سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

به نام خدا

آشنایی با نرم افزار

Mathematica

نویسنده : مجتبی گلشنی قریه علی

ویرایش دوم، خرداد 1390

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

فهرست مطالب

مقدمه 4

استفاده از HELP 8

دستورهای مقدماتی 11

اعمال اصلی 11

جایگزینی و متغیرها 11

محاسبات دقیق و تقریبی 13

برخی توابع موجود در MATHEMATICA 15

محاسبات جبری و مثلثاتی 22

سریها و حاصلضربها 25

تعریف توابع 27

حد ، مشتق و انتگرال 30

محاسبه حد 30

محاسبه مشتق 30

محاسبه انتگرال 31

رسم توابع در MATHEMATICA 35

لیستها (مجموعه ها) 38

معادلات و نامعادلات جبری 44

بردارها و ماتریسها 50

نمایش داده ها و گرافیک 57

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

گرافیک دو بعدی 57
گرافیک سه بعدی 62
انیمیشن و متحرکسازی 65
انیمیشن و متحرکسازی در Mathematica 5 65
انیمیشن و متحرکسازی در Mathematica 6 66
معادلات دیفرانسیل 71
معادلات دیفرانسیل معمولی 71
معادلات دیفرانسیل جزئی 72
آنالیز برداری 76
آنالیز میدان های برداری 76
رسم میدان های برداری 79
محاسبات آماری 84
برنامه نویسی 89
متغیرها 89
عملگرها 89
جایگذاری و مقداردهی به متغیرها 91
آرایه ها 91
ورود و خروج داده ها 91
ساختارهای کنترلی 92
ورود و خروج داده ها 98

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

مقدمه

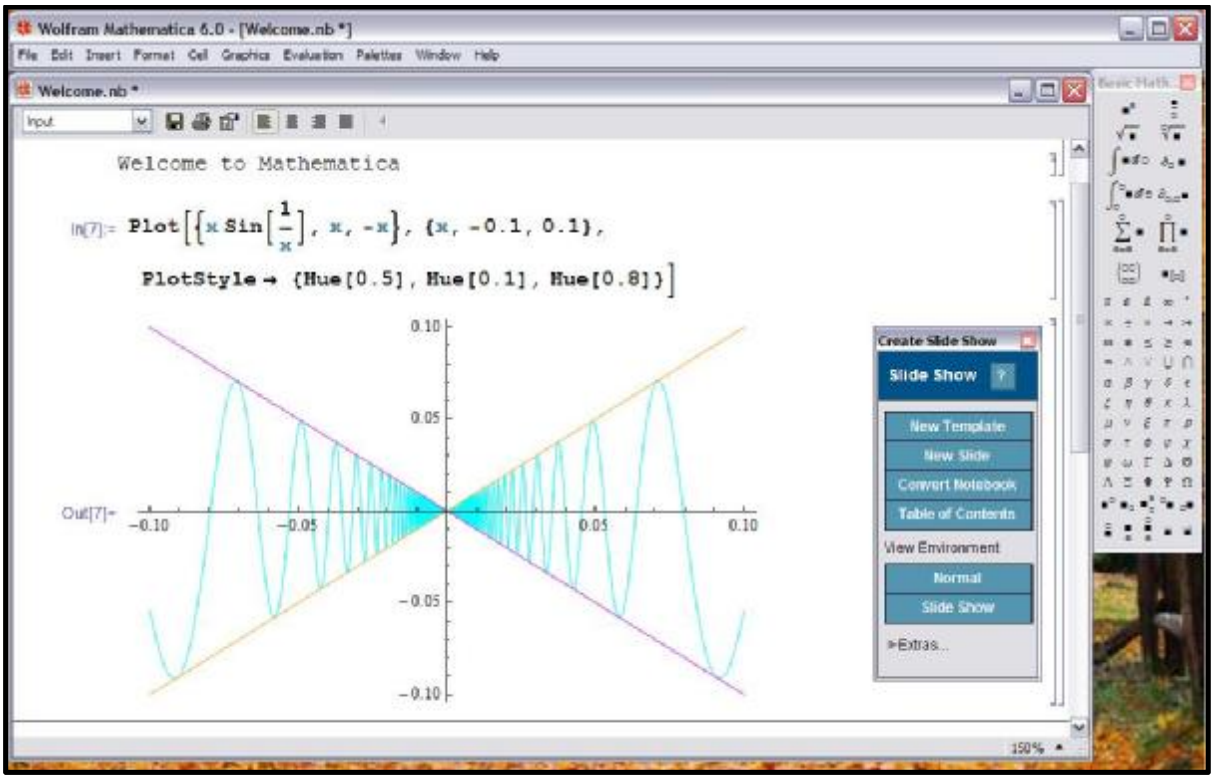
Mathematica نرم افزار محاسباتی است که در علوم، مهندسی، زمینه های ریاضی و دیگر حوزه های مرتبط با محاسبات تکنیکی کاربرد دارد. اولین نسخه این نرم افزار در سال 1988 توسط Stephen Wolfram و تیمش به وجود آمد.

با گذشت زمان نسخه های جدید این نرم افزار با امکاناتی بیشتر و بهره وری بالاتر روانه بازار شد و هم اکنون (خرداد ماه 1390) آخرین نسخه منتشر شده از این نرم افزار نسخه Mathematica 8.0.1 است که در 7 مارس 2011 وارد بازار شده است.

آنچه این نرم افزار را نسبت به سایر نرم افزارهای محاسباتی متمایز می سازد این است که اکثر عملیات ریاضی به کمک این نرم افزار با دستورهایی ساده و کوتاه قایل اجرا می باشد. این نرم افزار بعنوان یک زبان برنامه نویسی سطح بالا علاوه بر توانایی و امکانات زبان هایی چون Fortran، C و Pascal دارای مزیت های زیادی مثل دربرداشتن بسیاری از توابع، قبول ورودی (حتی توابع) بروشی ساده، قابلیت انجام محاسبات سمبلیک، پشتیبانی از فرمت های زیادی از انواع داده ها، رسم اشکال گرافیکی، متحرک سازی و ... می باشد.

شکل زیر نمایی از نسخه 6.0 این نرم افزار را نشان می دهد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



برای انجام عملیات در این نرم افزار باید دستورات را وارد و سپس اجرا کنیم. هدف این جزوه بیان نحوه نوشتن دستورات است. اما برای اجرای یک دستور بعداز نوشتن آن، باید از کلید Enter سمت راست صفحه کلید و یا از ترکیب همزمان دو کلید Shift و Enter سمت چپ صفحه کلید استفاده کرد. با اجرای یک دستور خود دستور در یک بلاک زیر علامت In[n]:= و پاسخ آن نیز در یک بلاک زیر علامت Out[n] = قرار می گیرد و در نهایت این دو بلاک در یک بلاک کلی قرار می‌گیرند. در ادامه چند نکته اولیه بسیار مهم را برای کار کردن با Mathematica توضیح می دهیم:

* اگر بخواهیم در متن برنامه در بین دستورات دستوری را اضافه کنیم علامت ماوس را بین دو بلاک مورد نظر می بریم وقتی نشانگر ماوس تغییر کرد کلید Enter را می زنیم.

* اگر بخواهیم در متن برنامه توضیحاتی اضافه کنیم که اجرا نشوند آنها را بین دو علامت *) و (* قرار می دهیم.

* اگر بخواهیم در متن برنامه یک ورودی یا خروجی را پاک کنیم روی بلاک مورد نظر کلیک کرده و کلید Delete را می زنیم.

* اگر در انتهای دستورات از نقطه ویرگول (;) استفاده کنیم دستور اجرا می شود ولی خروجی آن نمایش داده نمی شود.

* برای تایپ چند دستور در یک بلاک از کلید Enter سمت چپ استفاده می کنیم.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* برای تغییر Style صفحه نمایش می‌توان از گزینه Stylesheet درون منوی Format استفاده کرد.

* برای تغییر اندازه نوشته ها از گزینه Magnification درون منوی Format استفاده می کنیم. مقدار پیش فرض 100% است.

* برای انصراف از ادامه اجرا در حین اجرای یک دستور می‌توان از گزینه AbortEvaluation یا Quit Kernel در منوی Evaluation استفاده کرد.

نکته: در Mathematica 5 نام منوی Evaluation منوی Kernel است.

* متغیرهایی که در برنامه تعریف می‌شوند همواره شناخته شده هستند مگر اینکه پاک یا تعویض شوند، برای پاک کردن حافظه از گزینه Local در قسمت Quit Kernel از منوی Evaluation استفاده می شود.

* برای اجرای قسمتی از دستور آن را با ماوس یا Shift انتخاب می کنیم و کلید Ctrl و Shift و Enter را با هم می زنیم.

* بسیاری از کاراکترها، برخی عملگرهای ریاضی و ... به صورت آماده در Mathematica وجود دارد که باعث سهولت در نوشتن می شود برای استفاده از این امکانات می‌توان از گزینه های BasicMathInput و SpecialCharacters و ... در منوی Palettes استفاده کرد. برخی از این نمادها را می‌توان از طریق صفحه کلید نیز وارد کرد؛ به عنوان مثال برای نوشتن حروف یونانی کافیست کلید Esc را فشار داده سپس چند حرف اول نام آن را تایپ و دوباره کلید Esc را بزنیم.

نکته: در Mathematica 5 منویی به نام Palettes وجود ندارد، در این ورژن از نرم افزار قسمت Palettes در منوی File واقع شده است و نام گزینه های BasicMathInput و SpecialCharacters به ترتیب BasicInput و CompleteCharacters است.

همچنین لازم است در اینجا چند نکته مهم که باعث کاهش خطا در هنگام نوشتن دستورات می گردد، ذکر شود:

* Mathematica به حروف کوچک و بزرگ حساس است و حرف اول کلیه دستورات و توابع باید حرف بزرگ باشد مثل: Sin و Plot3D و ArcTan و ... .

* در تمام دستورات آرگومان مربوط به دستور داخل براکت «[]» قرار می‌گیرد؛ همچنین آرگومان‌های توابع نیز داخل براکت قرار می گیرد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* از پرانتز برای تغییر اولویت عملگرها استفاده می شود، مثل: Cos[x/(x+2)]

* Mathematica همه توابع اش را در هنگام اجرا لود نمی کند از اینرو برای اجرای برخی دستورات لازم است ابتدا بسته ای را لود کنیم. شکل کلی لود یک Package به صورت زیر است :

Needs[" ` نام زیر بسته"]

در دستور فوق علامت " ` " همان کلید سمت چپ عدد 1 صفحه کلید است نه کلید سمت چپ Enter !!!

نکته: در Mathematica 5 این دستور به صورت زیر است:

<< نام نوع بسته ` نام زیربسته `

* از آنجا که متغیرها و توابعی که در این محیط تعریف شده اند تا انتهای برنامه شناخته می شوند در استفاده مجدد از آنها و برای اهداف دیگر باید ابتدا آنها را پاک کرد، این کار را می توان توسط دستور Clear انجام داد و یا اینکه دستور Quit Kernel را اجرا کرد و یا اینکه دستور زیر را به کار برد که کلیه متغیرها را پاک می کند:

Clear["Global`*"]

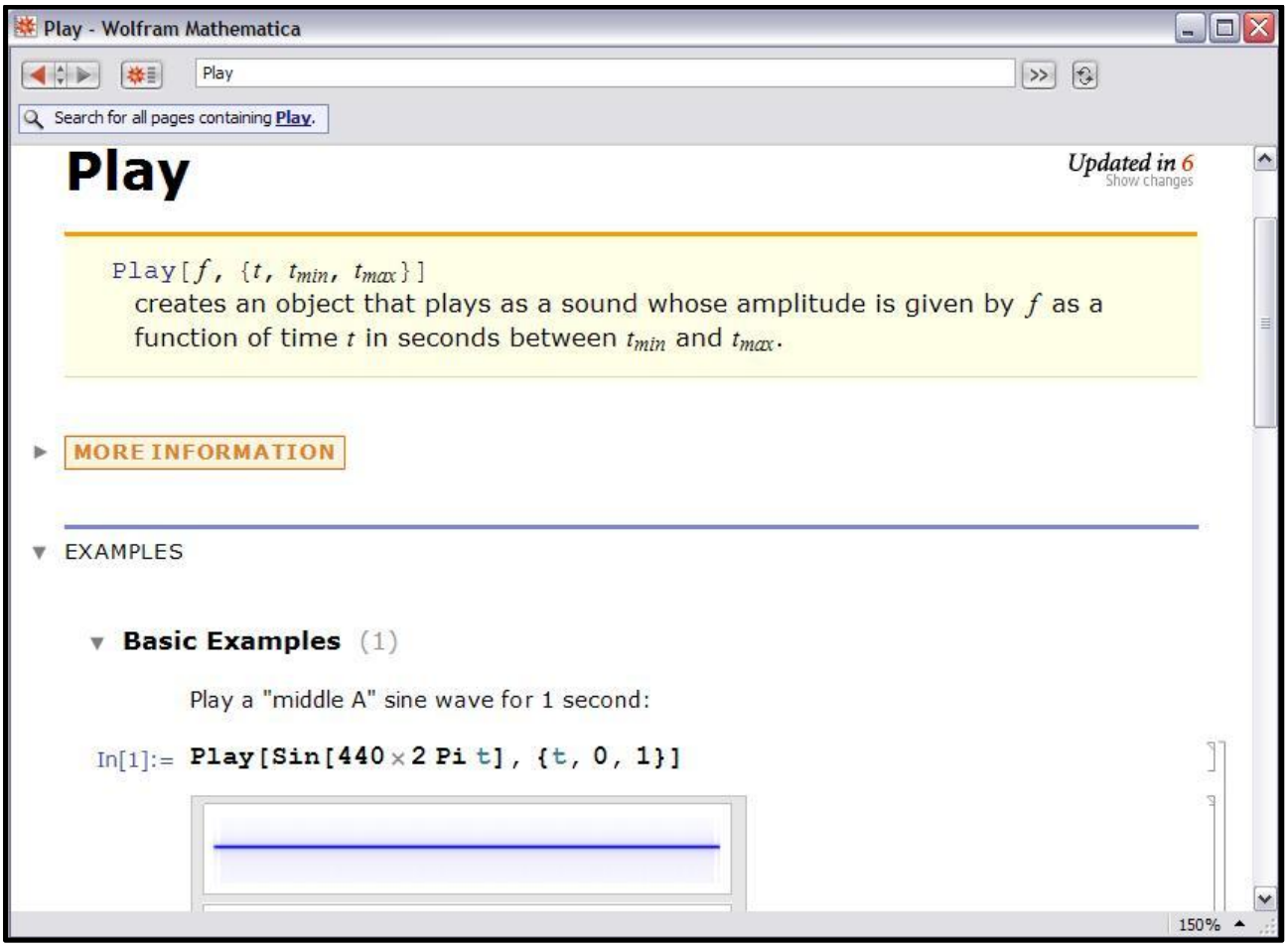
همچنین اجرای دستور Quit[] و یا Exit[] معادل گزینه Quit Kernel است.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

استفاده از Help

از آنجا که Mathematica دارای دستورات زیادی است و به خاطر سپردن همه آن ها غیرممکن است در بسیاری از موارد استفاده از Help لازم می‌شود. برای این کار روش‌های متفاوتی وجود دارد:

* یکی از ساده ترین و بهترین روش ها استفاده از منوی Help می‌باشد که می‌توان با تایپ دستور یا حروف اولیه آن جزئیات مربوط به آن دستور را به همراه مثال هایی مشاهده کرد.



