

۱- باقیمانده تقسیم عبارت $x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$ بر $x + 1$ برابر ۴ است، a کدام است؟
 (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۴

یادآوری: باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x)$ بر $(x - a)$ برابر است با $f(a)$ پس:

$$f(x) = x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1 \quad \left. \begin{array}{l} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ R = f(-1) \Rightarrow 4 = (-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow R = f(-1) \Rightarrow 4 = (-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1 \Rightarrow$$

$$4 = 1 + a + 1 - 2a + 1 \Rightarrow 4 = 3 - a \Rightarrow a = -1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۲- اگر $a + b = \frac{\pi}{2} - a$ حاصل $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b$ کدام است؟

(۱) $\operatorname{Sin} b$ (۲) $\operatorname{Cos} a$ (۳) $\frac{1}{\operatorname{Sin} a}$ (۴) $\frac{1}{\operatorname{Cos} b}$

$$\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b = \frac{\operatorname{Sin}(a+b)}{\operatorname{Cos} a \cdot \operatorname{Cos} b} = \frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{2} - a\right)}{\operatorname{Cos} a \cdot \operatorname{Cos} b} = \frac{\operatorname{Cos} a}{\operatorname{Cos} a \cdot \operatorname{Cos} b} = \frac{1}{\operatorname{Cos} b}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{Cotg} x}$ کدام است؟

(۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{Cotg} x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg} x}{\frac{1}{\operatorname{tg} x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{(-\varepsilon)^2} = +\infty$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴- از نقطه $(1, -5)$ دو خط مماس بر نمودار $y = x^2 - 2x$ رسم شده است. عرض نقاط تماس کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

نقطه دلخواه $T(\alpha, \alpha^2 - 2\alpha)$ را روی منحنی در نظر می‌گیریم. پس شیب مماس در T برابر است با مقدار مشتق تابع در T یعنی: $m = 2\alpha - 2$ پس معادله خط مماس در T برابر است با:

$$y - (\alpha^2 - 2\alpha) = (2\alpha - 2)(x - \alpha) \quad \text{خط } (1, -5) \in \text{خط} \Rightarrow -5 - \alpha^2 + 2\alpha = (2\alpha - 2)(1 - \alpha) \Rightarrow$$

$$-5 - \alpha^2 + 2\alpha = 2\alpha - 2\alpha^2 - 2 + 2\alpha \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 - 2(-1) = 3 \\ \alpha = 3 \Rightarrow y = (3)^2 - 2(3) = 3 \end{cases}$$

سوالات کنکور ۸۰ رشته ریاضی مرکز پیش دانشگاهی امام خمینی (ره) ناحیه ۱ شیراز
تنظیم کننده سوالات و پاسخنامه مزبان حبیبی اسفند ۸۷ تعداد سوالات ۵۱ سوال
هرگونه کپی برداری بدون کسب اجازه ممنوع است ۰۹۱۷۶۱۹۳۵۱۱

بنابر این عرض نقاط تماس برابر با ۳ است. بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۵- در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ ، آهنگ آنی تغییر f در لحظه $t = 4$ ، چقدر از آهنگ متوسط تغییر f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ بیشتر است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

$$f(t) = \frac{240}{t} \Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow t = 4 \text{ در } f: f'(4) = \frac{-240}{16} = -15$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{\frac{240}{5} - \frac{240}{3}}{2} = \frac{48 - 80}{2} = 24 - 40 = -16$$

$$\text{آهنگ متوسط} - \text{آهنگ آنی} = (-15) - (-16) = +1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱ - ۸۰ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۶- دوره تناوب اصلی تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{2}x & ; x \in Q \\ \cdot & ; x \notin Q \end{cases}$ کدام است؟ (Q مجموعه اعداد گویا)

- ۲π (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۴π (۴)

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{2}x & ; x \in Q \\ \cdot & ; x \notin Q \end{cases} \Rightarrow f(x+T) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{2}(x+T) & ; x+T \in Q \\ \cdot & ; x+T \notin Q \end{cases}$$

با مقایسه $f(x)$ و $f(x+T)$ برای برابر شدن، مشخص می شود که شرط اولی که T باید داشته باشد این است که

$$\begin{cases} x+T \in Q \xrightarrow{T \in Q} x \in Q \\ x+T \notin Q \xrightarrow{T \in Q} x \notin Q \end{cases}$$

می شوند و برای اینکه ضابطه ها نیز یکی شوند باید داشته باشیم:

$$\sin \frac{\pi}{2}(x+T) = \sin \frac{\pi}{2}x \Rightarrow g(x) = \sin \frac{\pi}{2}x$$

T دوره تناوب اصلی یعنی $\frac{\pi}{\frac{\pi}{2}} = 2$ می باشد. پس $T = 2$. بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۷- مجموع جوابهای معادله $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- $\frac{8\pi}{3}$ (۱) $\frac{10\pi}{3}$ (۲) 3π (۳) $\frac{11\pi}{3}$ (۴)

$$2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow -2 \cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x_1 = \pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 = \pi + \frac{5\pi}{3} = \frac{8\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۸- بزرگترین حجم مخروط، از بین مخروطهایی که مجموع شعاع فاعده و ارتفاع آنها برابر واحد باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{4\pi}{81}$ (۲) $\frac{\pi}{12}$ (۳) $\frac{3\pi}{32}$ (۴) $\frac{4\pi}{27}$

