



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی مهندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

حزردار ۱۳۹۹

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ m-1 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است.</p> <p>ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $A = 5$ باشد آنگاه $\frac{1}{3}A$ برابر است.</p> <p>پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر است.</p> <p>ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>	۱
---	---	---

الف) $m = 1$ (0/25)

ب) $\frac{5}{8}$ (0/25)

پ) $\frac{1}{2}$ (0/25)

ت) نقطه (0/25)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مهذبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱	۲
	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}$، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.</p> <p>ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>پ) هرگاه صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.</p> <p>ت) رابطه $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$ معادله یک دایره است.</p>

ت) نادرست (0/25)

پ) درست (0/25)

ب) درست (0/25)

الف) نادرست (0/25)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۵	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند مقدار $x+y+z$ را بیابید.	۳
-----	--	---

$$\begin{cases} x-1 = y+1 \\ x-2 = 8 \\ z+1 = 4 \end{cases} \xrightarrow{(-/5)} \underbrace{x=10}_{(-/25)}, \underbrace{y=8}_{(-/25)}, \underbrace{z=3}_{(-/25)} \Rightarrow x+y+z=21 \quad (-/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱/۲۵	معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ را حل کنید	۴
------	---	---

$$\begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix}}_{(-/5)} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3x-21 \end{bmatrix}}_{(-/5)} = 0 \Rightarrow x = 7 \quad (./25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشند حاصل $ A + B^T $ را بیابید.	۵
-----	--	---

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20 \quad (0/5) \quad , \quad |B| = -6 \quad (0/5) \rightarrow |B^T| = 36 \quad (0/25)$$

$$|A| + |B^T| = 56 \quad (0/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۲	$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ اگر $A^2 = mA + nI_2$ باشد مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد. I_2 ماتریس همانی است.	۶
---	---	---

$$\left. \begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (./\ 5) \\ mA + nI &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix}}_{(./\ 25)} + \underbrace{\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}}_{(./\ 5)} = \underbrace{\begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix}}_{(./\ 25)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underbrace{n = 8}_{(./\ 25)}, \underbrace{m = 1}_{(./\ 25)}$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱/۲۵	معادله دایره ای را بنویسید که $O(۳, ۱)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله $۴x + ۳y + ۵ = ۰$ مماس باشد.	۷
------	---	---

$$r = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|۱۲ + ۳ + ۵|}{\sqrt{۱۶ + ۹}} = ۴, \quad (x - ۳)^2 + (y - ۱)^2 = ۱۶ \quad (۰/۵)$$

(۰/۲۵) (۰/۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۲۵	وضعیت خط $x - y - 1 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۸
------	---	---

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2 \rightarrow O(1, -2), r = \sqrt{2} \quad (0/5)$$

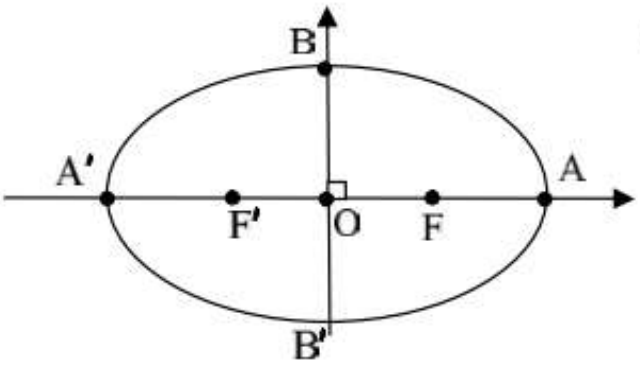
$$d = \frac{|1+2-1|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (0/5)$$

$r = d \Leftrightarrow$ خط بر دایره مماس است. (0/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد این جزوه بدون کسب اجازه موزع است.

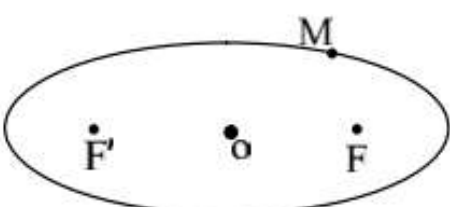
۱/۲۵	 <p>مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای X و Y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است، طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.</p>	۹
------	---	---

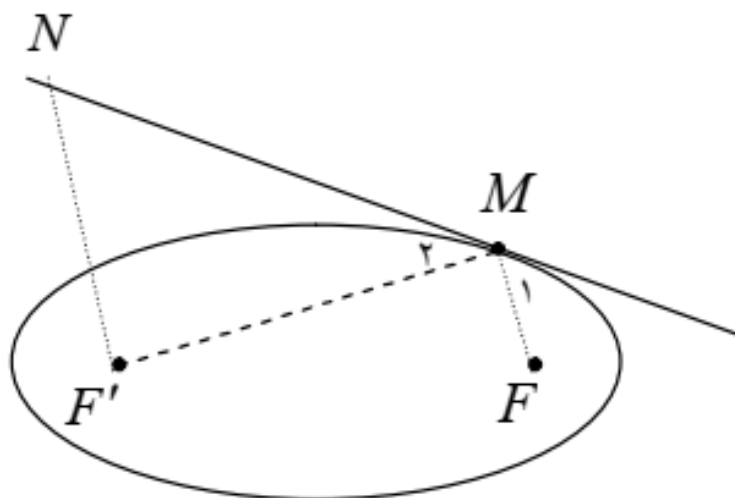
$$OF = c = 4, \quad OA = a = 8 \xrightarrow{(\cdot/5)} b^2 = a^2 - c^2 = \underbrace{64 - 16}_{(\cdot/25)} = 48 \rightarrow \underbrace{b = 4\sqrt{3}}_{(\cdot/25)} \rightarrow 2b = 8\sqrt{3} \quad (\cdot/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱		<p>۱۰ در شکل مقابل نقطه M روی بیضی و کانون های F و F' مشخص شده اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی عماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$</p>
---	---	--



مجموع $MF + MF'$ کم ترین مقدار است بنا به خاصیت

کوتاه ترین مسیر، زاویه های $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ (۰/۲۵)

از طرفی: $MF \parallel NF'$ و d مورب، در نتیجه $\hat{N} = \hat{M}_1$ (۰/۲۵)

نتیجه می شود $\hat{N} = \hat{M}_2$ (۰/۲۵)

مثلث MNF' متساوی الساقین است.