* در برخی موارد می‌توان با دستور زیر اطلاعاتی راجع به دستورها پیدا کرد:

نام دستور ?

نام دستور ??

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

در مورد دوم اطلاعات بیشتری نمایش داده می شود. در قسمت نام دستور می‌توان از علامت * به عنوان کاراکتر عمومی استفاده کرد .

* بسیاری از دستورها دارای Option های متفاوتی هستند که برای کنترل آن دستور به کار می روند. برای مشاهده Option های یک دستور می توان دستور زیر را به کار برد:

Options[نام دستور]

* روش دیگر استفاده از Help انتخاب دستور یا Option های آن و سپس زدن کلید F1 است.

* بعد از تایپ چند کاراکتر اولیه یک دستور با زدن همزمان کلیدهای Ctrl+K می‌توان کلیه دستورهایی که با آن کاراکترها آغاز می شوند را مشاهده کرد. به عنوان مثال با نوشتن کلمه Arc و سپس زدن همزمان دو کلید Ctrl+K کلیه توابع آرک نمایش داده می شوند.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= ? Plot

Plot[f, {x, xmin, xmax}] generates a plot of f as a function of x from xmin
   to xmax. Plot[{f1, f2, ... }, {x, xmin, xmax}] plots several functions fi. More...

In[2]:= ?? Plot

Plot[f, {x, xmin, xmax}] generates a plot of f as a function of x from xmin
   to xmax. Plot[{f1, f2, ... }, {x, xmin, xmax}] plots several functions fi. More...

Attributes[Plot] = {HoldAll, Protected}

Options[Plot] = {AspectRatio → 1/GoldenRatio, Axes → Automatic, AxesLabel → None, AxesOrigin → Automatic,
  AxesStyle → Automatic, Background → Automatic, ColorOutput → Automatic, Compiled → True,
  DefaultColor → Automatic, DefaultFont :> $DefaultFont, DisplayFunction :> $DisplayFunction,
  Epilog → {}, FormatType :> $FormatType, Frame → False, FrameLabel → None, FrameStyle → Automatic,
  FrameTicks → Automatic, GridLines → None, ImageSize → Automatic, MaxBend → 10., PlotDivision → 30.,
  PlotLabel → None, PlotPoints → 25, PlotRange → Automatic, PlotRegion → Automatic,
  PlotStyle → Automatic, Prolog → {}, RotateLabel → True, TextStyle :> $TextStyle, Ticks → Automatic}

In[3]:= ? *p

System`

CellGroup      EllipticExp              Map         Top
Chop           Exp                      MatrixExp   TrigToExp
Clip           ExponentStep             Reap        UnitStep
DragAndDrop    HelpBrowserLookup        Skip        Up
Drop           MacintoshSystemPageSetup StringDrop

In[4]:=
  ? Arc*

System`

ArcCos  ArcCosh  ArcCot  ArcCoth  ArcCsc  ArcCsch  ArcSec  ArcSech  ArcSin  ArcSinh  ArcTan  ArcTanh

In[5]:= Options[Solve]

Out[5]= {InverseFunctions → Automatic, MakeRules → False, Method → 3,
   Mode → Generic, Sort → True, VerifySolutions → Automatic, WorkingPrecision → ∞}
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دستورهای مقدماتی

اعمال اصلی

* برای محاسبه اعمال اصلی از نمادهای + ، - ، * ، / و ^ استفاده می‌کنیم. در این عملگرها اولویت به ترتیب با توان ، ضرب و تقسیم و نهایتا جمع و تفریق است. برای تغییر اولویت از پرانتز استفاده می‌شود. به عنوان مثال دستورهای3^2*5+1 و (5+1)*3^2 به ترتیب در خروجی مقادیر 46 و 54 را می دهند. نماد ضرب را می‌توان به صورت «×» نیز وارد کرد که برای این کار * را بین دو کلید Esc می زنیم، یعنی : « Esc+*+Esc » . استفاده از جای خالی (Space Bar) بین اعداد یا متغیرها به منزله ضرب آنها تلقی می شود. برای نوشتن نماد تقسیم به صورت « ÷ » و یا خط کسری در Mathematica به ترتیب از ترکیب‌های « Esc+/+Esc » و « Ctrl+/ » استفاده می شود. نماد توان را نیز می توان با استفاده از کلیدهای « Ctrl+^ » به صورت ملموس تری نوشت.

* برخی ثوابت به صورت آماده در Mathematica وجود دارند که تعدادی از آنها عبارتند از:

- عدد π : که می‌توان آن را به صورت Pi یا Esc+P+Esc وارد کرد.

- عدد نپر : که به صورت E یا Esc+E+Esc قابل نوشتن است.

- عدد موهومی : که به صورت I یا Esc+ii+Esc قابل نوشتن است.

- عدد طلایی : که به صورت"GoldenRatio" قابل نوشتن است.

- نماد بینهایت : که به صورت Infinity یا Esc+inf+Esc قابل نوشتن است.

جایگزینی و متغیرها

* دو روش جایگزینی و مقدار دادن به متغیرها وجود دارد که عبارتند از:

مقدار یا عبارت = نام متغیر

مقدار یا عبارت := نام متغیر

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

در روش اول مقدار یا عبارت بلافاصله ارزیابی شده و سپس در متغیر قرار می گیرد ولی در روش دوم مقدار یا عبارت زمانی ارزیابی می شود که متغیر در یک محاسبه وارد شود.

* در Mathematica نیازی به تعریف نوع متغیر نیست و نرم افزار به طور اتوماتیک با تعریف متغیر نوع آن را مشخص میکند. برخی از انواع متغیر در Mathematica عبارتند از:

- Integer :اعداد صحیح .

- Rational : اعداد گویا.

- Real : اعداد حقیقی.

- Complex : اعداد مختلط.

- String : رشته ها

- List : لیست ها

- Graphics : گرافیک

که با استفاده از دستور زیر می توان نوع آنها را تعیین کرد:

Head[نام متغیر]

* برای پاک کردن یک متغیر می توان از دستورات زیر استفاده کرد :

Clear[نام متغیر]

Remove[نام متغیر]

* از دستور زیر می توان برای پاک کردن کلیه متغیرها استفاده کرد :

Clear[“Global`*”]

* برای نمایش محتوای یک متغیر از دستور زیر استفاده می شود :

نام متغیر ?

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

محاسبات دقیق و تقریبی

* برای محاسبه عددی یک عبارت می توان از دستورات زیر استفاده کرد :

N// عبارت یا N[عبارت]

این دستور مقدار عددی عبارت را تا شش رقم در خروجی نشان می دهد.

* دستور زیر مقدار عددی عبارت را تا n رقم نشان می دهد:

N[عبارت , n]

* **نکته** : برای دستیابی به خروجی های قبلی از کاراکتر % استفاده می شود :

% : آخرین خروجی

% ... %% : اگر تعداد % ها n باشد n امین خروجی از آخر را می دهد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= 12 + (* these words will be ignored by the kernel *)17
Out[1]= 29

In[2]:= (12 + 3 i) (3 - 6 i^(1/2)) / (5 - 6 i)
        N[%]
        N[%, 20]
        N[%%%, 20]
Out[2]= (42/61 + 87 i/61) (3 - 6 (-1)^(1/4))
Out[3]= 5.19539 - 4.69345 i
Out[4]= 5.19539 - 4.69345 i
Out[5]= 5.1953906708257021572 - 4.6934532563670128506 i

In[6]:= a = 1;
        ? a;
        Clear[a];
        ? a
        Global`a
        a = 1
        Global`a

In[10]:= x = 2; y = 4.5; z = 2 + i; name = "Mojtaba Golshani";
         Print[Head[x], " , ", Head[y], " , ", Head[z], " , ", Head[name]]
         Integer , Real , Complex , String

In[12]:= x = y^2; x
         y = 3; x
Out[12]= 20.25
Out[13]= 20.25

In[14]:=
         x = 1; y = 2; a = 3; b = 4;
         {x, y, a, b}
         Clear["Global`*"]
         {x, y, a, b}
Out[15]= {1, 2, 3, 4}
Out[17]= {x, y, a, b}
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

برخی توابع موجود در Mathematica

برنامه Mathematica دارای توابع ریاضی و فیزیکی زیادی برای کار با اعداد، رشته ها و ... می باشد که در لیست زیر به برخی از آنها اشاره شده است. برای بدست آوردن اطلاعات بیشتر در مورد توابع از Help کمک بگیرید.

نکته: (در توابع زیر x در حالت کلی مختلط است)

* تابع جذر :

Sqrt[x] یا "Ctrl+2"

* تابع نمایی :

Exp[x] یا "E^x"

* فاکتوریل :

Factorial[x] یا "x!"

* لگاریتم طبیعی :

Log[x]

* لگاریتم در مبنای b :

Log[b,x]

* توابع مثلثاتی ، هیپربولیک و معکوس آنها (آرگومان توابع مثلثاتی بر حسب رادیان است) :

Sin[x] , Cos[x] , Tan[x] , Cot[x] , Sec[x] , Csc[x]

ArcSin[x] , Sinh[x] , Csch[x] , ArcTanh[x] , …

نکته : در توابع مثلثاتی اگر بخواهیم آرگومان درجه باشد بعد از آن Degree (یا Esc + deg + Esc) می‌گذاریم.

* تابع جز صحیح پایین (بزرگترین عدد صحیح نابیشتر از x) :

Floor[x]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* تابع جز صحیح بالا (کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از x) :

Celling[x]

* تابع قدر مطلق :

Abs[x]

* تابع علامت :

Sign[x]

* تابع < x > (نزدیکترین عدد صحیح به x) :

Round[x]

* تابع تولید عدد تصادفی در بازه صفر و یک :

Random[]

* تابع تولید عدد تصادفی از نوع خاص در بازه a و b :

Random[نوع متغیر , {a,b}]

* n امین عدد اول :

Prime[n]

* عدد n را به صورت ضرب عوامل اول می نویسد :

FactorInteger[n]

* اگر n اول باشد True وگرنه False برمی گرداند :

PrimeQ[n]

* کوچکترین مضرب مشترک m و n :

LCM[m,n]

* بزرگترین مقسوم علیه مشترک m و n :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

GCD[m,n]

* اگر n فرد باشد True وگرنه False برمی گرداند :

OddQ[n]

* باقیمانده m بر n :

Mod[m,n]

* خارج قسمت m بر n :

Quotient[m,n]

* عبارت را محاسبه و زمان محاسبه را می دهد :

Timing[عبارت] یا عبارت //Timing

* ترکیب r از n :

Binomial[n,r]

* عبارت‌های یک ، دو و ... را در خروجی چاپ می کند :

Print[عبارت 1 , عبارت 2 , ...]

* خواندن یک عبارت به عنوان ورودی :

Input[]

* جاری شدن یک prompt و سپس خواندن یک عبارت به عنوان ورودی :

Input[“prompt”]

* خواندن یک رشته به عنوان ورودی :

InputString[]

* جاری شدن یک prompt و سپس خواندن یک رشته به عنوان ورودی :

InputString[“prompt”]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* تابع بسل $J_n(x)$:

BesselJ[n,x]

* تابع بسل $Y_n(x)$:

BesselY[n,x]

* تابع بسل تعدیل یافته $I_n(x)$:

BesselI[n,x]

* تابع بسل تعدیل یافته $K_n(x)$:

BesselK[n,x]

* تابع خطا :

Erf[x]

* چندجمله ای لژاندر مرتبه n ($P_n(x)$) :

LegendreP[n,x]

* چندجمله ای لژاندر وابسته ($P_n^m(x)$) :

LegendreP[n,m,x]

* تابع گاما ($\Gamma(x)$) :

Gamma[x]

* چند جمله ای هرمیت مرتبه n ($H_n(x)$) :

HermiteH[n,x]

* چند جمله ای لاگر مرتبه n ($L_n(x)$) :

LaguerreL[n,x]

* چند جمله ای لاگر وابسته ($L_n^m(x)$) :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

LaguerreL[n,m,x]

* توابع هماهنگ کروی ($Y_l^m(\theta,\phi)$) :

SphericalHarmonicY[l,m,θ,ϕ]

* تابع دلتای دیراک ($\delta(x)$) :

DiracDelta[x]

* تابع دلتای کرونکر (δ_{nm}) :

DiscreteDelta[n,m]

* اگر عبارت درست باشد True وگرنه False می دهد :

TrueQ[عبارت]

* اتصال دو یا چند رشته :

StringJoin[رشته1 , رشته 2 , ...]