شعاع مخروط را r و ارتفاع را h و حجم را V در نظر می گیریم پس:

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ r+h &= 1 \Rightarrow h = 1-r \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 (1-r) \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi (r^2 - r^3) \Rightarrow V' = \frac{1}{3}\pi (2r - 3r^2) = 0 \Rightarrow$$

$$2r - 3r^2 = 0 \Rightarrow r(2 - 3r) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r=0 \\ 2-3r=0 \Rightarrow r=\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow h = \frac{1}{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4\pi}{81}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۹- مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1}\right)^x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{e}$ (۲) e (۳) $\frac{1}{e} + 1$ (۴) $e + 1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1+1}{x-1}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)^x$$

$$\left. \begin{aligned} x-1 = t \Rightarrow x = 1+t \\ x \rightarrow \infty \Rightarrow t \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{t+1} =$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t \cdot \left(1 + \frac{1}{t}\right)^1 = e \times 1 = e$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۰- معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = x^{x-1}$ با ضابطه $x = 1$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $y = x$ (۲) $y = x + 1$ (۳) $x = 1$ (۴) $y = 1$

$$\left. \begin{aligned} y &= x^{x-1} \\ x &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 1^{1-1} = A(1, 1) \Rightarrow y = x^{x-1} \Rightarrow \ln y = (x-1)\ln x \xrightarrow{\text{مشتق می گیریم}}$$

$$\frac{y'}{y} = \ln x + \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x=1}{y=1} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln 1 + \frac{1-1}{1} \Rightarrow y' = 0$$

$$\text{خط مماس: } y - 1 = 0(x - 1) \Rightarrow y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۱- حاصل $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} [x] \cos x \, dx$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۰

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} [x] \cos x \, dx = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 [x] \cos x \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{6}} [x] \cos x \, dx = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 (-1) \cos x \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{6}} (+1) \cos x \, dx =$$

$$= -\sin x \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^0 + 0 = -\sin 0 - \left(-\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right) = -\frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۲- کدام عدد زیر وجود دارد؟

- (۱) کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از ۱-
 (۲) کوچکترین عدد گنگ بزرگتر از ۱-
 (۳) بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از ۱-
 (۴) بزرگترین عدد گویای کوچکتر از ۱-

گزینه ۱ صحیح نمی‌باشد چون مجموعه اعداد صحیح از پایین کران‌دار نیست برای همین کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از ۱- وجود ندارد. تمام اعداد صحیح کوچکتر مساوی ۲- جواب گزینه ۱ می‌باشد.
 گزینه‌های ۲ و ۴ صحیح نمی‌باشند چرا که نمی‌توان اولین عدد گنگ بزرگتر از ۱- و اولین عدد گویای کوچکتر از ۱-

را نام برد. چرا که بین هر دو عدد حقیقی بیشمار عدد گنگ و گویا وجود دارد.

ولی در مورد گزینه ۳: عدد مورد نظر وجود دارد. بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از ۱- عدد ۲- است.
 بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۱۳- کوچکترین عدد طبیعی n که به ازاء آن، فاصله نقاط دنباله $\left\{ \frac{1-n}{2n+1} \right\}$ از نقطه همگرایی دنباله کمتر از $\frac{1}{11}$ باشد، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۱

$$a_n = \frac{1-n}{2n+1} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{-1}{2} \Rightarrow \left| \frac{1-n}{2n+1} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right| < \frac{1}{11} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1-n}{2n+1} + \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{11} \Rightarrow \left| \frac{2-2n+2n+1}{2(2n+1)} \right| < \frac{1}{11} \Rightarrow \frac{3}{2(2n+1)} < \frac{1}{11} \Rightarrow \frac{2(2n+1)}{3} > 11$$

$$2n+1 > \frac{33}{2} \Rightarrow 2n+1 > 16.5 \Rightarrow n > 7.75 \Rightarrow n \geq 8$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۱۴- حاصل $\sum_{n=1}^{100} \text{Log} \frac{n+2}{n+1}$ کدام است؟

- (۱) $\text{Log } 34$ (۲) $\text{Log } 41$ (۳) $\text{Log } 51$ (۴) $\text{Log } 61$

$$\sum_{n=1}^{100} \text{Log} \frac{n+2}{n+1} = \sum_{n=1}^{100} \text{Log}(n+2) - \text{Log}(n+1) = (\text{Log } 3 - \text{Log } 2) + (\text{Log } 4 - \text{Log } 3) + \dots +$$

$$+ (\text{Log } 101 - \text{Log } 100) + (\text{Log } 102 - \text{Log } 101) = \text{Log } 102 - \text{Log } 2 = \text{Log} \frac{102}{2} = \text{Log } 51$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin x|}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) موجود نیست.

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} = -\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = -(1) = -1$$

تذکر: چون $x \rightarrow 0^-$ پس انتهای کمان x با توجه به دایره مثلثاتی در ناحیه چهارم است پس $\sin x < 0$ یعنی $|\sin x| = -\sin x$

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۶- معکوس تابع با ضابطه $f(x) = \cos x$ روی کدام بازه یک تابع است؟

- (۱) $[-\pi, 0]$ (۲) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (۳) $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ (۴) $[0, 2\pi]$

کافیست مشتق تابع داده شده در بازه های مورد نظر فقط یک علامت داشته باشد. چرا که شرط لازم و کافی برای اینکه یک تابع بیروسته، معکوس پذیر باشد اسم است که اکیداً یکنوا باشد.