یعنی $MF' = NF'$ (۰/۲۵).



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱۱	مختصات کانون، رأس و معادله خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 6y + 16x + 25 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۷۵
----	--	------

فرم استاندارد سهمی به صورت $(y - 3)^2 = -16(x + 1)$ است. $(0/5)$ سهمی افقی و دهانه سهمی به سمت چپ باز می شود. $(0/25)$ رأس سهمی نقطه $A(-1, 3)$ است. $(0/25)$ و $a = 4$ مختصات کانون آن نقطه $F(-a + h, k) = (-5, 3)$ است. $(0/25)$ معادله خط هادی سهمی به صورت $x = a + h = 3$ است. $(0/25)$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۷/۲۵	معادله سهمی را بنویسید که رأس $A(۴, ۶)$ و $y = ۳$ معادله خط هادی آن باشد.	۱۲
------	---	----

با توجه به جایگاه رأس و خط هادی، سهمی قائم و دهانه سهمی رو به بالا است $(۰/۵)$ و $a = ۳$ $(۰/۲۵)$
فرم استاندارد سهمی به صورت: $(۰/۵) \quad (x - h)^2 = 4a(y - k) \Rightarrow (x - 4)^2 = 12(y - 6)$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۲	<p>(الف) به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات</p> $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$ <p>فاقد جواب است؟</p> <p>(ب) دستگاه معادلات</p> $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$ <p>را با استفاده از A^{-1} حل کنید</p>	۱۳
---	---	----

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} 6 + 2m = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} m = -3 \quad (\cdot/25)$$

(الف)

(ب)

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \xrightarrow{(\cdot/25)} A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (\cdot/25)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \underbrace{\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}_{(\cdot/25)} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}}_{(\cdot/25)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow x = 1, y = -1 \quad (\cdot/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۳	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$ مماس داخل باشد.	۱۴
---	---	----

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4 \rightarrow O'(4, -2), \quad r' = 2 \quad (0/5)$$

$$OO' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \quad (0/25)$$

$$|r - r'| = OO' \xrightarrow{(0/25)} |r - 2| = 5 \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} r = 7 & (0/25) \\ r = -3 & (0/25) \end{cases} \text{ غ ق ق} \rightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 49 \quad (0/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر زبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۲	<p>الف) نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ در فضای \mathbb{R}^3 چه شکلی است؟ و چه ارتباطی با نمودار $x = 0$ دارد؟</p> <p>ب) اگر $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ باشد اندازه بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را به دست آورید.</p>	۱۵
---	---	----

الف) محور y ها است. $(0/5)$ معادله $x = 0$ معادله صفحه yz که شامل محور y ها است. $(0/5)$

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (2, -1, 3) + \underbrace{2(1, 2, 0)}_{(0/25)} = (4, 3, 3) \quad (0/25) \quad \text{ب)}$$

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{16 + 9 + 9} = \sqrt{34} \quad (0/5)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۲	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید. ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} پیدا کنید.	۱۶
---	---	----

(الف)

$$\underbrace{\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}}_{(-/۲۵)} = \frac{۳}{\underbrace{۳\sqrt{۲}}_{(-/۵)}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad (./۲۵) \rightarrow \theta = \frac{\pi}{۴} \quad (./۲۵)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \underbrace{(۲, -۱, ۲) \times (۱, -۱, ۰)}_{(-/۲۵)} = (۲, ۲, -۱) \quad (./۲۵)$$

(ب)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

شهریور ۱۳۹۹

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید . الف) اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر است. ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن را یک ماتریس می نامیم . پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در بیضی است. ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از خواهد گذشت.	۱
---	--	---

ب) اسکالر $(+ / 25)$

الف) -6 $(+ / 25)$

ت) کانون سهمی $(+ / 25)$

پ) بیرون $(+ / 25)$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد. ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $ A = 2$ باشد آنگاه $ 2A = 16$ است. پ) مکان هندسی مرکز همه دایره هایی با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج اند، دایره $C'(O, 2r)$ است. ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می شود.	۲
---	---	---

الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۷۵	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل $ A + B $ را محاسبه کنید.	۳
------	--	---

$$\begin{cases} m-2=0 \rightarrow m=2 \quad (./\ 25) \\ n+1=0 \rightarrow n=-1 \quad (./\ 25) \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-./\ 25)} |B| = 2(-1) - 1(2) + 1(-2) = -11 \quad (./\ 5) \quad , \quad |A| = 2 \quad (./\ 25)$$

$$|A| + |B| = 2 + (-11) = -9 \quad (./\ 25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۲۵	۴ الف) اگر $A = \begin{bmatrix} A & ۸ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $ A $ را بیابید. ب) ماتریس وارون A را حساب کنید.
------	---

$$|A| = ۵ |A| - ۲۴ \xrightarrow{(-/۵)} |A| = ۶ \quad (۰./۲۵)$$

(الف)

$$A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{۶}_{(-/۵)}} \begin{bmatrix} ۵ & -۸ \\ -۳ & ۶ \end{bmatrix}$$