رشته 1 <> رشته 2 <> ...

* طول یک رشته :

StringLength[رشته]

* معکوس کردن یک رشته :

StringReverse[رشته]

* تبدیل عبارت به رشته :

ToString[عبارت]

* قسمت حقیقی و موهومی و آرگومان یک عدد مختلط :

Re[عدد مختلط] , Im[عدد مختلط] , Arg[عدد مختلط]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* همیوغ مختلط (مزدوج) یک عدد (i - **à** i) :

Conjugate[عدد]

* نوشتن قرم دستور زبان Fortran و C یک عبارت :

FortranForm[عبارت] , CForm[عبارت]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

In[1]:=
```
x = Input[" Enter first number? "];
y = Input[" Enter second number? "];
Maxnum = (x + y + Abs[x - y])/2
Minnum = (x + y - Abs[x - y])/2
```

Out[3]= 15

Out[4]= 12

In[5]:=
```
name = InputString["Enter your name?"];
Print["Hello ", name]
```

```
Hello Ezat
```

In[7]:=
```
Clear[x]
BesselJ[3/2, x] + BesselK[1/2, x]
```

Out[8]= $\frac{e^{-x}\sqrt{\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(-\text{Cos}[x] + \frac{\text{Sin}[x]}{x}\right)}{\sqrt{x}}$

In[9]:=
```
SphericalHarmonicY[2, 1, θ, ϕ]
```

Out[9]= $-\frac{1}{2} e^{i\phi}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\,\text{Cos}[\theta]\,\text{Sin}[\theta]$

In[10]:=
```
grade = Random[Real, {0, 20}]
```

Out[10]= 14.1307

In[11]:=
```
PrimeQ[252097800623]
```

Out[11]= True

In[12]:=
```
FactorInteger[99]
```
$3^2 \times 11^1$

Out[12]= {{3, 2}, {11, 1}}

Out[13]= 99

In[14]:=
```
LegendreP[n, 1]
```

Out[14]= 1

In[15]:=
```
TrueQ[1 + 1/(1 + 1/(1 + 1/2)) == 8/5]
```

Out[15]= True

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

محاسبات جبری و مثلثاتی

یکی از ویژگی‌های مهم Mathematica توانایی بالای آن در محاسبات سمبلیک است. در ادامه به برخی از دستورات که در ساده سازی عبارات جبری و مثلثاتی کاربرد دارند اشاره می کنیم :

* بسط یک ضرب یا توان در چندجمله ای‌ها :

Expand[چندجمله ای]

* تجزیه چندجمله ای به عوامل اول (فاکتورگیری) :

Factor[چندجمله ای]

* ساده کردن عبارت کسری :

Cancel[عبارت کسری]

* ترکیب چند عبارت و ساده کردن آنها :

Together[عبارت ها]

* تجزیه یک کسر به کسرهای جزئی :

Apart[عبارت کسری]

* ساده کردن یک کسر مثلثاتی :

Cancel[عبارت کسری مثلثاتی , Trig **à** True]

* فاکتورگیری عبارات مثلثاتی :

TrigFactor[عبارت مثلثاتی]

* ترکیب چند عبارت مثلثاتی :

Together[عبارت‌های مثلثاتی , Trig **à** True]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* بسط عبارت مثلثاتی :

TrigExpand[عبارت مثلثاتی]

* عبارت مثلثاتی را برحسب عبارات خطی مثلثاتی می نویسد :

TrigReduce[عبارت مثلثاتی]

* تبدیل عبارت مثلثاتی یا هیپربولیک به نمایی :

TrigToExp[عبارت مثلثاتی یا هیپربولیک]

* تبدیل عبارت نمایی به مثلثاتی یا هیپربولیک :

ExpToTrig[عبارت نمایی]

* ساده کردن یک عبارت :

Simplify[عبارت]

FullSimplify[عبارت]

* برای محاسبه یک عبارت شامل متغیرها به ازای مقادیرخاصی از متغیرها از دستور زیر استفاده می شود :

عبارت /.{ x **à** x_0 , y **à** y_0 , ... }

نکته : برای نوشتن " **à** " از کلیدهای " < + -" کنید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= Expand[(3 x - 2 Sqrt[x])^3]
        Factor[%]
Out[1]= -8 x^(3/2) + 36 x^2 - 54 x^(5/2) + 27 x^3
Out[2]= (-2 + 3 Sqrt[x])^3 x^(3/2)
In[3]:= Cancel[(x^2 - 1)/(x + 1)]
Out[3]= -1 + x
In[4]:= Together[1/(x + 1) + 2/(x^2 - 1)]
Out[4]= 1/(-1 + x)
In[5]:= Apart[(x^2 + 5 x)/(x^4 + x^3 - x - 1)]
Out[5]= 1/(-1 + x) + 2/(1 + x) + (-1 - 3 x)/(1 + x + x^2)
In[6]:= Cancel[Sin[x]/(1 - Cos[x]^2)]
        Cancel[Sin[x]/(1 - Cos[x]^2), Trig -> True]
Out[6]= -Sin[x]/(-1 + Cos[x]^2)
Out[7]= Csc[x]
In[8]:= TrigExpand[(Sin[x] + Cos[2 x])^2]
Out[8]= 1 - Cos[x]^2/2 + Cos[x]^4/2 - Sin[x] + 3 Cos[x]^2 Sin[x] +
        Sin[x]^2/2 - 3 Cos[x]^2 Sin[x]^2 - Sin[x]^3 + Sin[x]^4/2
In[9]:= TrigReduce[Sin[2 x]^2 + Sin[x] Cos[3 x]^3]
Out[9]= 1/8 (4 - 4 Cos[4 x] - 3 Sin[2 x] + 3 Sin[4 x] - Sin[8 x] + Sin[10 x])
In[10]:= Simplify[Expand[(1/(x + 1) + 1/(x + 2) + 1/(x + 3))^3]]
Out[10]= (11 + 12 x + 3 x^2)^3/(6 + 11 x + 6 x^2 + x^3)^3
In[11]:= (Tan[x]^2 + Sin[x]^2)^3 // TrigExpand // FullSimplify
Out[11]= 1/8 (3 + Cos[2 x])^3 Tan[x]^6
In[12]:= TrigToExp[Sinh[x]]
Out[12]= -E^-x/2 + E^x/2
In[13]:= 2 x + 3 y ArcTan[Cos[x^5]] /. {x -> 0, y -> 5}
         % // N
Out[13]= 15 Pi/4
Out[14]= 11.781
```


www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

سری‌ها و حاصلضرب‌ها

برای محاسبه سری ها و یا حاصلضرب ها می‌توان از نمادهای مربوط موجود در BasicMathInput واقع در منوی Palettes استفاده کرد (برای جابجایی بین خانه ها از Tab استفاده کنید.) . روش دیگر برای محاسبه مجوع و حاصلضرب ها استفاده از دستورات زیر است :

* محاسبه $\sum_{i=m}^{n} f(i)$ با طول گام واحد :

Sum[f[i] , { i , m , n }]

* محاسبه $\sum_{i=m}^{n} f(i)$ با طول گام di :

Sum[f[i] , { i , m , n , di }]

* محاسبه $\prod_{i=m}^{n} f(i)$:

Product[f[i] , { i , m , n }]

* محاسبه $\prod_{i=m}^{n} f(i)$ با طول گام di :

Product[f[i] , { i , m , n , di}]

نکته: در دستورات فوق n می تواند بی‌نهایت نیز باشد.

نکته: اگر محاسبه عددی نیاز باشد می توان در دستورات فوق به جای Sum و Product به ترتیب از NSum و NProduct استفاده کرد.

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال :

In[1]:=
$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2}$$