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

گزینه ۱: $-\pi \leq x \leq 0 \Rightarrow \sin x \leq 0 \Rightarrow -\sin x \geq 0 \checkmark$

گزینه ۲: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ مثبت و در فاصله $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ و در فاصله $[0, \frac{\pi}{2}]$ منفی است \times

گزینه ۳: $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ مثبت و در فاصله $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ و در فاصله $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ منفی است \times

گزینه ۴: $0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow$ منفی و در فاصله $[0, \pi]$ مثبت است. \times

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۷- ضریب زاویه خط مجانب مایل نمودار تابع $f(x) = x(2e^{-x} - 1)$ با ضابطه $(e > 1)$ است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2e^{-x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2e^{-x} - 1) = \begin{cases} 2e^{-\infty} - 1 = 0 - 1 = -1 & x \rightarrow +\infty \\ 2e^{+\infty} - 1 = +\infty & x \rightarrow -\infty \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۸- اگر $f(x) = x[2x + 1]$ مقدار $f'_+(1) - f'_-(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

تذکر مهم: این سوال غلط می باشد چرا که مقدار مشتق چپ $f(x)$ را در $x = 1$ را خواسته است در حالیکه این مقدار وجود ندارد چون تابع $f(x)$ از چپ پیوسته نمی باشد (شرط لازم برای وجود مشتق چپ، پیوستگی چپ است)

ولی متأسفانه این یک اشتباه رایج است که در سوالهای کنکور هم مطرح می شود و باید به طریق زیر حل شود:

$$f(x) = x[2x + 1] \Rightarrow f(x) = x([2x] + 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = x([2(1 + \varepsilon)] + 1) \Rightarrow f(x) = 3x \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow f'_+(1) = 3 \\ x \rightarrow 1^+ \\ f(x) = x([2(1 - \varepsilon)] + 1) \Rightarrow f(x) = 2x \Rightarrow f'(x) = 2 \Rightarrow f'_-(1) = 2 \Rightarrow f'_+(1) - f'_-(1) = 1 \\ x \rightarrow 1^- \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۱۹- اگر $f(x) = x^3 + 2x$ مقدار $(f^{-1})'(3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

یادآوری:

$$(3, \alpha) \in f^{-1} \Rightarrow (\alpha, 3) \in f \Rightarrow f(\alpha) = 3 \Rightarrow \alpha^3 + 2\alpha = 3 \xrightarrow{\text{واضح است}} \alpha = 1 \Rightarrow$$

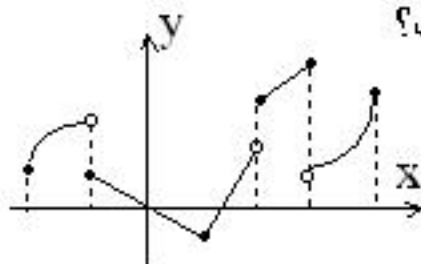
$$\left. \begin{aligned} (3, 1) \in f^{-1} \Rightarrow (f^{-1})'(3) &= \frac{1}{f'(1)} \\ f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f'(x) &= 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(1) = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (f^{-1})'(3) = \frac{1}{5}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۲۰- شکل مقابل نمودار تابع f در بازه $[a, b]$ است. تعداد نقاط اکسترمم نسبی f کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



سراسری - ریاضی - ۸۰

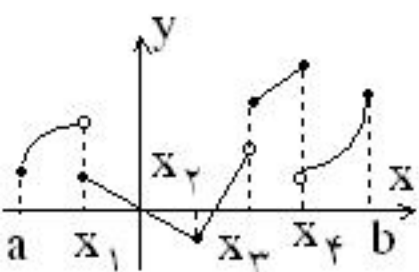
$$\text{تعداد اکسترمم نسبی} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{ماکزیمم نسبی} = \{(x_4)\}$$

$$\text{می نیمم نسبی} = \{(x_2)\}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

یادآوری: نقاط ابتدایی و انتهایی a ، b نمی توانند نقطه اکسترمم نسبی باشند.



سراسری - ریاضی - ۸۰

۲۱- برای تابع $f(x) = \sin x$ ، شرایط فضیه رول را در فاصله $[0, \pi]$ در نظر می گیریم. آیا این شرایط وجود دارد؟ مقدار نقطه c در فضیه مذکور کدام است؟

- (۱) بلی، $\frac{\pi}{4}$ (۲) بلی، $\frac{\pi}{2}$ (۳) بلی، $\frac{3\pi}{2}$ (۴) خیر، c وجود ندارد.

شرایط فضیه رول: f در $[0, \pi]$ پیوسته بر قرار است.
 f در $(0, \pi)$ مشتق پذیر، که این شرط نیز بر قرار است.
 $f(0) = f(\pi) = 0$ شرط سوم نیز بر قرار است.

$$\exists c \in (0, \pi) : f'(c) = 0 \Rightarrow \cos c = 0 \Rightarrow c = \frac{\pi}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۲۲- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} & ; |x| > 1 \\ ax + b & ; |x| \leq 1 \end{cases}$ روی R پیوسته است، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

(۱) $(0, 1)$ (۲) $(1, 0)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(2, 0)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} & |x| > 1 \\ ax + b & |x| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} & x > 1 ; x < -1 \\ ax + b & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه ضابطه های $f(x)$ در فاصله های مربوط به خود پیوسته می باشند پس برای اینکه $f(x)$ روی R پیوسته

باشد کافی است $f(x)$ در $x = 1$ ، $x = -1$ پیوسته باشد.