ب) ماتریس A وارون پذیر است و وارون آن برابر است با:



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۲۵	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ مقدار x را بیابید.	۵
------	---	---

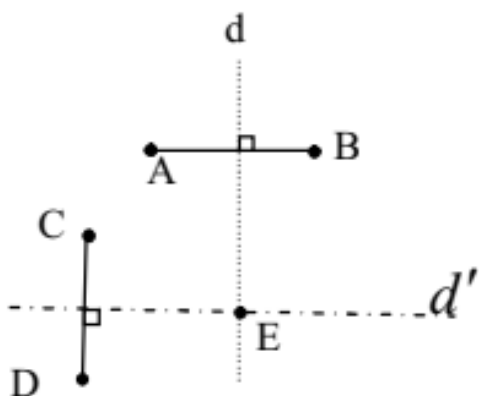
$$\begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 2+x & 4+2x \end{bmatrix}}_{(0/5)} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+2x & 4+2x \end{bmatrix}}_{(0/5)} = 0 \rightarrow x = -2 \quad (0/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۶	نقاط A، B، C و D در صفحه مفروض اند، نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).
---	--



مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است این خط را d می نامیم (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C و D به یک فاصله باشد، عمود منصف پاره خط CD است این خط را d' می نامیم (۰/۲۵)

بنابراین نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است. (نقطه E) (۰/۲۵)

اگر خطوط d و d' متقاطع باشند مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵)

اگر خطوط d و d' منطبق باشند مسئله بی شمار جواب دارد. (۰/۲۵)

اگر خطوط d و d' موازی باشند مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

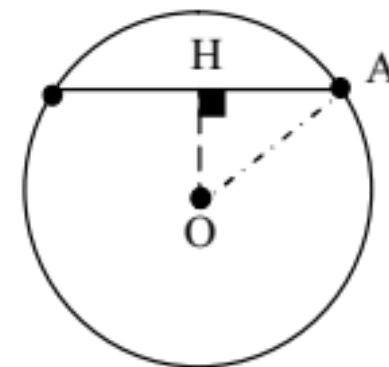
استاد از این جزوه بدون کسب اجازه ممنوع است.

۷	معادله دایره ای را بنویسید که $O(-1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط $2x + y = 2$ وترى به طول ۴ ایجاد کند.	۱/۲۵
---	---	------

$$OH = \frac{|2(-1) + 1(-1) - 2|}{\underbrace{\sqrt{2^2 + 1^2}}_{(0/25)}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad (0/25)$$

$$\Delta AOH (H = 90^\circ): OH^2 + AH^2 = OA^2 \longrightarrow (\sqrt{5})^2 + 2^2 = r^2 \quad (0/25)$$

$$r = 3 \quad (0/25) \longrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9 \quad (0/25)$$





جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱	وضعیت نقطه $A(1, -2)$ نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ را تعیین کنید.	۸
---	--	---

مرکز و شعاع دایره را به دست می آوریم

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \rightarrow o(1, -1) , r = \sqrt{2} \quad (0/5)$$

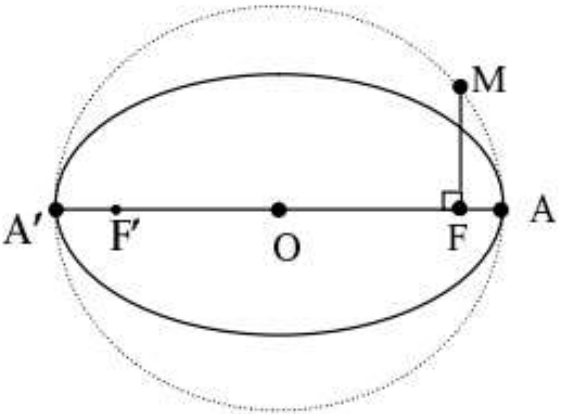
$$OA = 1 \quad (0/25) \rightarrow OA < r$$

نقطه داخل دایره قرار دارد. (0/25)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱		۹
---	---	---

قطر دایره C مانند شکل، قطر بزرگ بیضی است
 واز کانون F عمودی بر AA' رسم کرده ایم تا
 دایره را در نقطه ای مانند M قطع کند.
 ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.

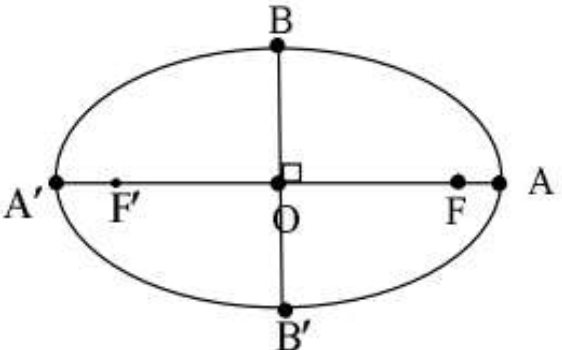
$$OM = OA = a \quad (۰ / ۲۵)$$

$$\triangle OMF : OF^2 + MF^2 = OM^2 \xrightarrow{(۰ / ۲۵)} c^2 + MF^2 = a^2 \xrightarrow{(۰ / ۲۵)} MF = b \quad (۰ / ۲۵)$$



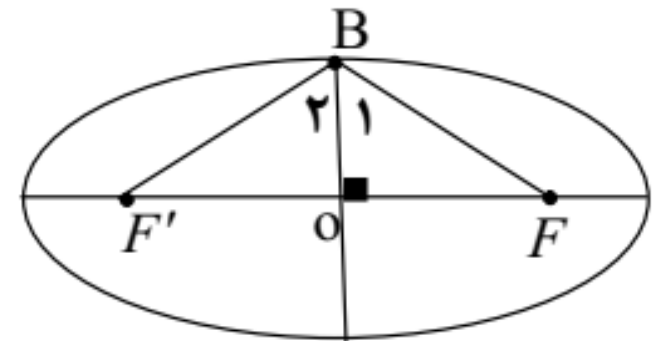
جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه ممنوع است.

