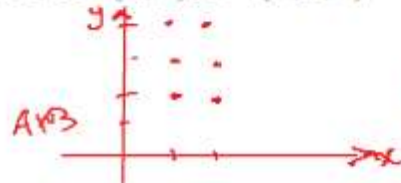
09176193511

# بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

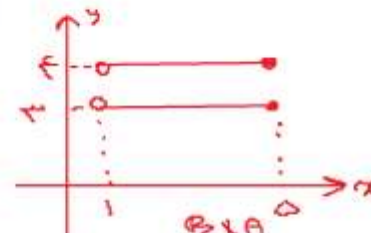
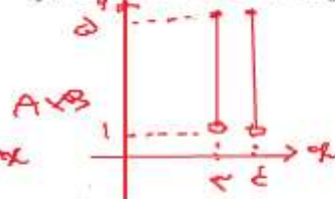
بسم الله الرحمن الرحيم

با توجه به مجموعه های داده شده، نمودار هر یک از حاصل ضرب های  $A \times B$  و  $B \times A$  را رسم کنید.

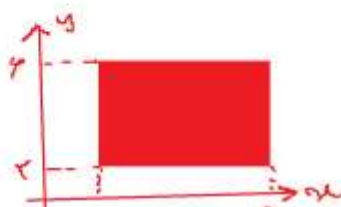
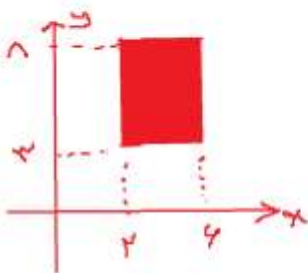
الف)  $A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$



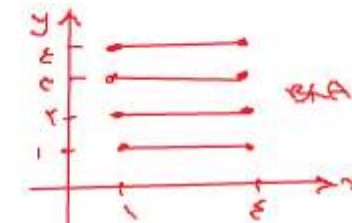
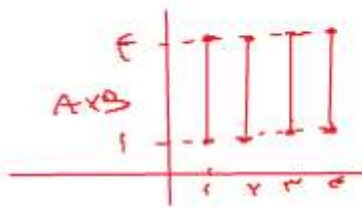
ب)  $A = \{3, 4\}, B = \{1, 5\}$



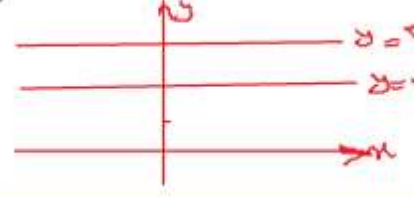
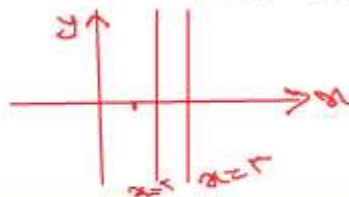
پ)  $A = [2, 6], B = [2, 8]$



ت)  $A = \mathbb{N}, B = \{1, 4\}$



ث)  $A = \mathbb{R}, B = \{2, 3\}$



آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

پایان

دکتر مزبان حبیبی