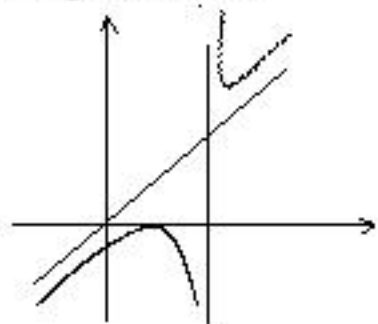
$$x = 1 \begin{cases} f(1) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1 + 2 - 1}{1} = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2 \quad (I)$$

$$x = -1 \begin{cases} f(-1) = -a + b \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -a + b \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \frac{(-1)^2 + 2(-1) - 1}{-1} = 2 \end{cases} \Rightarrow -a + b = 2 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow (a, b) = (0, 2)$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰



۲۳- شکل مقابل نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$ است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) -۲

برای حل این مسأله از دو نکته زیر استفاده می‌کنیم:

- (۱) اگر تابع $y = f(x)$ بر محور x ها مماس باشد آنگاه معادله $f(x) = 0$ ریشه مضاعف دارد.
 (۲) اگر در توابع گویا (چند جمله‌ای تقسیم بر چند جمله‌ای) اگر درجه صورت **فقط یکی** بیشتر از درجه مخرج باشد آنگاه تابع دارای مجانب مایل است و مجانب مایل برابر است با خارج قسمت تقسیم صورت بر مخرج. پس:

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \cancel{x^2} + ax + b \Big| \cancel{x} - 2 \\ \underline{\cancel{x^2} + 2x} \\ (a + 2)x + b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{مجانِب مایل } y = x + a + 2 \\ \text{مجانِب مایل از } \text{با توجه} \\ \text{مبدأ می گذرد به تقسیم} \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 0 + a + 2 \Rightarrow a = -2^*$$

$$x^2 + ax + b = 0 \text{ ریشه مضاعف دارد } \Rightarrow f(x) = 0 \text{ ریشه مضاعف دارد } \Rightarrow f(x) \text{ بر محور } x \text{ ها مماس است}$$

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4b = 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4b = 0 \Rightarrow 4 - 4b = 0 \Rightarrow b = 1 \rightarrow a + b = -1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۲۴- حد عبارت $\frac{\pi - \text{ArcCos } x}{\sqrt{1+x}}$ وقتی $x \rightarrow -1^+$ کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۴) $\sqrt{2}$

یادآوری: $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$, $\sin(\text{ArcCos } x) = \sqrt{1-x^2}$, $\sin u \equiv u$ $u \rightarrow 0$

$$x \rightarrow -1^+ \Rightarrow \pi - \text{ArcCos } x \rightarrow 0 \Rightarrow \sin(\pi - \text{ArcCos } x) \equiv \pi - \text{ArcCos } x \Rightarrow$$

$$\sin(\text{ArcCos } x) = \pi - \text{ArcCos } x \Rightarrow \sqrt{1-x^2} \equiv \pi - \text{ArcCos } x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\pi - \text{ArcCos } x}{\sqrt{1+x}} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x}} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{1-x} \cdot \sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}} = \sqrt{2}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تذکر: این مسأله به راحتی از فاعله هویتال حل می شود.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۲۵- برای تابع f با ضابطه $f(x) = x^2$ در بازه $[1, 4]$ و $n = 180$ ، مجموع بالای ریمان چقدر از مجموع پائین ریمان بیشتر است؟

$$\frac{1}{8} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2}$$

با توجه به اینکه برای یک تابع صعودی داریم: $u_n(f) = \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$ و $L_n(f) = \sum_{i=1}^n f(x_{i-1}) \Delta x$ پس:

$$u_n(f) - L_n(f) = \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x - \sum_{i=1}^n f(x_{i-1}) \Delta x = \Delta x \left(\sum_{i=1}^n f(x_i) - \sum_{i=1}^n f(x_{i-1}) \right) = \\ = \Delta x (f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) + f(x_n) - f(x_0) + f(x_1) \dots + f(x_{n-1})) =$$

$$\Delta x (f(x_n) - f(x_0)) = \frac{b-a}{n} (f(b) - f(a))$$

حال با توجه به اینکه $f(x) = x^2$ روی بازه $[1, 4]$ صعودی است پس:

$$u_{180}(f) - L_{180}(f) = \frac{4-1}{180} (4^2 - 1^2) = \frac{3}{180} \times 15 = \frac{45}{180} = \frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۲۶- اگر $\int \frac{x^2 - 2x + 5}{(x-1)^2} dx = \frac{x^2 + f(x)}{x-1} + C$ آنگاه $f(x)$ کدام است؟

$$x - 4 \quad -x - 4 \quad 3x - 2 \quad -3x + 2$$

$$\int \frac{x^2 - 2x + 5}{(x-1)^2} dx = \int \frac{(x-1)^2 + 4}{(x-1)^2} dx = \int \left(1 + \frac{4}{(x-1)^2} \right) dx = \int dx + \int \frac{4 dx}{(x-1)^2} = x + \int 4(x-1)^{-2} dx =$$

$$x + 4 \frac{1}{-2+1} (x-1)^{-2+1} + C = x - \frac{4}{x-1} + C = \frac{x^2 - x - 4}{x-1} + C = \frac{x^2 + f(x)}{x-1} + C \Rightarrow f(x) = -x - 4$$