۱/۵	 <p data-bbox="1108 335 1971 470">در بیضی مقابل طول قطر بزرگ $\sqrt{2}$ برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه $\widehat{F'BF}$ چند درجه است؟</p>	۱۰
-----	--	----

$$2a = \sqrt{2} (2b) \rightarrow a = b\sqrt{2} \xrightarrow{(\cdot/25)} \underbrace{\cos B_1}_{(\cdot/25)} = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{\underbrace{b\sqrt{2}}_{(\cdot/25)}} = \frac{1}{\underbrace{\sqrt{2}}_{(\cdot/25)}} \rightarrow B_1 = 45^\circ (\cdot/25)$$

$$\widehat{F'BF} = 2 \times 45 = 90^\circ (\cdot/25)$$





جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه ممنوع است.

۱	اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله کانون تا مرکز آن برابر ۵ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱۱
---	--	----

$$2b = 24, \quad b = \underbrace{12}_{(0/25)}, \quad c = 5 \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} a^2 = \underbrace{12^2}_{(0/25)} + 5^2 \rightarrow a = 13(0/25), \quad \frac{c}{a} = \frac{5}{13}(0/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۲/۵	<p>الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی $x^2 - 4y + 8x = 0$ را به دست آورید، ب) نمودار سهمی را با استفاده از نقاط کمکی رسم کنید.</p>	۱۲
-----	--	----

الف) فرم استاندارد سهمی به صورت $(x + 4)^2 = 4(y + 4)$ است (۰/۵)

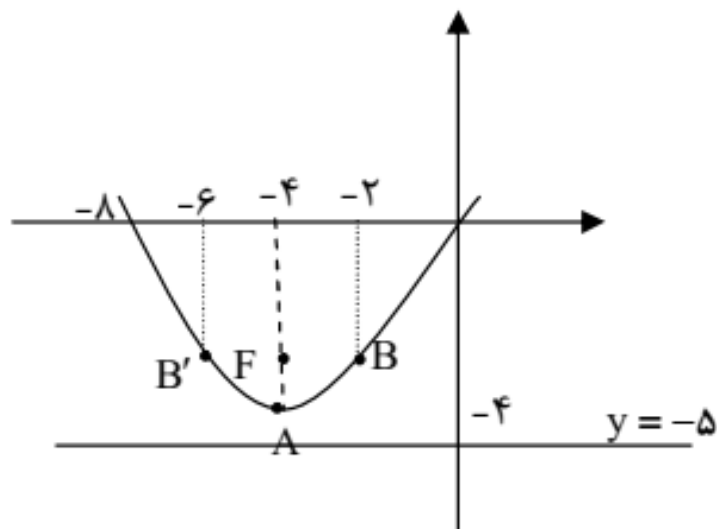
سهمی قائم و دهانه آن رو به بالا باز می شود. (۰/۲۵) رأس سهمی نقطه $A(-4, -4)$ است (۰/۲۵) $a = 1$ و (۰/۲۵) $a = 1$.

مختصات کانون آن نقطه $F(-4, -4 + 1) = (-4, -3)$ است (۰/۲۵). معادله خط هادی سهمی به صورت

$$y = -4 - 1 = -5 \text{ است (۰/۲۵).}$$

ب) نقاط کمکی $B(-2, -3)$ و $B'(-6, -3)$ (۰/۵)

رسم سهمی با استفاده از نقاط کمکی (۰/۲۵)





جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۲	<p>الف) حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد باشد.</p> <p>ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای $m = 2$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.</p>	۱۳
---	--	----

$$\frac{2m}{2} \neq \frac{3}{-1} \rightarrow m \neq -3 \quad (0/25)$$

(الف)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = -10 \neq 0, \quad (0/25), \quad A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \quad (0/25)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}}_{(0/25)} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad (0/5)$$

(ب)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۲	سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره ای رسم می کنیم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱۴
---	--	----

$$y^2 = 4(x - 1) \rightarrow S(1, 0) \quad (0 / 25) \quad , \quad F(2, 0) \quad (0 / 25)$$

$$(x - 2)^2 + y^2 = 9 \quad (0 / 25) \quad , \quad \begin{cases} y^2 = 4x - 4 \\ y^2 = -x^2 + 4x + 5 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} x = 3 \quad (0 / 25) & \text{ق ق} \\ x = -3 \quad (0 / 25) & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$M(3, 2\sqrt{2}) \quad , \quad M'(3, -2\sqrt{2}) \quad (0 / 5)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۲	دو بردار $\vec{a} = (3, -2, 1)$ ، $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود). ب) طول بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را حساب کنید. پ) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} را پیدا کنید.	۱۵
---	--	----

الف) بردار \vec{a} در ناحیه چهارم (۰/۵)

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (3, -2, 1) + 2(-2, 1, -1) = (-1, 0, -1) \quad (۰/۵)$$

ب)

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$$

پ) ضرب خارجی دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر آنها عمود است (۰/۲۵)

$$\vec{a} \times \vec{b} = (1, 1, -1) \quad (۰/۵)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۲	<p>بردارهای $\vec{a} = (-2, 0, 2)$ و $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید.</p> <p>ب) تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را بر امتداد بردار \vec{b} به دست آورید.</p>	۱۶
---	--	----