```
% // N
```

Out[1]=
$$\frac{\pi^2}{6}$$

Out[2]= 1.64493

In[3]:=
```
Sum[Prime[k], {k, 1, 100000}] // Timing
```

Out[3]= {0.218 Second, 62260698721}

In[4]:=
$$\sum_{i=0}^{n} \text{Binomial}[n, i]$$

Out[4]=
$$2^n$$

In[5]:=
$$\prod_{i=2}^{10} \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{j}$$

Out[5]=
$$\frac{7301752355616983}{3901685760000}$$

In[6]:=
$$\sum_{i=1}^{10} \text{Sin}[i\,x] \text{ // TrigFactor}$$

Out[6]=
$$2\,\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]\,(1 - 2\,\text{Cos}[x] + 2\,\text{Cos}[2\,x])\,(1 + 2\,\text{Cos}[x] + 2\,\text{Cos}[2\,x])$$
$$(1 + 2\,\text{Cos}[x] + 2\,\text{Cos}[2\,x] + 2\,\text{Cos}[3\,x] + 2\,\text{Cos}[4\,x] + 2\,\text{Cos}[5\,x])\,\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]$$

In[7]:=
$$\prod_{i=1}^{n} i$$

Out[7]=
$$n!$$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

تعریف توابع

همانطور که مشاهده شد، Mathematica دارای کتابخانه وسیعی از توابع مختلف برای انجام کارهای گوناگون است، با این وجود در موارد زیادی نیاز می شود توابع مورد نظر کاربر تعریف شوند. توابع ممکن است یک یا چند متغیره و از طرف دیگر یک یا چند ضابطه ای باشند. برخی دستورات معمول برای تعریف توابع شخصی و کار کردن با آن ها در Mathematica به صورت زیر می باشد :

* تعریف تابع تک متغیره :

f [x_] = x عبارتی بر حسب

* تعریف تابع دو متغیره :

f [x_ , y_] = y و x عبارتی بر حسب

* پاک کردن تابع f :

Clear[f]

* محاسبه f(x) در x=a :

f[a]

* محاسبه f(x,y) در (a,b) :

f[a , b]

همچنین برای تعریف توابع چندضابطه ای از دستورات زیر می توان استفاده کرد :

* تعریف ضابطه f(x) برای x های خاص :

f [x_ /; x شرطی روی] = x عبارتی بر حسب

f [x_] = x عبارتی بر حسب /; x شرطی روی

f[x_] = If[x شرطی روی , x عبارتی برحسب]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* تعریف ضابطه f(x,y) برای x و y های خاص :

f [x_ /; x شرطی روی , y_ /; y شرطی روی x و y =] عبارتی بر حسب

* Mathematica قابلیت تعریف توابع بازگشتی را دارد ولی در تعریف این توابع باید به دو نکته زیر توجه کرد:

1- در تعریف رابطه بازگشتی از جایگزینی =: استفاده شود.

2- مقادیر اولیه برای رابطه بازگشتی حتما تعریف شوند.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= f[x_] = x^2 - BesselJ[3, x]; g[x_] = x Erf[2 x];

        f[5] + g[x] /. x → 3 // N
        Clear[f, g]

Out[2]= 27.6352

In[4]:= f[x_ /; x ≥ 0] = x^2
        f[x_ /; x < 0] = "undefined"
        {f[2], f[-4]}

Out[4]= x^2

Out[5]= undefined

Out[6]= {4, undefined}

In[7]:= h[x_] = Input["Enter a function ?"]
        h[3]

Out[7]= x^2 - Sin[x]

Out[8]= 9 - Sin[3]

In[9]:= Clear[f]
        f[0] := 1;
        f[n_] := n f[n - 1];
        f[5]

Out[12]= 120
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

حد ، مشتق و انتگرال

محاسبه حد

برای محاسبه حد از دستورات زیر استفاده می شود :

* حد f(x) در x = a :

Limit[f[x] , x **à** a]

* حد راست f(x) در x = a :

Limit[f[x] , x **à** a , Direction **à** -1]

* حد چپ f(x) در x = a :

Limit[f[x] , x **à** a , Direction **à** +1]

* حد f(x , y) در (a,b) :

Limit[f[x , y] , { x **à** a , y **à** b }]

محاسبه مشتق

برای محاسبه مشتق از دستورات زیر استفاده می کنیم :

* محاسبه f `(x) ، f ``(x) و f ``` (x) و ... :

f’[x] , f’’[x] , f’’’[x] , …

* محاسبه مشتق n ام :

D[f[x] , {x , n}]

Derivative[n][f][x]

$\partial_{\{x,n\}} f[x]$

* محاسبه $\frac{\partial f}{\partial x}$:

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

D[f[x] , x]

* محاسبه $\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$:

D[f[x] , {x , n}]

* محاسبه $\frac{\partial^k f}{\partial x_1 \partial x_2 \partial x_3 \dots \partial x_k}$:

D[f[x_1 , x_2 , x_3 , … , x_k], x_1 , x_2 , x_3 , … , x_k]

$\partial_{\{x_1,x_2,\dots,x_k\}} f[x_1, x_2, \dots, x_k]$

* محاسبه $\frac{\partial^n f}{\partial {x_1}^{n_1} \partial {x_2}^{n_2} \partial {x_3}^{n_3} \dots \partial {x_k}^{n_k}}$:

D[f[x_1 , x_2 , x_3 , … , x_k] , {x_1 , n_1} , {x_2 , n_2} , {x_3 , n_3} , … , {x_k ,n_k}]

Derivative[n_1 , n_2 , n_3 , … , n_k][f][x_1 , x_2 , x_3 , … , x_k]

* محاسبه مشتق n ام f(x) در x = a :

Derivative[n][f][a]

* محاسبه $\frac{\partial^n f}{\partial {x_1}^{n_1} \partial {x_2}^{n_2} \partial {x_3}^{n_3} \dots \partial {x_k}^{n_k}}$ در $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$:

Derivative[n_1 , n_2 , n_3 , … , n_k][f][a_1 , a_2 , a_3 , … , a_k]

محاسبه انتگرال

برای محاسبه انتگرال‌های معین و نامعین می‌توان از نمادهای مربوط موجود در پنجره BasicMathInput از منوی Palettes استفاده کرد . همچنین می‌توان از دستورات زیر برای محاسبه انتگرال‌های معین یا نامعین یگانه و چندگانه استفاده کرد :

* محاسبه انتگرال نامعین f(x) :

Integrate[f[x] , x]

* محاسبه انتگرال نامعین دوگانه :

Integrate[f[x , y] , x , y]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* محاسبه انتگرال $\int_a^b f(x)dx$:

Integrate[f[x] , { x , a , b }]

* محاسبه انتگرال $\int_a^b \int_c^d f(x,y)dxdy$:

Integrate[f[x , y] , { x , a , b } , { y , c , d }]

نکته: برای محاسبه انتگرال‌های معین به صورت عددی و یا محاسبه عددی انتگرال های معین غیرقابل حل در دستورات فوق به جای Integrate از NIntegrate استفاده می شود .

نکته: یکی از Option های کاربردی در محاسبه انتگرال یا حد گزینه Assunptions است که به کمک آن می‌توان یک فرض را در حین انتگرال‌گیری یا حدگیری وارد کرد .

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

In[1]:=
$$\text{Limit}\left[\frac{\text{Tan}[x]-x}{x^3}, x\to 2\right] // N$$
$$\text{Limit}[(1+\text{Sin}[x])^{\text{Cot}[2x]}, x\to 0]$$

Out[1]= -0.52313

Out[2]= $\sqrt{e}$

In[3]:=
$$\text{Limit}\left[\frac{\text{Sin}[x]}{\text{Abs}[x]}, x\to 0, \text{Direction}\to -1\right]$$
$$\text{Limit}\left[\frac{\text{Sin}[x]}{\text{Abs}[x]}, x\to 0, \text{Direction}\to 1\right]$$

Out[3]= 1

Out[4]= -1

In[5]:=
$$f[x_] = \frac{(x^3-2x+3)^3}{(x-1)(x+3)};$$

In[6]:=
$$f'''''[2]$$

Out[6]= $\frac{22090008}{3125}$

In[7]:=
$$\partial_{\{x,2\}} f[x] // \text{Simplify}$$

Out[7]=
$$\frac{1}{(-3+2x+x^2)^3}(2(189+189x-1881x^2+2815x^3+27x^4-2682x^5+1317x^6+756x^7-612x^8-107x^9+96x^{10}+21x^{11}))$$

In[8]:=
$$\partial_{\{x,2\},\{y,5\}}\left(xy^3-3x\frac{\text{Cot}[y^2]}{\text{Exp}[x]}\right) /. \{x\to 3, y\to 6\} // N$$

Out[8]= 670416.

In[9]:=
$$\text{Clear}[x]$$
$$\int\left(\frac{\text{Csc}[x]}{1-\text{Sin}[x]}\right)^2 dx$$

Out[10]=
$$\frac{1}{6(-1+\text{Sin}[x])^2}\left(\left(\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]-\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right)\left(2\left(\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]-\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right)-3\,\text{Cot}\left[\frac{x}{2}\right]\left(\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]-\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right)^3-12\,\text{Log}\left[\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]\right]\left(\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]-\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right)^3+12\,\text{Log}\left[\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right]\left(\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]-\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right)^3+4\,\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]-28\,\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right](-1+\text{Sin}[x])+3\left(\text{Cos}\left[\frac{x}{2}\right]-\text{Sin}\left[\frac{x}{2}\right]\right)^3\text{Tan}\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)$$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

In[11]:= $\int_0^\infty \text{Exp}[-t^2]\,dt$

Out[11]= $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

In[12]:= $\int_0^1 \frac{\text{Sin}[x]}{x}\,dx$

N[%, 40]

Out[12]= SinIntegral[1]

Out[13]= 0.9460830703671830149413533138231796578123

In[14]:= Clear[x]

f[x_] := $\int_0^x \frac{t\,\text{Cos}[t]}{x^2+t^2}\,dt$; f[5] // N

Out[15]= -0.149478 + 0. i

In[16]:= $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{R} \rho\, r^2\, \text{Sin}[\theta]\,dr\,d\theta\,d\phi$

Out[16]= $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

In[17]:= Integrate[Exp[a x], {x, 0, ∞}, Assumptions → a < 0]

Out[17]= $-\frac{1}{a}$

In[18]:= Assuming[x ∈ Reals, $\int \frac{\text{Sign}[x]}{x^{1/3}}\,dx$]

Out[18]= $\begin{cases} -\frac{3x^{2/3}}{2} & x \le 0 \\ \frac{3x^{2/3}}{2} & \text{True} \end{cases}$

In[19]:= NIntegrate[Sin[Sin[x]], {x, 0, 1}]

Out[19]= 0.430606

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

رسم توابع در Mathematica

Mathematica دارای قابلیت های گرافیکی بسیار بالایی است که در قسمت گرافیک به برخی از جنبه های آن اشاره خواهیم کرد. در این قسمت قصد داریم چند دستور مقدماتی که برای رسم توابع یک متغیره، دو متغیره و یا پارامتری بکار می رود را بیان کنیم :

* رسم تابع f در بازه [a,b] :

Plot[f[x] , { x , a , b }]

* رسم توابع f_1 و f_2 و ... در بازه [a,b] :

Plot[{ f_1[x] , f_2[x] , ...} , { x , a , b }]

* رسم رویه z=f(x,y) در مستطیل a<x<b و c<y<d :

Plot3D[f[x , y] , { x , a , b } , { y , c , d }]

* رسم تابع پارامتری x=x(t) و y=y(t) در بازه a<t<b :

ParametricPlot[{x[t] , y[t] } , { t , a , b }]

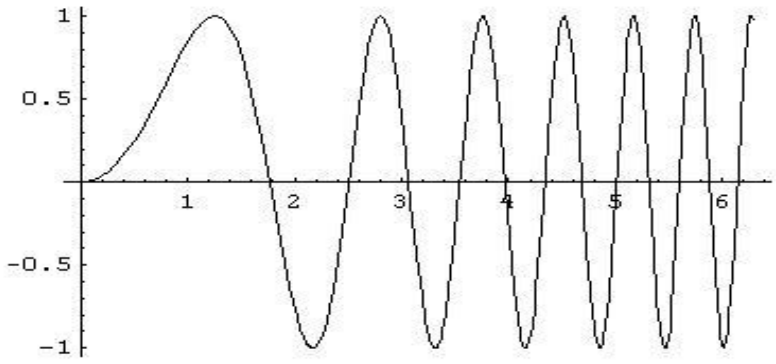
* رسم رویه پارامتری x=x(s,t) و y=y(s,t) و z=z(s,t) در بازه a<t<b و c<s<d :

ParametricPlot3D[{x[s,t] , y[s,t] , z[s,t]} , {s , c , d } , { t , a , b }]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

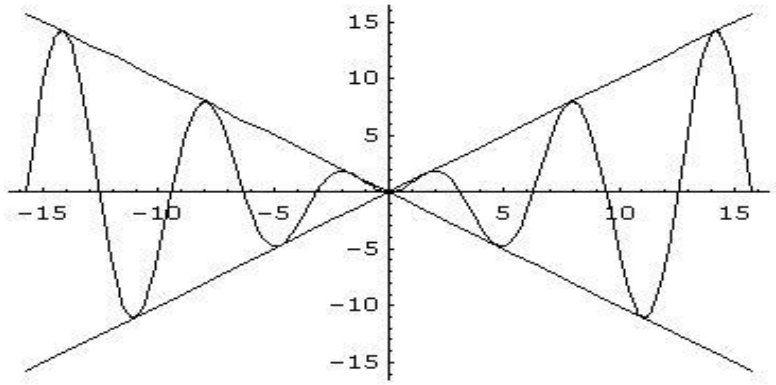
مثال هایی در Mathematica 5.1 :

In[1]:= `Plot[Sin[x^2], {x, 0, 2 π}]`



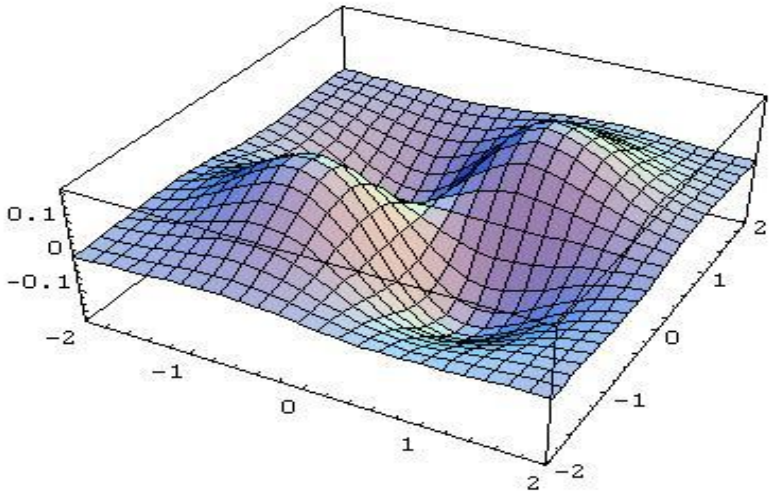
Out[1]= - Graphics -

In[2]:= `Plot[{x, -x, x Sin[x]}, {x, -5 π, 5 π}]`



Out[2]= - Graphics -

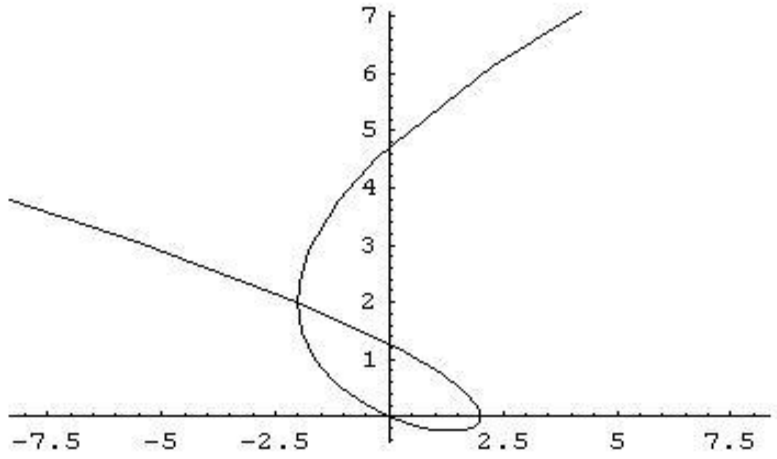
In[3]:= `Plot3D[x y Exp[-(x^2 + y^2)], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]`



Out[3]= - SurfaceGraphics -

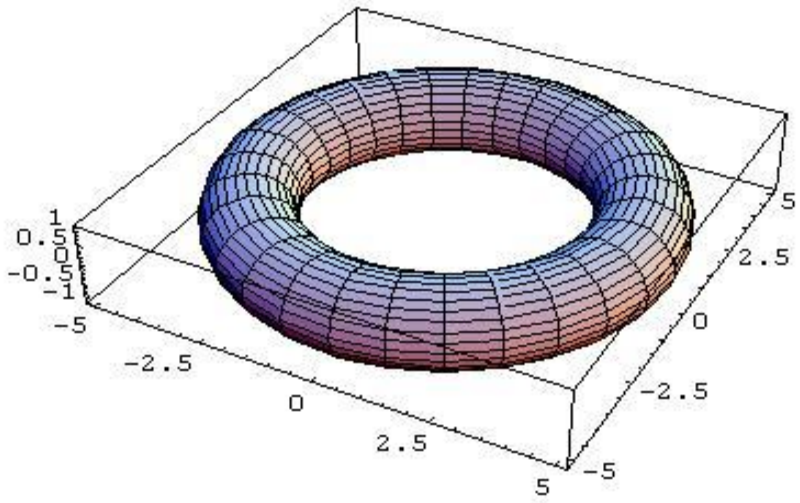
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

In[4]:=
```
ParametricPlot[{t^3 - 3 t, t^2 + t}, {t, -3, 5}]
```



Out[4]= - Graphics -

In[5]:=
```
x[s_, t_] := (4 + Sin[s]) Cos[t]
y[s_, t_] := (4 + Sin[s]) Sin[t]
z[s_, t_] := Cos[s]
ParametricPlot3D[{x[s, t], y[s, t], z[s, t]}, {s, 0, 2π},
 {t, 0, 2π}]
```



Out[8]= - Graphics3D -

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

لیست‌ها (مجموعه ها)

لیست یک شی عمومی است که شامل اشیاء دیگری است . برای ساختن یک لیست می توان از دستورهای زیر استفاده کرد :

* یک لیست با عناصر $a_1 , a_2 , \dots , a_n$:

List[$a_1 , a_2 , \dots , a_n$]

{$a_1 , a_2 , \dots , a_n$}

روی لیست می‌توان اعمال مختلفی انجام داد، مثلا اگر x یک لیست شامل اعداد باشد دستورات x^2 ، $\sqrt{x}$ و x! لیست های جدیدی ایجاد می‌کند که به ترتیب دارای عناصر x به توان 2 ، جذر عناصر x و فاکتوریل عناصر x می باشد . همچنین دو لیست با تعداد عناصر یکسان را می توان با هم جمع ، کم ، ضرب ، تقسیم و ... کرد که این کار بر روی عناصر نظیر به نظیر صورت می گیرد و جواب نهایی یک لیست جدید است . روش‌های دیگر ایجاد لیست عبارتند از :

* ساختن لیست {a[1] , … , a[n]} :

Table[a[i] , { i , n }]

* ساختن لیست {a[m] , … , a[n]} با گام واحد :

Table[a[i] , { i , m , n }]

* ساختن لیست {a[m] , a[m + d] , … , a[n]} با گام d :

Table[a[i] , { i , m , n , d }]

نکته: تعداد عناصر این لیست Floor[(n-m)/d]+1 است.

* ساختن یک لیست دو بعدی به صورت زیر :

{{$a[m_1,n_1] , a[m_1,n_1+1] , \dots , a[m_1,n_2]$} , … , {$a[m_2,n_1] , a[m_2,n_1+1] , \dots , a[m_2,n_2]$}}

Table[a[i , j] , { i , m_1 , n_1 } , { j, m_2 , n_2 }]

* ساختن آرایه دوبعدی m×n که اولین عنصر به صورت a[r,s] است :

Array[a , { m , n } , { r , s }]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* ایجاد لیستی شامل کاراکترهای یک رشته :

Characters[" نام رشته "]

* لیستی شامل ارقام عدد صحیح می‌دهد :

IntegerDigits[عدد صحیح]

برخی از دستورات کار با لیست ها عبارتند از :

* طول یک لیست (تعداد عناصر لیست) :

Length[نام لیست]

* ابعاد یک لیست (حدود تغییرات هر اندیس لیست) :

Dimensions[نام لیست]

* مولفه k ام یک لیست از ابتدا :

Part[نام لیست , k]

نام لیست [[k]]

* مولفه k ام یک لیست از انتها :

Part[نام لیست , -k]

نام لیست [[-k]]

* در لیست‌های دوبعدی که هر عنصر یک لیست است می توان برای بدست آوردن عنصر j ام موجود در عنصر (لیست) i ام لیست اصلی از دستورات زیر استفاده کرد :

نام لیست [[i , j]] , نام لیست [[i]][[j]]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دستورات زیر برای تغییر لیست ها مورد استفاده قرار می گیرند :

* لیست جدیدی شامل n درایه اول لیست اصلی را بر می گرداند :

Take[نام لیست , n]

* لیست جدیدی شامل n درایه آخر لیست اصلی را بر می گرداند :

Take[نام لیست , -n]

* لیست جدیدی شامل درایه های m ام تا n ام لیست اصلی را بر می گرداند :

Take[نام لیست , { m , n }]

* درآیه n ام لیست اصلی را حذف می کند :

Delete[نام لیست , n]

* درآیه n ام لیست اصلی را از آخر حذف می کند :

Delete[نام لیست ,- n]

* لیست جدیدی که در آن درآیه m ام تا n ام حذف شده اند را بر می گرداند :

Delete[نام لیست , { m , n }]

* عنصر x را در مکان n ام لیست قرار می دهد :

Insert[نام لیست , x , n]

* عنصر x را در مکان n ام لیست از آخر قرار می دهد :

Insert[نام لیست , x , -n]

* عنصر n ام لیست را با x عوض می کند :

ReplacePart[نام لیست , x , n]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* عنصر n ام لیست را از آخر با x عوض می کند :

ReplacePart[نام لیست , x , - n]

* لیست را بر اساس مرتبه بزرگی مرتب می کند :

Sort[نام لیست]

* ترتیب عناصر لیست را برعکس می کند :

Reverse[نام لیست]

* اتصال دو لیست و تبدیل آنها به یک لیست :

Join[لیست1 , لیست2]

* اجتماع دو لیست :

Union[لیست1 , لیست2]

* اشتراک دو لیست :

Intersection[لیست1 , لیست2]

* متمم لیست 2 نسبت به لیست 1 :

Complement[لیست1 , لیست2]

* برای نمایش لیست دوبعدی به صورت آرایه مستطیلی می‌توان از دستور TableForm به صورت زیر استفاده کرد :

TableForm[لیست , Options]

لیست // TableForm

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

نکته: دوتا از Option های مهم دستور TableForm عبارت است از :

1- TableAlignments : که می‌تواند در سه حالت Right ، Left و Center باشد و برای مرتب کردن ستون‌ها از راست ، چپ یا وسط به کار میرود (مقدار پیش‌فرض Left است) .

2- TableHeadings : که می‌تواند در حالت None ، Automatic و یا به صورت { rowlist , columnlist } باشد .

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= a = List[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
        b = Sin[a] // N
        a^3 + b! // N

Out[1]= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Out[2]= {0.841471, 0.909297, 0.14112, -0.756802, -0.958924, -0.279415, 0.656987, 0.989358, 0.412118}

Out[3]= {1.94305, 8.96498, 27.936, 67.7329, 148.807, 217.267, 343.901, 512.996, 729.887}

In[4]:= RankA = Input["Enter Rank Of Matrix"]
        A = Table[Input["Enter A(" <> ToString[i] <> "," <> ToString[j] <> ") :"], {i, 1, RankA},
          {j, 1, RankA}]

Out[4]= 2

Out[5]= {{1, 2}, {3, 4}}

In[6]:= Clear[A]
        A = Table[LaguerreL[n, x], {n, 5}];
        % // TableForm
        L1[x_] = A[[1]]

Out[8]//TableForm=
        1 - x
        1/2 (2 - 4 x + x^2)
        1/6 (6 - 18 x + 9 x^2 - x^3)
        1/24 (24 - 96 x + 72 x^2 - 16 x^3 + x^4)
        1/120 (120 - 600 x + 600 x^2 - 200 x^3 + 25 x^4 - x^5)

Out[9]= 1 - x

In[10]:= Primset = Table[Prime[k], {k, 1, 25}]

Out[10]= {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}

In[11]:= Table[5 (20 i + j), {i, 0, 3}, {j, 1, 3}];
         TableForm[%, TableAlignments → Center,
          TableHeadings → {{"Row1", "Row2", "Row3", "Row4"}, {"Col1", "Col2", "Col3"}}]

Out[12]//TableForm=
```