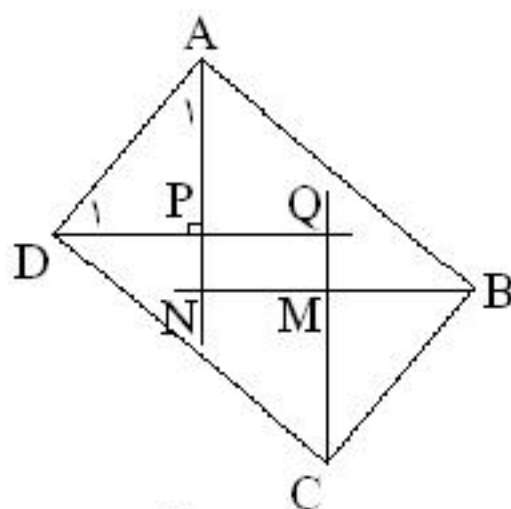
بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۲۷- از برخورد نیمسازهای داخلی کدام نوع چهارضلعی، یک مستطیل ایجاد می شود؟

(۱) محیطی (۲) متوازی الاضلاع (۳) دوزنقه متساوی الساقین (۴) محاطی

سوالات کنکور ۸۰ رشته ریاضی مرکز پیش دانشگاهی امام خمینی (ره) ناحیه ۱ شیراز
 تنظیم کننده سوالات و پاسخنامه مزبان حبیبی اسفند ۸۷ تعداد سوالات ۵۱ سوال
 هرگونه کپی برداری بدون کسب اجازه ممنوع است ۰۹۱۷۶۱۹۳۵۱۱



فرض می‌کنیم از برخورد نیمسازهای زوایای ۴ ضلعی ABCD مستطیل MNPQ ایجاد می‌شود:

$$P = 90^\circ \Rightarrow A_1 + D_1 = 90 \Rightarrow \frac{A}{2} + \frac{D}{2} = 90 \Rightarrow A + D = 180$$

$$\begin{cases} Q = 90 \Rightarrow \frac{D}{2} + \frac{C}{2} = 90 \Rightarrow C + D = 180 \\ B + C = 180 \\ A + B = 180 \end{cases} \text{ به همین ترتیب}$$

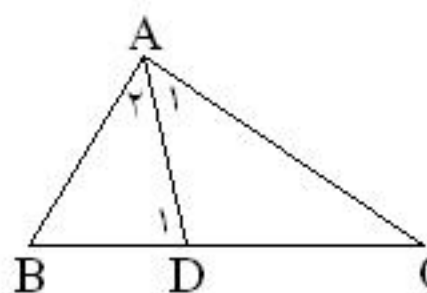
کلی‌ترین چهار ضلعی که مجموع ۲ زاویه مجاور آن برابر ۱۸۰ است متوازی الاضلاع است بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۲ - متوسطه

۲۸- در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱) $BA > BD$ (۲) $DA > DB$ (۳) $AB > AD$ (۴) $DB > DA$

هرگاه AD نیمساز زاویه A باشد داریم:



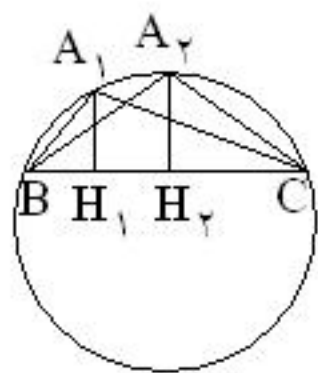
$$\left. \begin{array}{l} D_1 > A_1 \text{ زاویه خارجی} \\ A_1 = A_2 \end{array} \right\} \Rightarrow D_1 > A_2 \Rightarrow AB > BD$$

مطابق فضیه کتاب ضلع روبرو به زاویه بزرگتر، از ضلع روبرو به زاویه کوچکتر، بزرگتر است. بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۲۹- مثلثی با معلومات $a = 4\sqrt{3}$ و $\hat{A} = 120^\circ$ و h_a فابل رسم است. h_a کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳



رأس A متعلق به کمان درخور زاویه 120° نسبت به پاره خط $a = 4\sqrt{3}$ فرار دارد. لازمه اینکه این مثلث فابل رسم باشد اینست که h_a از بزرگترین ارتفاع مثلث در بین تمام مثلثهای موجود بیشتر نباشد. بزرگترین ارتفاع از وسط BC می‌گذرد در این حالت مثلث A_2BC متساوی‌الساقین خواهد بود بنابراین داریم:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{BH_2}{AH_2} = \frac{\frac{a}{2}}{AH_2} = \frac{2\sqrt{3}}{AH_2} \Rightarrow AH_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 2$$

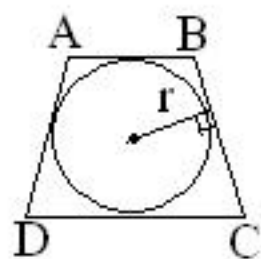
بنابراین هرگاه $h_a > 2$ باشد این مثلث فابل رسم نیست. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۰- یک دوزنقه متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به شعاع $R = 3$ محیط است، اگر مساحت دوزنقه ۴۵ واحد مربع باشد طول ساق آن کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) ۸ (۴) $\frac{8}{5}$