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2, 0, 2) \cdot (0, 2, 2) = 4 \quad (0/25) \quad |\vec{a}| = |\vec{b}| = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \rightarrow \theta = 60^\circ \quad (0/25) \quad \text{الف)}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (-2, 0, 2) + (0, 2, 2) = (-2, 2, 4) \quad (0/25)$$

$$(\vec{a} + \vec{b})' = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{12}{8} (0, 2, 2) = (0, 3, 3) \quad \text{ب)}$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱۴۹۹

دی

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>الف) حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی</p> <p>ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (l) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک خواهد بود..</p> <p>پ) راس سهمی به معادله $y^2 + 2x - 2y = 0$ نقطه به مختصات است.</p> <p>ت) حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} که با هم موازی هستند، برابر بردار است.</p>	۱
---	--	---

الف) ندارد (۰/۲۵) ب) بیضی (۰/۲۵) پ) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۰/۲۵) ت) صفر (۰/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هئنده سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاده از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر برای ماتریس های متمایز A, B و C داشته باشیم، $AB=AC$ ، آنگاه لزوماً $B=C$ است ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d, d' به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می باشد. پ) نقطه $(-2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد. ت) برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ است.	۲
---	--	---

الف) نادرست (+/۲۵) ب) درست (+/۲۵) پ) نادرست (+/۲۵) ت) درست (+/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۰/۷۵	$a_{ij} = \begin{cases} i - j & i < j \\ 2 & i = j \\ i + j & i > j \end{cases}$ باشد، درآیه های a_{12}, a_{31}, a_{33} را	۳
		به دست آورید.

$$a_{33} = 2(0/25), a_{31} = 3 + 1 = 4(0/25), a_{12} = 1 - 2 = -1(0/25)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱	مقادیر x و y را از معادله زیر به دست آورید.	۴
	$[x \quad 2] \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = [4 \quad y-2]$	

$$\underbrace{[2x \quad 4x-2]}_{\cdot/5} = [4 \quad y-2] \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 (\cdot/25) \\ 4x - 2 = y - 2 \Rightarrow y = 8 (\cdot/25) \end{cases}$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۵
---	---	---

$$A \times B = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 + 3a & -8 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix}}_{\cdot / 5} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 (\cdot / 25) \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 (\cdot / 25) \end{cases}$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱/۵	دستگاه مقابل را با استفاده از A^{-1} حل کنید.	۶
	$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} (\cdot / 25), \quad |A| = 3 + 10 = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} (\cdot / 25), \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{\cdot / 25} = A^{-1} \times B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 + 40 \\ 2 + 24 \end{bmatrix}}_{(\cdot / 25)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2 (\cdot / 5)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و I_3 ماتریس همانی 3×3 باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	۷
	$ A \times B + 2I_3 =$	

$$|A| = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4 \quad (0/25), |B| = -6 \quad (0/25)$$

$$|A \times B| + |2I_3| = \underbrace{|A| \times |B|}_{0/5} + \underbrace{8|I|}_{0/25} = -24 + 8 = -16$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

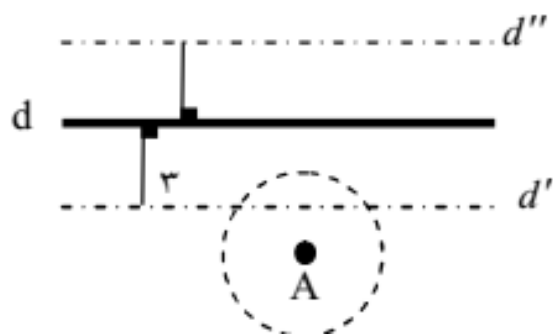
۱/۵	نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای را بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. بحث کنید.	۸
-----	--	---

مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می کنیم (۰/۲۵) نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد دو خط d' ، d'' در طرفین خط d و به موازات d است این دو خط را رسم می کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو خط d' ، d'' با دایره مطابق شکل جواب مساله است.

اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند مساله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵)

اگر یکی از دو خط d' یا d'' بردایره مماس باشد مساله ۱ جواب دارد. (۰/۲۵)

اگر هیچ یک از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مساله جواب ندارد. (۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱/۲۵	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۹
------	---	---

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \quad (0/25) \\ y = -1 \quad (0/25) \end{cases}, r = \frac{|4(2) + 3(-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (0/5)$$

مرکز دایره $O(2, -1)$ و شعاع آن برابر $r = 2$ است. معادله دایره برابر با: $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ (0/25) است.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۲	وضعیت دو دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ و $(x-1)^2 + y^2 = 1$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱۰
---	---	----

مرکز و شعاع دایره $(x-1)^2 + y^2 = 1$ برابر است با: $O = (1, 0), r = 1$ (۵/۰)

و مرکز و شعاع دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ برابر $O' = (0, 1), r' = 1$ (۵/۰)

فاصله دو مرکز برابر $OO' = \sqrt{2}$ (۲۵/۰) و $r - r' = 0$ و $r + r' = 2$ (۲۵/۰)

$$(۲۵/۰) \quad |r - r'| < OO' < r + r'$$

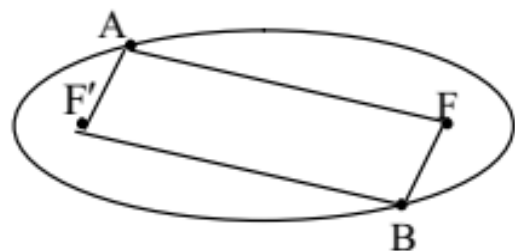
بنابراین دو دایره متقاطع اند (۲۵/۰)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی مهندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱	 <p>دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانون های بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند.</p>	۱۱
---	---	----



نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم

نقطه A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی (۱) $AF + AF' = 2a$ (۰/۲۵)

نقطه B روی بیضی قرار دارد (۲) $BF + BF' = 2a$ (۰/۲۵)