	Col1	Col2	Col3
Row1	5	10	15
Row2	105	110	115
Row3	205	210	215
Row4	305	310	315

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

معادلات و نامعادلات جبری

برای حل معادلات جبری در حالت عمومی از دستور Solve یا NSolve استفاده می‌شود. در صورت وجود جواب، جواب ها درون یک لیست به شکل زیر قرار خواهند گرفت :

$\{ \{ x \to x_1 \}, \{ x \to x_2 \}, \dots \}$

برای نوشتن یک معادله باید توجه داشت که از علامت تساوی منطقی (==) استفاده شود، به عنوان مثال معادله $x^2+3x=0$ در Mathematica به صورت x^2+3 x==0 نوشته می‌شود.

* شکل کلی دستور Solve به صورت زیر است :

Solve[لیست مجهولات , لیست معادلات جبری]

در لیست های فوق اگر یک معادله و یک مجهول داشته باشیم نیازی به استفاده از آکولاد ({}) نمی‌باشد. به عنوان مثال خروجی دستورات :

Solve[7x + 3==0 , x]

Solve[{ x^2+ y==5 , x + y ==3 } , { x , y }]

به ترتیب به صورت زیر است :

$\{\{ x \to -\frac{3}{7} \}\}$

{{y → 1, x → 2}, {y → 4, x → -1}}

اگر بخواهیم جواب معادله را در یک عبارت جایگزین کنیم و مقدار عبارت را به ازای آنها حساب کنیم از روش زیر استفاده می کنیم :

Solution = Solve[لیست مجهولات , لیست معادلات جبری]

عبارت /.Solution

در دستور فوق نام Solution اختیاری است و به جای آن می توان از هر نام دیگری استفاده کرد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* گاهی اوقات معادلات جبری با دستور Solve قابل حل نیستند. در این حالت، درصورتی که معادلات دارای پارامتر غیرعددی نباشند می توان با استفاده از دستور NSolve آن ها را به صورت عددی حل کرد. دستور زیر جواب را تا n رقم می دهد :

NSolve[لیست معادلات جبری , لیست مجهولات , n]

برای حل معادلات غیر خطی در Mathematica می توان از دستورات زیر استفاده کرد :

* حل معادله با روش نیوتن و نقطه شروع x_0 :

FindRoot[معادله جبری , { x , x_0 }]

* حل معادله با روش سکانت و نقاط شروع x_0 و x_1 :

FindRoot[معادله جبری , { x , x_0 , x_1 }]

* حل معادله در بازه [a,b] و با نقطه شروع x_0 :

FindRoot[معادله جبری , { x , x_0 , a , b }]

* حل دستگاه معادلات با نقطه شروع (x_0 , y_0 , ...) :

FindRoot[لیست معادلات جبری , {{ x , x_0 } , { y , y_0 } , ...}]

نکته: برای پیداکردن نقطه شروع در دستورات فوق، می توان توابع دو طرف معادله را در یک دستگاه مختصات (با دستور Plot) رسم کرد و با استفاده از نمودار نقطه تقاطع را حدس زده و به عنوان نقطه شروع قرار دهیم.

نکته : اگر در دستور FindRoot ریشه ها به صورت زبان ماشین بیان شدند از دستور N استفاده کنید .

نکته: یکی از Option های مهم این دستور WorkingPrecision می‌باشد که مقدار دقت لازم در محاسبات را وارد می کند و مقدار پیش‌فرض آن 16 است .

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* یکی دیگر از دستورات حل معادلات جبری که در هنگام نیاز به دقت بالا به کار می رود دستور InterpolateRoot است که یک معادله را با مقادیر اولیه a و b حل می کند:

InterpolateRoot[معادله جبری , { x , a , b }]

توجه کنید که برای استفاده از این دستور باید اول Package مربوط به InterpolateRoot را توسط دستور زیر لود کرد :

Needs["FunctionApproximations`"]

نکته: در Mathematica 5 برای لود کردن Package از دستور زیر استفاده می شود:

<<NumericalMath`InterpolateRoot`

نکته: دستور InterpolateRoot نیز دارای Option ، WorkingPrecision می باشد. به عنوان مثال دستور زیر ریشه تابع بسل مرتبه صفر که نزدیک 2 و 3 است را می دهد :

InterpolateRoot[BesselJ[0, x], {x, 2, 3}, WorkingPrecision **à** 1000]

نکته: در دستور InterpolateRoot و یا دستور FindRoot اگر فقط یک طرف معادله را بنویسیم طرف دوم صفر در نظر گرفته می شود.

برای حل نامعادلات در Mathematica از دستور Reduce استفاده می‌شود ، این دستور علاوه بر توانایی حل نامعادلات توانایی حل سیستمی مرکب از معادلات و نامعادلات را نیز دارد و به صورت زیر به کار می رود :

Reduce[معادلات و نامعادلات لیست , مجهولات لیست , مجهولات نوع]

در قسمت نوع مجهولات می‌توان انواع Reals و یا Complexes را به کار برد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

In[1]:=
```
eq := a x^2 + b x + c == 0
Solve[eq, x]
```

Out[2]= $\left\{\left\{x \to \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}\right\}, \left\{x \to \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}\right\}\right\}$

In[3]:=
```
sol = Solve[{x + y == 5, x - y == 1}, {x, y}]
Sqrt[x^2 + Tan[y]^2] /. sol // N
```

Out[3]= {{x → 3, y → 2}}

Out[4]= {3.71139}

In[5]:=
```
Solve[x^5 - 3 x^3 + 1 == 0, x]
```

Out[5]= {{x → Root[1 - 3 #1^3 + #1^5 &, 1]},
{x → Root[1 - 3 #1^3 + #1^5 &, 2]}, {x → Root[1 - 3 #1^3 + #1^5 &, 3]},
{x → Root[1 - 3 #1^3 + #1^5 &, 4]}, {x → Root[1 - 3 #1^3 + #1^5 &, 5]}}

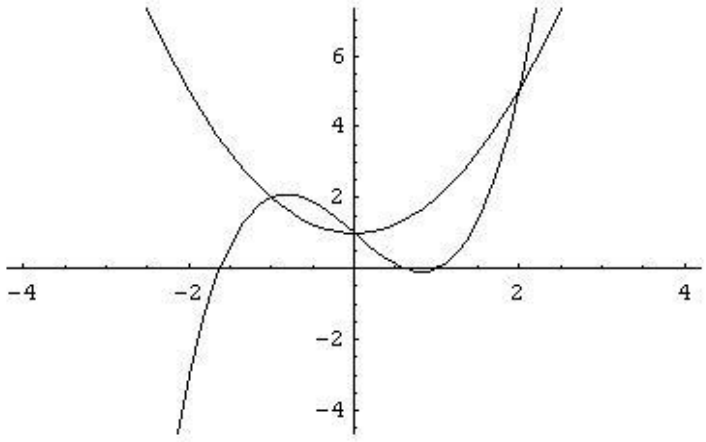
In[6]:=
```
N[%]
```

Out[6]= {{x → -1.78231}, {x → 0.741814}, {x → 1.66878},
{x → -0.314141 - 0.595441 i}, {x → -0.314141 + 0.595441 i}}