سوالات کنکور ۸۰ رشته ریاضی مرکز پیش دانشگاهی امام خمینی (ره) ناحیه ۱ شیراز
 تنظیم کننده سوالات و پاسخنامه مزبان حبیبی اسفند ۸۷ تعداد سوالات ۵۱ سوال
 هرگونه کپی برداری بدون کسب اجازه ممنوع است ۰۹۱۷۶۱۹۳۵۱۱



یادآوری: در ۴ ضلعی محیطی مجموع دو ضلع روبرو برابر است با مجموع ۲ ضلع دیگر.
 $AB + CD = AD + BC = 2AD \Rightarrow$ محیط دوزنقه $= 4AD$
 $r = \frac{\text{مساحت ۴ ضلعی}}{\text{نصف محیط ۴ ضلعی}} \Rightarrow 3 = \frac{45}{2AD} \Rightarrow AD = 7.5$
 شعاع دایره محیطی: می دانیم

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۱- مختصات نقطه‌ای که تصویر آن تحت تبدیل $T(x, y) = (x - 2y, 2x - y)$ به صورت $(-1, 4)$ باشد، کدام است؟
 (۱) $(-2, 3)$ (۲) $(2, 3)$ (۳) $(3, 2)$ (۴) $(3, -2)$

هرگاه مختصات نقطه را (a, b) اختیار کنیم داریم:

$$T(x, y) = (x - 2y, 2x - y)$$

$$\begin{cases} a - 2b = -1 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۲- کدام گزینه از لغزش شکل مقابل در صفحه حاصل می‌شود؟
 (۱) (۲) (۳) (۴)

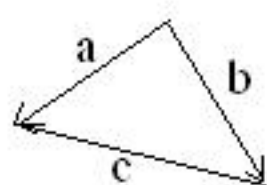
مطابق گزینه‌ها، گزینه ۴ با یک دوران ۱۸۰ از شکل فوق بدست می‌آید بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۳- دو زاویه در فضای سه بعدی برابرند، اگر یک ضلع زاویه اول با یک ضلع زاویه دوم موازی باشد آنگاه دو ضلع دیگر نسبت به هم چه وضعی دارند؟
 (۱) الزاماً موازی (۲) الزاماً عمود (۳) موازی یا عمود (۴) نامشخص

چون ۲ زاویه الزاماً در یک صفحه فرار ندارند لذا اضلاع ۲ زاویه می‌تواند متناظر باشند. بنابراین در مورد ضلع دوم زوایا نمی‌توان نظر مشخصی داد بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۰-۸۱ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۰-۸۱ - متوسطه - پایه سوم - آزمون ۱۰



۳۴- در شکل مقابل اندازه بردارهای a و b و c به ترتیب برابر ۳ و ۵ و ۶ است. حاصل ضرب داخلی دو بردار a و b کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

مطابق شکل داریم:

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{c}|^2 \Rightarrow 9 + 25 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 36 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۰-۸۱ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵

۳۵- فاصله نقطه به مختصات $(2, 1, 1)$ از فصل مشترک دو صفحه به معادلات $x + 2y = 0$ و $2x - y = 0$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 2x \Rightarrow D \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

فصل مشترک ۲ صفحه محور Z ها می‌باشد.

سوالات کنکور ۸۰ رشته ریاضی مرکز پیش دانشگاهی امام خمینی (ره) ناحیه ۱ شیراز
 تنظیم کننده سوالات و پاسخنامه مزبان حبیبی اسفند ۸۷ تعداد سوالات ۵۱ سوال
 هر گونه کپی برداری بدون کسب اجازه ممنوع است ۰۹۱۷۶۱۹۳۵۱۱

می دانیم فاصله نقطه (a, b, c) از محور Z ها برابر است با: $\sqrt{a^2 + b^2}$

بنابراین فاصله نقطه $(1, 1, 2)$ از خط D برابر است با $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۶- صفحه گذرنده از نقطه $(1, -1, 1)$ و عمود بر خط به معادلات $z = t - 1$ و $y = 2t$ و $x = t + 1$ از کدام نقطه زیر می گذرد؟

- (۱) $(0, 0, 0)$ (۲) $(0, 0, 1)$ (۳) $(0, 1, 0)$ (۴) $(1, 0, 0)$

چون صفحه مورد نظر بر خط D عمود است لذا بردار نرمال آن یا بردار \vec{V} موازی است:

$$D \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases}, \vec{V} = (1, 2, 1) \text{ بردار هادی خط}$$

$$P: x + 2y + z = d \Rightarrow d = 0 \Rightarrow P: x + 2y + z = 0$$

مطابق گزینه‌ها نقطه $(0, 0, 0)$ مبدأ مختصات روی صفحه P قرار دارد بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۷- اگر در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه شود به مقدار دترمینان کدام عدد افزوده می شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a+2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = |A| + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = |A| + 40$$

بسط بر حسب سطر دوم

پس ۴۰ واحد اضافه می شود بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۳۸- کدام گزینه زیر مثال نقض دارد؟

- (۱) هر مربع یک لوزی است.
 (۲) هر عدد اول و بزرگتر از ۲ فرد است.
 (۳) هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.
 (۴) توان دوم هر عدد طبیعی بزرگتر از توان سوم آن است.