از (۱) و (۲) و فرض ($AF' = BF$) نتیجه می شود (۰/۲۵) $AF = BF'$

بنابراین چهارضلعی $AFBF'$ یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو موازی اند. $AF \parallel BF'$

(۰/۲۵)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۲۵	معادله سهمی را بنویسید که رأس $A(1, 2)$ و $F(1, -2)$ کانون آن باشد، و سپس معادله خط هادی آن را بیابید.	۱۲
------	--	----

با توجه به جایگاه رأس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت :

$$\text{سهمی رو به پایین و } \underbrace{a = 4}_{\cdot/۲۵}$$

$$\text{معادله سهمی : } \underbrace{(x - 1)^2 = -16(y - 2)}_{\cdot/۵}$$

معادله خط هادی :

$$\underbrace{y = 6}_{\cdot/۵}$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هئنده سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاده از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱	$\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضا در نظر می گیریم. کدام ها روی خط قرار دارند؟ چرا؟	۱۳
---	---	----

نقاط A, B (۵ / ۰) زیرا در این دو نقطه $y = 2$ و $z = 1$ می باشد. (۵ / ۰)



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

۱/۵	دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱۴
-----	---	----

الف) بردار \vec{a} در ناحیه ۵ واقع است. (۵ / ۰)

$$\underbrace{2\vec{a} - \vec{b}}_{\cdot/۵} = (2, 2, -1) \Rightarrow \underbrace{|2\vec{a} - \vec{b}|}_{\cdot/۵} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{ب)}$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه \vec{a} و \vec{b} بر هم عمودند.	۱۵
---	--	----

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \underbrace{|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta}_{\neq 0} = 0 \Rightarrow \underbrace{\cos \theta}_{\neq 0} = 0 \Rightarrow \underbrace{\theta}_{\neq 0} = \frac{\pi}{2}$$

$|\vec{a}|, |\vec{b}| \neq 0$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} بیابید.	۱۶
---	--	----

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{2 + 1 + 0}{1 + 1 + 0} (1, -1, 0) = \frac{3}{2} (1, -1, 0)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

۱	مساحت متوازی الاضلاعی رابه دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می آید.	۱۷
---	---	----

$$\vec{a} \times \vec{b} = (3, 2, 1) \times (2, 0, 1) = (2, -1, -4) \quad (0/5)$$

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21} \quad (0/5)$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

سوالات باینری و کوتاه پاسخ

1. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر است.

ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن را یک ماتریس می نامند.

پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در بیضی است.

ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از خواهد گذشت.

2. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \frac{2i}{j+1}$ ، درایه واقع در سطر سوم و ستون دوم است.

ب. اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه $|-A|$ برابر است با

3. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی مهندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد عزیز این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

الف) شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد آن است که دترمینان ماتریس A باشد.
ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.
پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک می شود.
ت) حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} که بر هم عمود هستند، برابر است.

4. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف. ماتریس قطری را که درایه های روی قطر اصلی آن برابر باشند، ماتریس می نامیم.
ب. حاصل ضرب ماتریس ها، خاصیت جابه جای

5. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد.
ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 2$ باشد آنگاه $|2A| = 16$ است.
پ) مکان هندسی مرکز همه دایره هایی با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج اند، دایره $C'(O, 2r)$ است.
ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می شود..

6. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف. در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از رأس آن عبور نکند، مشترک فصل حاصل یک دایره خواهد بود.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاده از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

ب. اگر دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه، ناصفر باشد، دستگاه جواب ندارد.

7. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف. هر ماتریس اسکالر، یک ماتریس قطری است.

ب. معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ یک دایره است اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 < 4c$.

ج. اگر خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد آنگاه بیضی به یک پاره خط تبدیل می شود.

8. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف) اگر برای ماتریس های متمایز A ، B و C داشته باشیم، $AB=AC$ ، آنگاه لزوماً $B=C$ است.

ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یک دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک بیضی خواهد بود.

پ) نقطه $A(2, -3, 0)$ روی صفحه xoy قرار دارد.

9. پاسخ کوتاه

الف. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $|A^3|$ کدام است؟

ب. مکان هندسی نقطه ای که از یک خط و یک نقطه غیر واقع بر آن، کدام است؟



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هئنده سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاده از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

10. پاسخ کوتاه

الف. معادله $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ معادله کدام محور است؟

ب. معادله $x=0$ معادله کدام صفحه است؟

ج. نقطه A به طول 2 روی محور طولها قرار دارد و $B(-4, 6, -3)$. مختصات نقطه وسط AB را

بنویسید.

11. درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف. مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله باشند، نیمساز زاویه بین دو خط است.

ب. صفحه ای با محور مخروط دوازی موازی است و از راس آن عبور نمی کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک بیضی است.

ج. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه مجموع درایه های سطر سوم A^3 برابر 5 است.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی مهندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

سوالات فصل اول

12. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ آنگاه a, b را چنان بیابید که

$$A^2 - B = \bar{0}$$

دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروضه اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد: حاصل

$|A| + |B|$ را محاسبه کنید.

13. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ آنگاه a, b را چنان بیابید که $A^2 - B = \bar{0}$

14. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $|A^3|$ را به دست آورید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

15. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1, i > j \\ i - j, i = j \\ j - i, i < j \end{cases}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ تعریف شود،

الف. حاصل $A.B$ را بیابید. ب. دترمینان ماتریس B را بیابید.

16. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i.j, i > j \\ i^2, i = j \\ 2i - j, i < j \end{cases}$ تعریف شود، ماتریس $2A - 3I$ را به دست آورید.