In[7]:=
```
NSolve[x + Sqrt[x] == 3, x, 20]
```

Out[7]= {{x → 1.6972243622680053534}}

In[8]:=
```
f[x_] := x^3 - 2 x + 1
g[x_] := x^2 + 1
Plot[{f[x], g[x]}, {x, -4, 4}]
```



Out[10]= - Graphics -

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

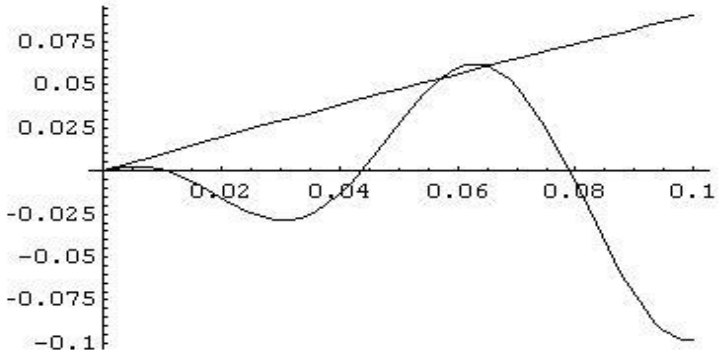
In[11]:= `solutions = Solve[f[x] == g[x], x]`

Out[11]= `{{x → -1}, {x → 0}, {x → 2}}`

In[12]:= $\sum_{k=1}^{3}$ `solutions[[k, 1, 2]]`

Out[12]= 1

In[13]:= $\text{Plot}\left[\left\{x \cos\left[\frac{100}{x+1}\right], \frac{x}{x+1}\right\}, \{x, 0, 0.1\}\right]$



Out[13]= - Graphics -

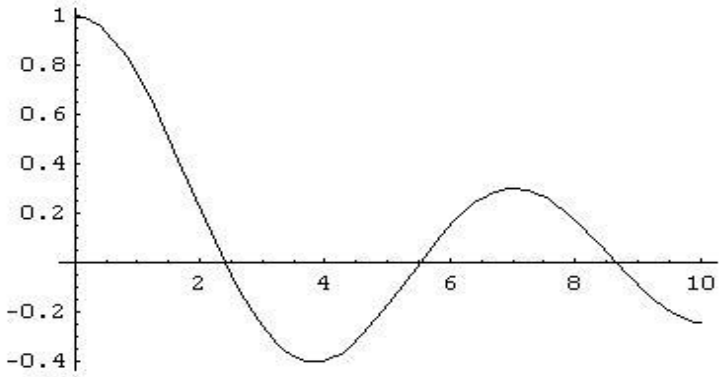
In[14]:= $\text{FindRoot}\left[x \cos\left[\frac{100}{x+1}\right] == \frac{x}{x+1}, \{x, 0.05\}\right]$

$\text{FindRoot}\left[x \cos\left[\frac{100}{x+1}\right] == \frac{x}{x+1}, \{x, 0.062\}\right]$

Out[14]= `{x → 0.057322}`

Out[15]= `{x → 0.0650013}`

In[16]:= `Plot[BesselJ[0, x], {x, 0, 10}]`



Out[16]= - Graphics -

In[17]:= `FindRoot[BesselJ[0, x], {x, 2}]`

Out[17]= `{x → 2.40483}`

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

```
In[18]:= << NumericalMath`InterpolateRoot`

In[19]:= InterpolateRoot[BesselJ[0, x], {x, 2, 3}, WorkingPrecision → 1000]

Out[19]= {x →
  2.404825557695772768621631879326454643124244909145967135706999090596765
   8:3867719402920443634376014525478689245044476986532693878804902841236594
   9:0126884553325242307143236026011466415594132518381737802547593988494316
   0:3273379257463532524324426550939340991722884724461713970218789692538913
   5:6221426383925733373539262846534059279232590850337982201049662881755860
   7:2587575262832305377331451424130700733005358131761032533236916029673849
   6:4204806909490632983052690121074404613711626025254902922183306480728314
   7:1018416840507994409114564531708703202718099456078199985737320466526025
   3:2121140696803443050901776846677097891826597463693963360494049728330721
   3:4780030536375014857409599698511627793088466802413134266097897978658232
   2:2658220824547487644700058800672460354104648068074104781755789311389464
   9:1293770015277912673587174459057512660652806833360529237066560704467281
   4:9795008510472509456111124510158927250699438334859718055893709330649382
   6:8969288990248250497988629746754964740675365558167836015215241514836470
   0:9365204269708961416414 2}

In[20]:= Reduce[{2 x + y ≤ 5 , 3 x - y > -2}, {x, y}]

Out[20]= (x ≤ 3/5 && y < 2 + 3 x) || (x > 3/5 && y ≤ 5 - 2 x)

In[21]:= Reduce[{2 x + y ≤ 5 , 3 x - y == -2}, {x, y}]

Out[21]= x ≤ 3/5 && y == 2 + 3 x
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

بردارها و ماتریس‌ها

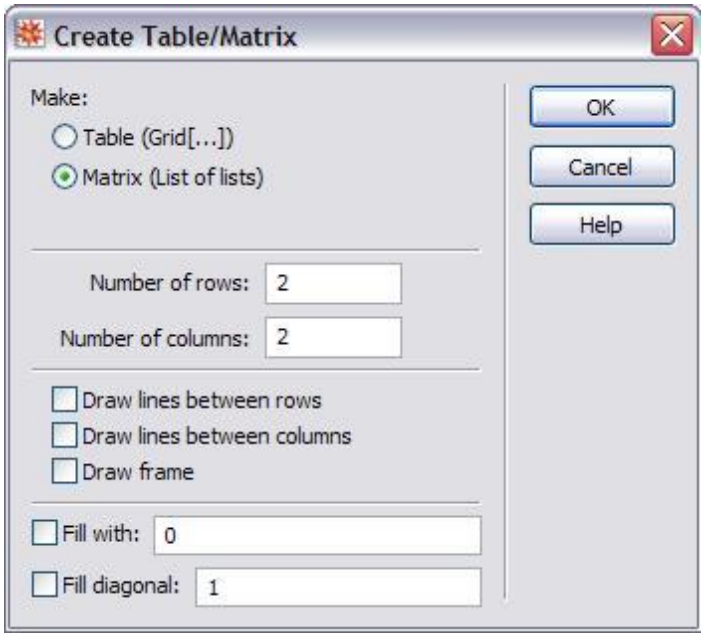
بردارها و ماتریس‌ها درواقع همان لیست ها هستند: بردار یک لیست یک بعدی و ماتریس یک لیست دوبعدی (لیستی از بردارها) است.

* برای نوشتن یک بردار یا ماتریس به صورت مولفه مولفه از روش زیر استفاده می شود :

$V = \{ x_1 , x_2 , \dots , x_n \}$

$A = \{ \{ x_{11} , x_{12} , \dots , x_{1n} \} , \dots , \{ x_{m1} , x_{m2} , \dots , x_{mn} \}\}$

* برای ورود ساده تر یک بردار و یا ماتریس می‌توان از گزینه New در قسمت Table/Matrix واقع در منوی Insert استفاده کرد:



در این پنجره با انتخاب دکمه رادیویی Matrix و نوشتن تعداد سطرها و ستون‌ها و زدن دکمه OK می‌توان ماتریس را وارد کرد.

بعد از ورود ماتریس برای جابجایی بین مکان درآیه ها از کلید Tab و یا ماوس استفاده می شود .

نکته: در Mathematica 5 از پنجره Create Table/Matrix/Palette واقع در منوی Input (با کلید میانبر Shift + Ctrl + C) استفاده می شود.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

* اگر درآیه های بردار یا ماتریس قانونمند باشند می توان از دستورهای ساخت لیست قانونمند مثل Table و Array استفاده کرد. به عنوان مثال دستورات زیر به ترتیب یک بردار n بعدی و یک ماتریس m×n ایجاد می کند :

Table[a[i] , { i , n }]

Table[a[i , j] , { i , m } , { j , n }]

* برای نمایش یک ماتریس به صورت آرایه مستطیلی از دستورات زیر استفاده می شود :

MatrixForm[نام ماتریس]

MatrixForm // نام ماتریس

برخی از دستورات مربوط به محاسبات ماتریسی و برداری عبارتند از :

* اندازه (نرم) بردار V :

Norm[V]

* جمع دو بردار V_1 و V_2 هم بعد :

$V_1 + V_2$

* تفریق V_2 از V_1 هم بعد :

$V_1 - V_2$

* ضرب اسکالر λ در بردار V :

λ V

* ضرب داخلی دو بردار هم بعد V_1 و V_2 :

$V_1 . V_2$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

نکته : اگر بجای نقطه از علامت ضرب اعداد (جای خالی ، * و یا ×)استفاده شود بردارها مولفه مولفه در هم ضرب می شوند و جواب بجای عدد بردار است.

* ضرب خارجی دو بردار سه بعدی V_1 و V_2 :

Cross[V_1 , V_2]

نکته: ضرب خارجی را می‌توان توسط دستور $V_1 \times V_2$ نیزانجام داد که برای وارد کردن نماد"×" ازکلید های Esc+cross+Esc استفاده می شود.

* مولفه i ام بردار V :

V[[i]]

* جمع و تفریق دو ماتریس هم مرتبه :

($m_1 \pm m_2$) // MatrixForm

* ضرب دو ماتریس در صورت امکان :

(m_1 . m_2) // MatrixForm

نکته: اگر بجای نقطه از علامت ضرب اعداد (جای خالی ، * و یا ×)استفاده شود ماتریس‌ها مولفه مولفه در هم ضرب می شوند.

* محاسبه ترانهاده ماتریس :

(Transpose[ماتریس]) // MatrixForm

* تعیین مرتبه (تعداد سطرها و ستون‌های) ماتریس :

Dimensions[ماتریس]

* محاسبه ماتریس همیوغ مختلط (مزدوج) ماتریس (i - **à** i) :

(Conjugate[ماتریس]) // MatrixForm

* تعیین دترمینان ماتریس مربعی :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Det[ماتریس]

* تعیین رد ماتریس مربعی (جمع عناصر قطر اصلی) :

Tr[ماتریس]

* ماتریس معکوس ماتریس مربعی در صورت وجود :

(Inverse[ماتریس]) // MatrixForm

* توان n ام ماتریس مربعی :

(MatrixPower[ماتریس , n]) // MatrixForm

* ماتریس e^A :

(MatrixExp[ماتریس]) // MatrixForm

* ماتریس همانی مرتبه n :

(IdentityMatrix[n]) // MatrixForm

* ماتریس قطری مرتبه n با عناصر قطری a_1 ، a_2 و ... و a_n :

(DiagonalMatrix[{ a_1 , a_2 , … , a_n }]) // MatrixForm

* تعیین درآیه سطر i ام و ستون j ام ماتریس :

نام ماتریس[[i , j]]

* خل دستگاه خطی AX=B :

LinearSolve[A , B]

* حل دستگاه همگن AX=0 :

NullSpace[A]

* چندجمله ای مشخصه ماتریس با متغیر x :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

CharacteristicPolynomial[ماتریس , x]

* ویژه مقادیر ماتریس :

Eigenvalues[ماتریس]

* ویژه مقادیر ماتریس به صورت عددی تا n رقم اعشار :

Eigenvalues[N[ماتریس , n]]

* ویژه بردارهای ماتریس :

Eigenvectors[ماتریس]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= m1 = {{4, 3 - I, 8}, {3 + I, 0, -2}, {8, -2, 3}} // MatrixForm

m2 = {{7, 4 - I, 8 I}, {3 - I, 0, 5}, {8, 1, 3}} // MatrixForm

(m1 + m2.m1) // MatrixForm

{Det[m1], Det[m2]}

Inverse[m1].m1 // MatrixForm

{λ1, λ2, λ3} = Eigenvalues[m1] // N

Eigenvectors[m1] // N // MatrixForm
```

Out[1]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 4 & 3-i & 8 \\ 3+i & 0 & -2 \\ 8 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 7 & 4-i & 8i \\ 3-i & 0 & 5 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 45+65i & 24-24i & 56+26i \\ 55-3i & -2-6i & 37-8i \\ 67+i & 16-8i & 74 \end{pmatrix}$$

Out[4]= $\{-142, 100 + 5i\}$

Out[5]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[6]= {11.6263, -6.50412, 1.87784}

Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1.10608 + 0.0254242i & 0.111199 + 0.101697i & 1. \\ -0.995078 + 0.0342936i & 0.771746 + 0.137174i & 1. \\ -0.64517 - 0.14301i & -2.0196 - 0.572038i & 1. \end{pmatrix}$$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

In[8]:=
```
If[TrueQ[Conjugate[Transpose[m1]] == m1] , Print["m1 is Hermition Matrix "],
 Print["m1 is not Hermition Matrix "]]
If[TrueQ[Conjugate[Transpose[m2]] == m2] , Print["m2 is Hermition Matrix "],
 Print["m2 is not Hermition Matrix "]]
```

```
m1 is Hermition Matrix
m2 is not Hermition Matrix
```

In[10]:=
```
v1 = {1, i, 3 - i}; v2 = {√2 , 3 i, 7};
Norm[v1]
(Cross[v1, v2] + 2 v2).(3 v1 + v2) // N
∑_{j=1}^{3} v1[[j]]
```

Out[11]= $2\sqrt{3}$

Out[12]= $200.485 - 42.\,i$

Out[13]= 4

In[14]:=
```
A = {{3, 4, 5}, {-2, 8, 2}, {4, -3, 5}}; B = {{5}, {-6}, {7}};
LinearSolve[A, B] && Clear[A, B]
```

Out[15]= $\left\{\left\{\frac{27}{10}\right\}, \left\{\frac{1}{10}\right\}, \left\{-\frac{7}{10}\right\}\right\}$ && Null