مثال نقض برای گزینه ۴: $2^3 > 2^2$ بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰ - متوسطه - پایه سوم - آزمون ۱

۳۹- اگر $A_n = [n - 1, n + 1]$ آنگاه مجموعه $\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $\{x: 1 \leq x \leq 5\}$ (۲) $\{x: 0 \leq x \leq 5\}$
 (۳) $\{x: 0 \leq x \leq 5, x \neq 2\}$ (۴) $\{x: 1 \leq x \leq 5, x \neq 2\}$

$$\left. \begin{aligned} \bigcup_{n=1}^4 A_n &= [0, 2] \cup [1, 3] \cup [2, 4] \cup [3, 5] = [0, 5] \quad (\text{I}) \\ \bigcap_{n=1}^4 A_n &= [0, 2] \cap [1, 3] \cap [2, 4] \cap [3, 5] = \emptyset \quad (\text{II}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\text{I}) - (\text{II}) = (\text{I})$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۰- در رابطه هم‌ارزی $R = \{x, y \mid x, y \in Z, \forall \nu \mid x - y = \nu k, k \in Z\}$ با کدام عدد داده شده در یک کلاس هم‌ارزی فرار دارند؟

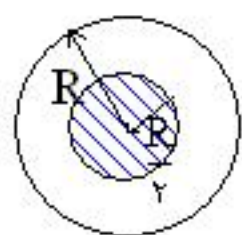
- ۹۵ (۱) ۹۶ (۲) ۹۷ (۳) ۹۸ (۴)

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید تفاضل عدد ۳۹ با گزینه‌ی مطلوب، مضربی از ۷ باشد.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۱- دایره‌ای را در نظر می‌گیریم، نقطه‌ای به طور تصادفی بر روی سطح آن انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه این نقطه به مرکز آن نزدیکتر تا محیط دایره باشد، کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{2\pi}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4\pi}$ (۴)



$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \pi R^2 \\ n(A_{\text{هاشور}}) &= \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۲- سه عدد تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم با کدام احتمال اعداد رو شده مضرب ۳ نیستند؟

- $\frac{1}{27}$ (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{19}{27}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

تذکر: فضای نمونه پرتاب n تاس برابر 6^n می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= 6^3 \\ n(A) &= \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{هیچکدام از تاسها مضرب ۳ نباشند}} = 4^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{4^3}{6^3} = \frac{1}{27}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۳- اگر A ماتریس مجاورت گراف G از مرتبه ۴ باشد، حاصلضرب درایه فطری ماتریس A^2 کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- ۳ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴)

اگر A ماتریس مجاورت باشد، درایه‌های فطر اصلی ماتریس A^2 درجه رنوس گراف است، که مجموع درجه رنوس باید زوج باشد.

زوج $3 = 3 \times 1 \times 1 \times 1 \Rightarrow 3 + 1 + 1 + 1 = 6$
 زوج $12 = 1 \times 2 \times 3 \times 2 \Rightarrow 1 + 2 + 3 + 2 = 8$
 غ ق ق فرد $18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3 \Rightarrow 1 + 2 + 3 + 3 = 9$
 زوج $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \Rightarrow 2 + 2 + 3 + 3 = 10$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۴- گرافی که دنباله درجه رأسهایش $11, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3$ می باشد، چگونه است؟

- (۱) قطعاً دارای دور (۲) درخت (۳) همبند (۴) ناهمبند

دارای دور نمی تواند باشد، چون در گراف کامل دارای دور حداقل درجه رنوس، ۲ می باشد.

$$\sum \deg(V_i) = 2q \Rightarrow \sum \deg(V_i) = 12 = 2q \Rightarrow q = 6$$

از طرفی چون گراف ۸ رأس دارد و در درخت تعداد یالها از رنوس یکی کمتر است نمی تواند درخت باشد از طرفی گرافی همبند است که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر باشد و چون تعداد رنوس با درجه ۱ فرد می باشد، پس نمی توان بین هر دو رأس یک مسیر داشت پس گراف ناهمبند است. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۵- عدد شش رقمی $\overline{5avb24}$ بر عدد ۴۴ تقسیم پذیر است، بافیمانده تقسیم آن عدد بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

می دانیم عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد به همین خاطر عدد مذکور بر ۴ بخش پذیر است پس باید بخش پذیری آن را بر ۱۱ بررسی کنیم:

$$A = \overline{5avb24} = 5 \times 10^5 + a \times 10^4 + v \times 10^3 + b \times 10^2 + 2 \times 10 + 4$$

$$10 \equiv -1 \Rightarrow \begin{cases} 10^{2k} \equiv 1 \\ 10^{2k+1} \equiv -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A \equiv -5 + a - v + b - 2 + 4 \equiv a + b - 10 \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b \equiv 10 \\ a \text{ و } b \text{ یک رقمی} \end{cases}$$

$$10 \equiv 1 \Rightarrow 10^n \equiv 1$$

$$A \equiv 5 + a + v + b + 2 + 4 = a + b + 18 \equiv a + b = 10 \equiv 1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۶- اگر عدد طبیعی n مضرب ۷ نباشد، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $n^2 + 9n + 21$ و $n + 7$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

$$(n + 7, n^2 + 9n + 21) = d \Rightarrow (n + 7, (n + 7)(n + 2) + 7) = d$$

از طرفی اگر $(a, b) = d$ آنگاه: $d \mid rs + sb$ پس:

$$d \mid r(n + 7) + s[(n + 7)(n + 2) + 7] \xrightarrow{s=1, r=-(n+2)} d \mid 7 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \text{ ق ق} \\ d = 7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