17. اگر A ماتریس 3×3 بوده و $|A| = -2$ باشد، حاصل $|A.A|$ را بیابید.

18. از معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ مقدار x را بیابید.

19. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ دترمینان $B.A$ را بیابید.

20. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ حاصل A^7 را بیابید.

21. اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ حاصل $(x+y+z)$ را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

22. اگر ضرب دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ خاصیت جابه جایی داشته باشد، حاصل

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix} \cdot [x \ 2 \ -y] \text{ را بیابید.}$$

23. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$ ، $b_{ij} = i + j$ آنگاه $A^2 + B^2 + A \cdot B$ را بیابید.

24. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^2 + A \cdot B + 3I$ را بیابید.

25. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^2 + B - 2I$ را بیابید.

26. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^2 - B^2 + 3A \cdot B - 5I$ را بیابید.

27. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^2 + B^2$ را بیابید.

28. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^2 + 2B - 3I$ را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد عزیز این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

29. دو ماتریس هم مرتبه A, B بنویسید که $A \neq \bar{0}, B \neq \bar{0}, A.B = \bar{0}$.

30. سه ماتریس هم مرتبه A, B, C بنویسید که $A \neq B, A.C = B.C$.

31. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{27} را بیابید.

32. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{1397} را بیابید.

33. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^7 + A^8$ را بیابید.

34. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^{17} + A^{18}$ را بیابید.

35. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{1399} را بیابید.

36. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^{1399} + A^{2019}$ را بیابید.

37. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{1399} را بیابید.

38. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{2019} را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر زبان حبیبی

استاد این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

39. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^9 + 2A + 3I$ را بیابید.

40. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{2019} را بیابید.

41. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^{2019} + A^{1399}$ را بیابید.

42. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{1397}$ را بیابید.

43. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{27} را بیابید.

44. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{27} را بیابید.

45. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{500} را بیابید.

46. اگر $X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + 2I$ ، $X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ماتریس X را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

47. اگر $-2I \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = X \cdot \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ماتریس X را بیابید.

48. دستگاه $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ را در صورت وجود جواب، به روش ماتریس وارون حل کنید.

49. دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.

50. دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ به ازای چه مقادیری از m جواب ندارد؟

51. دستگاه $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای چه مقادیری از m جواب منحصر به فرد دارد؟

52. مقدار m را چنان بیابید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.

53. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه وارون ماتریس A را بیابید.

54. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه وارون ماتریس A^2 را بیابید.

55. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه وارون ماتریس $A+I$ را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

56. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه وارون ماتریس $A - 2I$ را بیابید.

57. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه وارون ماتریس $A^2 + 2I$ را بیابید.

58. اگر $X + 3I = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس X را کدام است؟

59. اگر $X - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس X را کدام است؟

60. اگر دستگاه $\begin{cases} -2x + my = 2 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$ فقط یک جواب داشته باشد، مقدار m کدام است؟

61. اگر دستگاه $\begin{cases} -2x + my = 2 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$ فقط بیشمار جواب داشته باشد، مقدار m کدام است؟

62. اگر دستگاه $\begin{cases} 2x + my = -2 \\ mx + 8y = m \end{cases}$ فقط بیشمار جواب داشته باشد، مقدار m کدام است؟

63. دو خط $l: y = mx + 2, l': 3y = 2x + 1$ موازی هستند، مقدار m کدام است؟

64. دو خط $l: y = mx + 2, l': 3y = 2x + 1$ بر هم عمود هستند، مقدار m کدام است؟



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

65. اگر $A = \begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 3|A| & 2|A| \end{bmatrix}$ مقدار $|A|$ کدام است؟

66. اگر $A = \begin{bmatrix} 2m+1 & 3 \\ m-2 & 2 \end{bmatrix}$ مقدار m کدام باشد که $|A| = 7$ ؟

67. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان ماتریس A را حساب کنید.

68. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان ماتریس A را حساب کنید.

69. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان ماتریس های $A, B, A+B$ را حساب

کنید.

70. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان ماتریس A^2 را حساب کنید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد این جزوه بدون کسب اجازه موزع است.

71. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $|A| = 7$ آنگاه $|5.A|$ کدام است؟

72. اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $|A| = 7$ آنگاه $|5.A|$ کدام است؟

73. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $|A| = 4$ آنگاه $||A|.A|$ کدام است؟

74. اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $|A| = 4$ آنگاه $||A|.A|$ کدام است؟

75. وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ را بیابید.

76. اگر $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ ماتریس A^{1399} را بیابید.

77. اگر $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ماتریس A^{1399} را بیابید.

78. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس A^{200} را بیابید.

79. اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان $|2A|$ را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

80. اگر $A = \begin{bmatrix} 5|A| & |A| \\ 5 & 4|A|^2 \end{bmatrix}$ آنگاه دترمینان $|A|$ را بیابید.

81. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^{-1} - B^{-1}$ را بیابید.

82. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه $(A - B)^{-1}$ را بیابید.

83. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه $2A^{-1} - 3B^{-1}$ را بیابید.

84. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه $(2A - 3B)^{-1}$ را بیابید.

سوالات فصل دوم

85. اگر $A(3,1,2)$ و $B(3,-2,2)$ ،

الف. اندازه پاره خط $B(-2,1)$ را بیابید.

ب. مختصات نقطه وسط پاره خط $B(-2,1)$ را تعیین کنید



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.

86. سه نقطه A, B, C مفروضند، نطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به

فاصله کمتر از 3 سانتی متر باشد. (در مورد وجود و تعداد جوابها، بحث کنید)

87. معادله دایره ای را بنویسید که $O(-2, 3)$ مرکز آن و بر دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس

باشد.