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

نمایش داده ها و گرافیک

گرافیک دو بعدی

یکی از ویژگی‌های مهم Mathematica توانایی بالای این نرم افزار در کشیدن اشکال دوبعدی، سه بعدی و یا ایجاد شکل های متحرک (انیمیشن) می باشد. دستور Plot دستوری پایه برای کشیدن توابع یک متغیره در یک بازه می باشد :

* رسم تابع f در بازه [a,b] :

Plot[f[x] , { x , a , b }]

* رسم توابع f و g و ... در بازه [a,b] :

Plot[{f[x] , g[x] , … } , { x , a , b }]

* برای نمایش دو یا چند نمودار با هم (بخصوص در مواردی که دو تابع دامنه رسم متفاوتی داشته باشند) از دستور Show استفاده می شود. اگر g_1 ، g_2 و ... عناصر گرافیکی باشند (Graphics) برای نمایش همزمان آنها از دستور استفاده می شود :

Show[{ g_1 , g_2 , … }]

در حالت کلی آرگومان Show می‌تواند یک آرایه از عناصر گرافیکی باشد . اگر این آرایه با دستور GraphicsArray ایجاد شود عناصر گرافیکی به صورت مجزا ولی در آرایه مستطیلی (وابسته به نوع آرایه تعریف شده توسط این دستور) به نمایش در می آیند :

* آرایه یک بعدی از گراف ها :

g=GraphicsArray[{ g_1 , g_2 , … }]

* آرایه دو بعدی از گراف ها :

g=GraphicsArray[{ { g_{11} , g_{12} , … } , { g_{21} , g_{22} , … } , … }]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* دستور Plot دارای Option های زیادی است که با نوشتن دستور Options[Plot] قابل مشاهده است ، دستور Plot همراه با Option به صورت زیر به کار می رود :

Plot[{f[x] , g[x] , … } , { x , a , b } , Option **à** Value]

درواقع Mathematica با استفاده از این Option ها امکانات زیادی را جهت کنترل خروجی گرافیکی فراهم آورده است. در زیر به برخی از این Option ها اشاره می کنیم :

* محورهای مختصات را با "x" و "y" نامگذاری می کند :

AxesLabel **à** { "x" , "y" }

* محورها را نشان نمی دهد :

Axes **à** None

* حدود محورهای افقی و عمودی را به ترتیب [a,b] و [c,d] قرار می دهد :

PlotRange **à** {{ a,b} , { c,d }}

* نمایش نمودار در چهارچوب :

Frame **à** True

* تعیین برچسب "x" و "y" برای چهارچوب :

FrameLabel **à** { "x" , "y" }

* رسم نمودار با ضخامت n (عددی بین صفر و یک که ضخامت را نسبت به پهنای گراف می سنجد) :

PlotStyle **à** Thickness[n]

* رسم نمودار با رنگی که از ترکیب سه رنگ اصلی قرمز، سبز و آبی به ترتیب با وزن های r ، g و b (اعداد حقیقی بین صفر و یک) ایجاد می شود :

PlotStyle **à** RGBColor[r , g , b]

* رسم نمودار با رنگی با طیف h ، اشباع s و درخشندگی b (اعداد حقیقی بین صفر و یک) :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

PlotStyle **à** Hue[h , s , b]

نکته: نوشتن دستور فوق به صورت Hue[h] معادل Hue[h,1,1] است.

* نسبت مقیاس عمودی به افقی را r می‌گذارد (مقدار پیش فرض یک به روی عدد طلایی است) :

AspectRatio **à** r

* رسم نمودار با خط چین کوچک یا بزرگ (x می تواند یکی از عبارات Tiny یا Large یا ... باشد)

PlotStyle **à** Dashing[x]

نکته: توجه شود که اگر دستور Plot برای رسم چند تابع به کار می رود برای کل آنها فقط یک "عنوان" Option به کار می رود ولی تمام مقادیر وابسته به آن Option برای توابع درون یک لیست قرار می گیرند. به عنوان مثال دستور زیر نمودارهای سینوس و کسینوس را در بازه صفر تا π و با رنگهای قرمز و سبز رسم می کند :

Plot[{Sin[x],Cos[x]} , { x,0,π } , PlotStyle **à** { Hue[0] , Hue[0.4] }]

برخی دیگر از دستورات رسم در Mathematica که برای رسم اشکال دوبعدی خاص بکار می روند به صورت زیر است :

* رسم دایره‌ای رنگی به مرکز (x,y) و شعاع r :

- در Mathematica 5 :

Show[Graphics[Circle[{x,y} ,r] , DefaultColor **à** Hue[n] , BackColor **à** Hue[m]]]

- در Mathematica 6 :

Graphics[{ Hue[n] , Circle[{x,y} ,r] }]

* رسم دیسکی رنگی به مرکز (x,y) و شعاع r :

- در Mathematica 5 :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Show[Graphics[Disk[{x,y} ,r] , DefaultColor à Hue[n] , BackColor à Hue[m]]]

- در Mathematica 6 :

Graphics[{ Hue[n] , Disk[{x,y} ,r] }]

* رسم نقطه (x,y) رنگی :

- در Mathematica 5 :

Show[Graphics[Point[{x,y}] , DefaultColor à Hue[n] , BackColor à Hue[m]]]

- در Mathematica 6 :

Graphics[{ Hue[n] , Point[{x,y}] }]

نکته: در دستور فوق می توان به جای یک نقطه، لیستی از نقاط را نیز قرار داد.

نکته: برای رسم نقاط در سه بعد از دستور Graphics3D می توان استفاده کرد.

* رسم خط رنگی شکسته ای که نقاط را به هم وصل می کند با رنگ زمینه :

- در Mathematica 5 :

Show[Graphics[Line[{{ x_1, y_1},{ x_2 , y_2 }, … }] , DefaultColor à Hue[n] , BackColor à Hue[m]]]

- در Mathematica 6 :

Graphics[{ Hue[n] , Line[{{ x_1, y_1},{ x_2 , y_2 }, … }] }]

* رسم مستطیل با رنگ دلخواه :

- در Mathematica 5 :

Show[Graphics[{ Hue[n] ,Rectangle[{{ x_1, y_1},{ x_2 , y_2 } }] }]]

- در Mathematica 6 :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Graphics[{ Hue[n] , Rectangle[{{ x_1, y_1},{ x_2 , y_2 } }] }]

نکته: دستور Graphics دارای Option های زیاد دیگری است که از جمله می توان به ویژگی Axes **à** True یا ویژگی Frame **à** True اشاره کرد که باعث نمایش محورها یا فریم می شود.

برای رسم توابع پارامتری در Mathematica از دستورات زیر استفاده می شود :

* رسم منحنی پارامتری x=x(t) و y=y(t) در بازه (a,b) :

ParametricPlot[{x[t],y[t]} ,{ t,a,b}]

* رسم منحنی‌های پارامتری $x_1(t)$ و $y_1(t)$ ، $x_2(t)$ و $y_2(t)$ و ... در بازه (a,b) :

ParametricPlot[{{x_1[t],y_1[t]} , {x_2[t],y_2[t]} , … } ,{ t,a,b}]

برای رسم توابع ضمنی از دستور زیر استفاده می شود :

ContourPlot[f[x , y] == 0 , {x , a , b} , {y , c , d}]

نکته: در Mathematica 5 برای رسم توابع ضمنی باید ابتدا بسته زیر را لود کرد :

<<Graphics`ImplicitPlot`

و سپس دستور زیر را به کار برد :

ImplicitPlot[f[x,y] == 0 , { x , a , b }]

برای رسم منحنی در مختصات قطبی دوبعدی از دستورات زیر استفاده می شود :

* رسم منحنی $r=f(\theta)$ در بازه $a< \theta < b$:

PolarPlot[f[θ] , { θ , a , b }]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* رسم منحنیهای $r=f_1(\theta)$ ، $r=f_2(\theta)$ و ... در بازه $a< \theta < b$:

PolarPlot[{ $f_1[\theta]$, $f_2[\theta]$, ... } , { θ , a , b }]

نکته: در Mathematica 5 برای استفاده از دستور PolarPlot ابتدا بایدا بسته زیر را لود کرد:

<<Graphics`Graphics`

برخی از دستورات Mathematica که برای رسم یک لیست از نقاط بکار می رود، عبارتند از :.

* اگر { ... , x3 , x2, x1}=x یک لیست یک بعدی باشد، دستور زیر مجموعه نقاط { ... , (x2,f(x2)) , (x1,f(x1)) } را رسم می کند :

ListPlot[f(x) , Options]

* برای رسم مجموعه نقاط { ... , $\{x_2,y_2\}$, $\{x_1,y_1\}$} از دستور زیر استفاده می شود :

ListPlot[{ $\{x_1,y_1\}$, $\{x_2,y_2\}$, ... }]

نکته: تعدادی از Option های دستور ListPlot شبیه Option های دستور Plot است. از مهمترین Option های این دستور می‌توان به RGBColor[r,g,b] **à** DefaultColor و PointSize[n] **à** PlotStyle (n عدد حقیقی بین صفر و یک) اشاره کرد.

گرافیک سه بعدی

یکی از مزایای دیگر Mathematica توانایی رسم نمودارهای مختلف سه بعدی می باشد، که در ادامه به بررسی چند دستور مهم در این زمینه می پردازیم.

* برای رسم رویه $z = f(x,y)$ در ناحیه مستطیلی $a < x < b$ و $c < y < d$ از دستور زیر استفاده می شود :

Plot3D[f[x,y] , { x , a , b } , { y , c , d }]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

این دستور نیز مانند دستور Plot دارای Option های زیادی است که ما در اینجا به برخی از آنها اشاره می کنیم :

* نام‌گذاری محورها با "x" ، "y" و "z" :

AxesLable **à** { "x" , "y" , "z" }

* رسم رویه بدون نمایش محورهای مختصات :

Axes **à** None

* رسم رویه بدون نمایش چهارچوب :

Boxes **à** None

* رسم رویه بدون مش بندی :

Mesh **à** False

* قرار دادن زاویه دید از نقطه (α,β,γ) :

ViewPoint **à** (α , β , γ)

برخی از دستورات رسم نمودارهای پارامتری در سه بعد عبارتند از :

* دستور رسم رویه پارامتری در سه بعد به صورت زیر است :

ParametricPlot3D[{ x[s,t] , y[s,t] , z[s,t] } , { s , s_1 , s_2 } , { t , t_1 , t_2 }]

* برای رسم خم پارامتری از دستور زیر استفاده می شود :

ParametricPlot3D[{ x[,t] , y[t] , z[t] } , { t , t_1 , t_2 }]

---

* برای رسم منحنی در مختصات کروی از دستور زیر استفاده می شود :

SphericalPlot3D[r[θ , p] , { θ , θ_1 ,θ_2 } , { ϕ , ϕ_1 , ϕ_2 }]

نکته: در Mathematica 5 برای رسم منحنی در مختصات استوانه‌ای و قطبی کروی ابتدا باید بسته زیر را باز کرد :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

<<Graphics`ParametricPlot3D`

و سپس دستورات زیر را بکار برد :

CylindricalPlot3D[z[r , θ] , { r , r_1 , r_2 } , { θ , θ_1 , θ_2 }]

SphericalPlot3D[r[θ , ϕ] , { θ , θ_1 ,θ_2 } , { ϕ , ϕ_1 , ϕ_2 }]

---

* دو دستور مهم دیگر که به ترتیب برای رسم نمودار تراز و چگالی رویه z = f (x,y) به کار می رود عبارتند از :

ContourPlot[f[x,y] , { x , a , b } , { y , c , d }]

DensityPlot[f[x,y] , { x , a , b } , { y , c , d }]

---

* برای رسم مجموعه ای از نقاط در سه بعد از دستور Graphics3D استفاده می شود :

Graphics3D[Point[لیست نقاط]]

Graphics3D[{ PointSize[x] , Point[لیست نقاط] }]

که در رابطه فوق x می تواند یکی از عبارات Small ، Large و یا ... باشد.

نکته: در Mathematica 5 برای رسم مجموعه‌ای از نقاط در سه بعد می‌توان ابتدا بسته زیر را لود کرده و سپس دستور ScatterPlot3D را به کار برد :

<<Graphics`Graphics3D`

ScatterPlot3D [لیست نقاط]

یکی از مهم‌ترین Option های این دستور PoinSize [n] **à** PlotStyle می باشد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

علوه بر دستورات گرافیکی فوق دستورات بسیار زیاد دیگری از جمله ListPlot3D (برای رسم آرایه ارتفاع‌دار در سه بعد)، ContourPlot3D (رسم نمودار تراز تابع سه متغیره) ، LogPlot (رسم نمودار لگاریتمی)، RegionPlot (برای رسم محدوده جواب نامعادلات) و ... وجود دارد که برای اطلاع درمورد آن ها سری به Help برنامه بزنید.

نکته: در Mathematica 5 به جای دستور RegionPlot دستور InequalityPlot وجود دارد.

انیمیشن و متحرک‌سازی

انیمیشن و متحرک‌سازی در Mathematica 5

عمل متحرک سازی یک بحث جالب و جذاب است که هم درمورد اشکال دوبعدی و هم درمورد اشکال سه بعدی قابل استفاده است. ایده اصلی در این بحث ایجاد دنباله ای از Frame هاست ، با نمایش پشت سرهم این Frame ها، شکل متحرک ایجاد خواهد شد . بعد از ایجاد دنباله Frame ها در یک بلاک، کافیست روی یکی از آنها دوبار کلیک کنیم (یا اینکه همه Frame ها را انتخاب و کلیدهای Ctrl + y را فشار دهیم) تا انیمیشن ایجاد شود. هرچه تعداد Frame ها بیشتر و تفاوت Frame های متوالی کمتر باشد انیمیشن زیباتر خواهد بود.