چون n مضرب ۷ نیست پس $n + 7$ نمی تواند مضرب ۷ باشد \Rightarrow

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

هرگونه کپی برداری بدون کسب اجازه ممنوع است ۰۹۱۷۶۱۹۳۵۱۱

۴۷- معادله سیاله خطی $15x + 14y = 1050$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$$14y = 1050 - 15x \Rightarrow y = \frac{1050 - 15x}{14} = 75 - x - \frac{x}{14} \Rightarrow \begin{cases} x = 14k \\ y = 75 - 15k \end{cases}$$

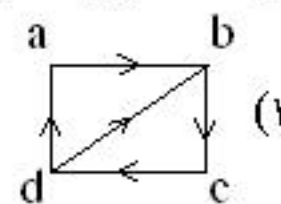
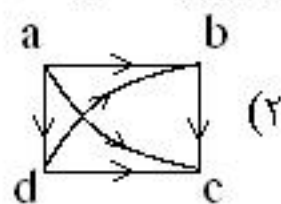
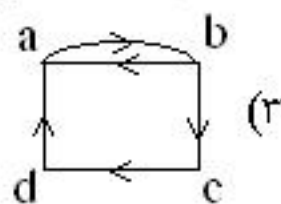
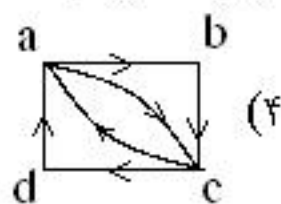
$$\Rightarrow \begin{cases} k = 1 \Rightarrow x = 14 \Rightarrow y = 60 \\ k = 2 \Rightarrow x = 28 \Rightarrow y = 45 \\ k = 3 \Rightarrow x = 42 \Rightarrow y = 30 \\ k = 4 \Rightarrow x = 56 \Rightarrow y = 15 \\ k = 5 \Rightarrow x = 70 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

غ ق ق ق

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۸- رابطه متناظر به کدام گراف زیر روی مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ ، ترایی است ولی متقارن نیست؟



با توجه به گرافها هیچکدام متقارن نیست ولی در گزینه ۲ رابطه ترایی است.

$$\begin{cases} (a, b) \wedge (b, c) \Rightarrow (a, c) \\ (a, d) \wedge (d, c) \Rightarrow (a, c) \\ (d, b) \wedge (b, c) \Rightarrow (d, c) \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۴۹- چند دسته ۳ تایی گل از ۵ نوع گل مختلف می توان ساخت؟ (تکرار مجاز است.)

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۵ (۴) ۴۲

نکته: k نوع گل مختلف را اگر بخواهیم در n دسته فرار دهیم، تعداد دستهها برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{n} = \binom{n+k-1}{k-1}$$

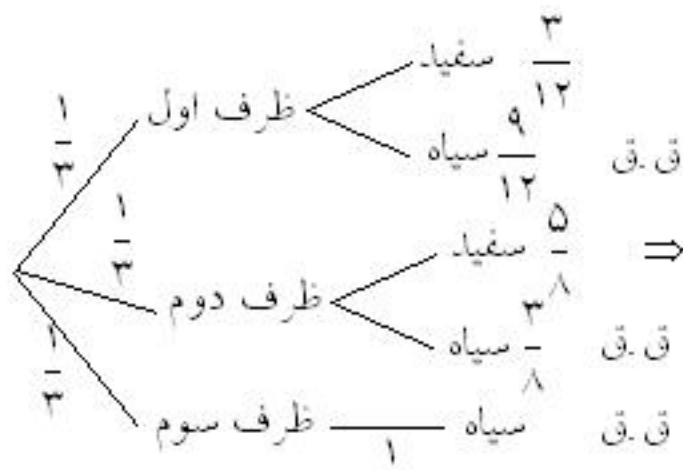
بنابراین $\binom{5+3-1}{3} = \binom{7}{3} = 35$ در نتیجه گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سراسری - ریاضی - ۸۰ و سنجش علمی آزمون بار - ۸۱-۸۰- متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۵

۵۰- در اولین ظرف از سه ظرف همانند ۳ مهره سفید و ۹ مهره سیاه و در دومین ظرف ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف سوم فقط مهره سیاه داریم. با چشم بسته از یکی از ظرفها یک مهره بیرون می آوریم، احتمال اینکه این مهره سیاه باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{16}$ (۲) $\frac{17}{24}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

انتخاب هر ظرف به احتمال $\frac{1}{3}$ صورت می گیرد و سپس احتمال وقوع مهره سیاه را در هر ظرف محاسبه می کنیم:



$$\Rightarrow \text{احتمال سیاه بودن} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{12} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \left[\frac{18 + 9 + 24}{24} \right] = \frac{17}{24}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تذکر: در نمودار درختی احتمال وقوع هر مسیر برابر است با حاصلضرب احتمالاتی روی مسیر.

سراسری - ریاضی - ۸۰

۵۱- یک تاس سفید و یک تاس آبی را با هم پرتاب می‌کنیم با کدام احتمال مجموع دو عدد ظاهر شده برابر ۵ است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

$$n(S) = 6^2 = 36$$

تذکر: فضای نمونه پرتاب n تاس برابر است با 6^n

$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

سراسری - انسانی - ۸۰ و سراسری - ریاضی - ۸۰