88. معادله دایره های را بنویسید که نقطه $O(-2, 3)$ مرکز آن و $M(1, -1)$ یک نقطه از آن باشد.

89. معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهای آن باشند و خط

$4x + 3y = -5$ بر دایره مماس باشد.

90. از نقطه $A(2, 3)$ مماسی بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ رسم کرده ایم، معادله این مماس را

بنویسید.

91. معادله دایره ای را بنویسید که نقاط $A(4, -1)$ و $B(-2, 1)$ دو سر یکی از قطرهایش باشند.

92. وضعیت خط $3x + y = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 7$ را نسبت به هم تعیین کنید.

93. حدود a را چنان بیابید که $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ یک دایره باشد.

94. دایره های زیر، نسبت به هم چه وضعی دارند؟

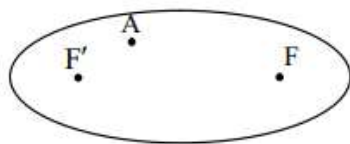
$$x^2 + y^2 = 4 \quad x^2 + y^2 - 2x = 4$$



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

95. اگر نقطه A درون بیضی بوده و نقاط F و F' کانونهای بیضی باشند، ثابت کنید مجموع فواصل نقطه A از F و F' کمتر از قطر بزرگ بیضی است.

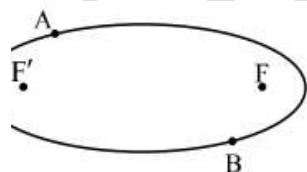


96. خروج از مرکز بیضی را حساب کنید که اندازه قطرهایش 10 و 6 سانتی متر باشد.

97. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{3}{5}$ و اندازه قطر کوچک آن 16 باشد، طول قطر بزرگ و فاصله کانونی

بیضی را بیابید.

98.



دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانونهای بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند.

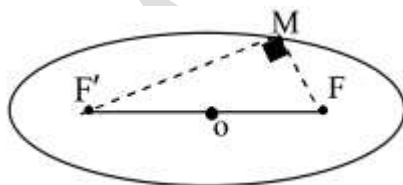
99. نقطه M روی بیضی با قطرهای 6 و 10 قرار دارد و فاصله این نقطه از مرکز بیضی 4 سانتی متر و

مثلث MFF' قائم الزاویه است، اندازه MF را بیابید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد از این جزوه بدون کتب اجازه منع است.



100. اگر اندازه قطر بزرگ بیضی دو برابر قطر کوچک باشد، اندازه زاویه $\widehat{F'BF}$ چند درجه

است؟

101. اگر نقطه $A(2,3)$ رأس سهمی و $y=7$ معادله خط هادی آن باشد،

الف. معادله سهمی را بنویسید. ب. مختصات کانون سهمی را بیابید.

102. سهمی $A(2,3)$ مفروض است، دایره به مرکز کانون سهمی و شعاع 3 سانتی متر رسم

کرده ایم. الف. معادله دایره را بنویسید. ب. مختصات نقاط مشترک سهمی و دایره را بیابید.

103. سهمی $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ مفروض است، نمودار سهمی را رسم کرده و مختصات رأس،

کانون و خط هادی آن را تعیین کنید.

104. معادله سهمی را بنویسید که $F(1,-2)$ کانون آن بوده و $S(1,2)$ رأس سهمی باشد.

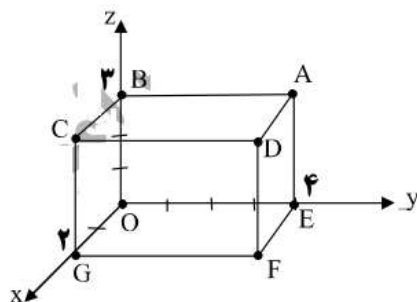
معادله خط هادی سهمی را بنویسید.

سوالات فصل سوم



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد عزیز این جزوه بدون کتب اجازه منزع است.



105. با توجه به شکل روبرو

الف. مختصا نقطه A را بنویسید.

ب. معادله یال AD را بنویسید.

ج. معادله وجه $CDFG$ را بنویسید

106. اگر $\vec{a} = 2i - k$ و $\vec{b} = (1, 2, 1)$ باشد، اندازه بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را به دست آورید.

107. اگر $\vec{a} = 2i + j - 2k$ و $\vec{b} = (1, 2, 2)$ باشد، اندازه بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.

108. اگر $\vec{a} = 2i - k + j$ و $\vec{b} = (1, 2, 1)$ باشد، اندازه بردار $\vec{a} - 2\vec{b} + i - j$ را به دست آورید.

109. اگر $\vec{a} = i + j + k$ و $\vec{b} = 2i - 2j + k$ باشد، اندازه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید.

110. اگر $\vec{a} = 4i + 2j - k$ و $\vec{b} = (3, 1, -1)$ و $r = 2$ ، بردار $r\vec{b} - \vec{a}$ را به دست آورید.

111. اگر $\vec{a} = 4i + 2j - k$ و $\vec{b} = (3, 1, -1)$ دو ضلع یک مثلث باشند، اندازه ضلع سوم مثلث را

به دست آورید.

112. اگر $A(1, 2, 3)$ و $B(0, 1, 1)$ و $C(-1, 0, 4)$ ، راس هاس مثلث باشند، اندازه محیط مثلث را

به دست آورید.



جزوه های آموزشی، امتحان نهایی هندسه سه، ویژه امتحانات نهایی 1400، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

استاد این جزوه بدون کسب اجازه منع است.

113. اگر $A(1,0,3)$ و $B(1,1,0)$ و $C(-3,1,2)$ ، راس های مثلث باشند، اندازه محیط مثلث را

به دست آورید.

سروزباشید
پی . پی . پی

مزبان حبیبی