* برای ایجاد Frame ها روش‌های متعددی وجود دارد ، مثلا می‌توان تعدادی عکس را با دستور Import (این دستور بعدا توضیح داده می‌شود) وارد کرد و از آنها شی متحرک ایجاد نمود .

* یکی از ساده ترین روش ها استفاده از دستورات تکرار و گرافیکی با هم است مثلا می توان دستورات زیر را بکار برد :

Do [Plot [f[x,t] , { x , a , b }] , {t , t_1 , t_2 , dt}]

Do [Plot3D [f[x,y,t] , { x , a , b } , { y, c ,d }] , {t , t_1 , t_2 , dt}]

در دستورات فوق به اندازه Floor[(t_2 - t_1) / dt] فریم ایجاد خواهد شد که با پشت سرهم نمایش دادن آنها انیمیشن نمایش داده می شود.

* برای ذخیره این انیمیشن به صورت فایل gif که در خارج از Mathematica نیز قابل مشاهده باشد (با برنامه Internet Explorer می‌توان فایل‌های gif ایجاد شده در Mathematica را باز کرد) می توان از روش زیر استفاده نمود :

1- ابتدا کلیه Frame ها را در آرایه‌ای ذخیره می کنیم (هر عضو آرایه یک Frame)
2- مسیر دلخواه خود را برای ذخیره فایل مشخص می کنیم که این کار توسط دستور زیر صورت می گیرد :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

SetDirectory[" مسیر مورد نظر "]

اگر این دستور را به کار نبریم فایل در مسیر پیش فرض که به صورت زیر است ذخیره می شود :

مسیر نصب \ Wolfram Research \ Mathematica \ 5.1

3- دستور زیر را برای ایجاد فایل gif با نام و اندازه دلخواه به کار می بریم :

Export[" نام فایل . gif " , نام آرایه , ImageSize **à** { عرض تصویر , طول تصویر }]

نکته : برای انکه بدانیم مسیر کنونی Mathematica چیست از دستور Directory[] استفاده می کنیم.

به عنوان مثالی از متحرک سازی در Mathematica 5 به دستورات زیر توجه کنید :

```
i = 0 ;
Do [ i = i +1 ; g[ i ]=Plot[ Sin[ x – 2 t ] , { x , 0 , 10 Pi }] , { t , 0 , 3 , 0.1 } ] ;
n = i ;
gg = Table[ g[ i ] , { i , 1 , n } ] ;
SetDirectory [ " C : \ Documents and Settings \ All Users \ Application Data \ Mathematica " ]
Export[ "wave.gif " ,  gg , ImageSize à { 100 , 350 } ]
```

انیمیشن و متحرک‌سازی در Mathematica 6

در ورژن 6 نرم افزار Mathematica برای ایجاد انیمیشن دستورات جدید Animate و ListAnimate اضافه شده است که کار متحرک سازی را بسیار ساده می کند.

* دستور Animate یک پارامتری دارای شکل کلی زیر است :

Animate [graphic[t] , {t , t_1 , t_2 }]

در این عبارت graphic[t] می تواند هر عنصر گرافیکی دلخواهی که وابسته به پارامتر t است، باشد.

* دستور Animate دو پارامتری دارای شکل کلی زیر است :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Animate [graphic[t , u] , {t , t_1 , t_2 } , {u , u_1 , u_2 }]

در این عبارت graphic[t , u] می تواند هر عنصر گرافیکی دلخواهی که وابسته به دو پارامتر t و u است، باشد.

دستور Animate دارای Option های زیادی است که برخی از آن ها عبارتند از :

* تعیین جهت حرکت انیمیشن (x می تواند یکی از عبارات Forward ، Backward یا ForwardBackward باشد) :

AnimationDirection **à** x

* تعیین سرعت حرکت انیمیشن :

AnimationRate **à** عدد

* تعیین اینکه آیا انیمیشن به طور اتوماتیک اجرا شود یا به صورت دستی (x می تواند True یا False باشد و مقدار پیش فرض آن True است) :

AnimationRunning **à** x

به عنوان مثال هایی از متحرک سازی در Mathematica 6 به دستورات زیر توجه کنید :

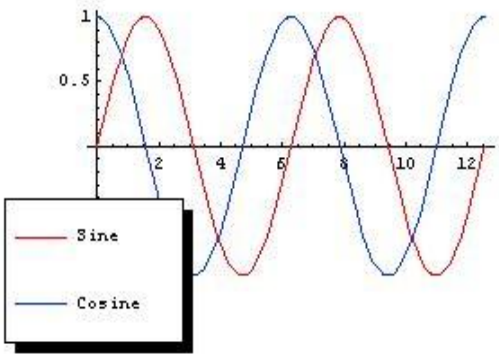
Animate[Plot[Sin[x+a] , { x , 0 , 10 }], { a , 0 , 5 }]

Animate[Plot[Sin[a x] + Sin[b x] ,{ x , 0 , 10} , PlotRange **à** 2] , { a , 1 , 5} , {b , 1 , 5}]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

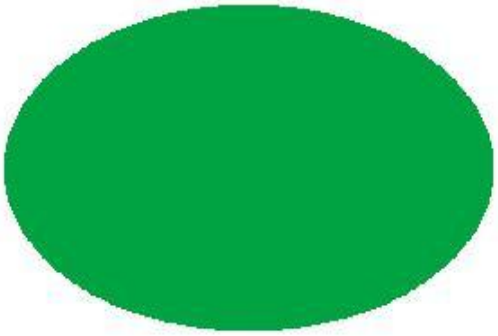
مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= <<Graphics`Legend`
        Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 4 π}, PlotStyle → {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 0.2, 1]},
         PlotLegend → {"Sine", "Cosine"}]
```



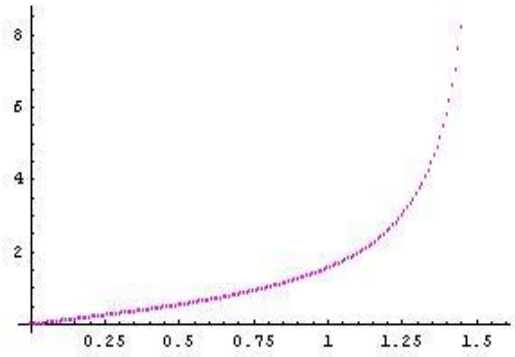

```
Out[2]= - Graphics -
```

```
In[3]:= g = Graphics[Disk[{0, 0}, 2], DefaultColor → Hue[0.4, 1, 0.8 .8]];
        Show[g]
```



```
Out[4]= - Graphics -
```

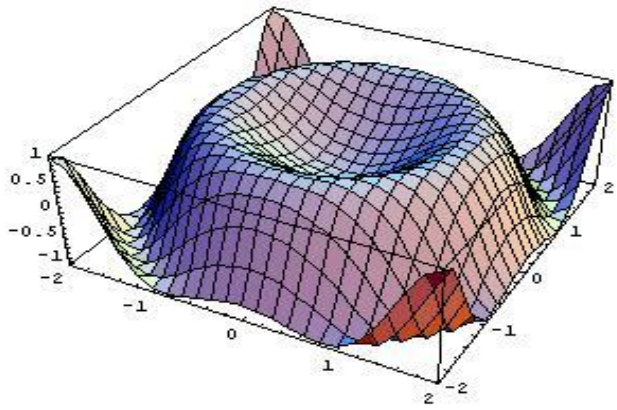
```
In[5]:= Show[Graphics[{RGBColor[1, 0, 1], Point /@ Table[{i, Tan[i]}, {i, 0, π/2, 0.01}]}], Axes → True]]
```



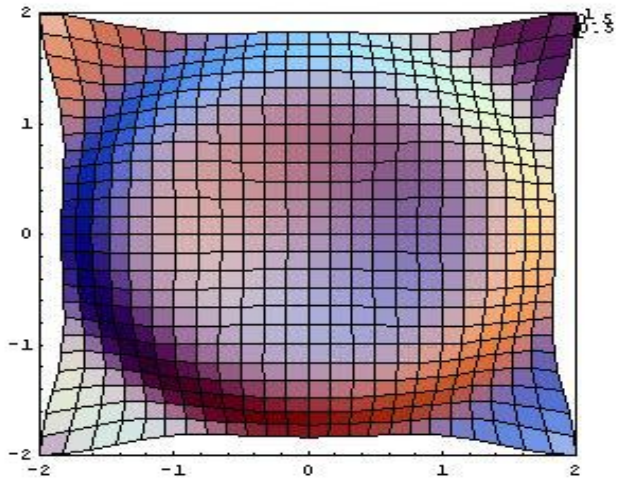

```
Out[5]= - Graphics -
```


www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

In[6]:=
```
Plot3D[Sin[x^2 + y^2], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]
Plot3D[Sin[x^2 + y^2], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, ViewPoint → {0, 0, 4}]
```

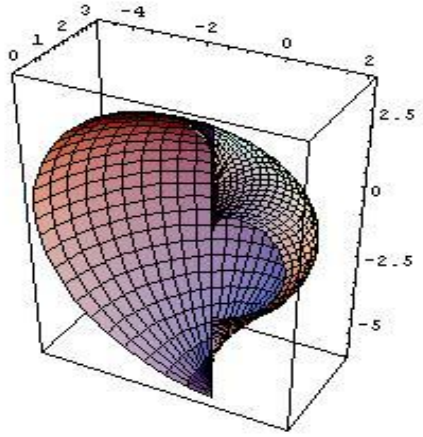


Out[6]= - SurfaceGraphics -



Out[7]= - SurfaceGraphics -

In[8]:=
```
<<Graphics`ParametricPlot3D`
SphericalPlot3D[θ + ϕ, {θ, 0, π}, {ϕ, 0, π}]
```

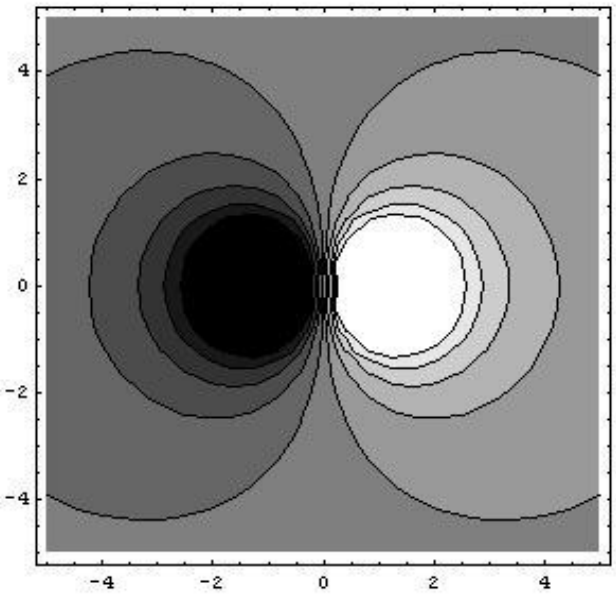


Out[9]= - Graphics3D -

www.riazisara.ir

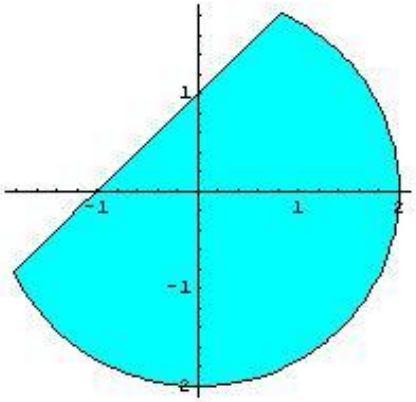
دانلود از سایت ریاضی سرا

In[10]:=
```
(* Draw Electric Potential Of Electric Dipole *)
q = 1; a = 1; k = 1;
ContourPlot[kq/Sqrt[(x - a)^2 + y^2] - kq/Sqrt[(x + a)^2 + y^2], {x, -5, 5}, {y, -5, 5}]
```



Out[11]= - ContourGraphics -

In[12]:=
```
<< Graphics`InequalityGraphics`
InequalityPlot[{x^2 + y^2 ≤ 4, x - y > -1}, {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]
```



Out[13]= - Graphics -

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

معادلات دیفرانسیل

معادلات دیفرانسیل معمولی

معادله دیفرانسیل معمولی رابطه ای است میان متغیر وابسته y ، متغیر مستقل x و مشتقات متغیر y نسبت به x که بزرگترین مرتبه مشتق گیری درون معادله را مرتبه آن معادله گویند. یکی دیگر از توانایی های نرم افزار Mathematica، توانایی حل صریح و یا عددی معادلات دیفرانسیل می باشد. نوشتن یک معادله دیفرانسیل در Mathematica بسیار ساده است، به عنوان مثال معادله $xy''+2y=\cos(x)$ را در Mathematica به صورت زیر است :

x y''[x] + 2 y[x] == Cos[x] یا $x\partial_{x,x}y[x] + 2y[x] == Cos[x]$

گاهی اوقات دنبال جوابی از معادله هستیم که شرایط اولیه و یا مرزی خاصی را برآورده می کند. نوشتن این شرایط نیز ساده است، مثلا شرایط y(0)=1 و یا y''(2)=5 به ترتیب به صورت y[0] == 1 و y''[2] == 5 نوشته می شوند.

دستورات زیر برای حل صریح معادلات دیفرانسیل معمولی به کار می رود :

* حل یک معادله دیفرانسیل معمولی :

DSolve[معادله دیفرانسیل , y[x] , x]

* حل معادله دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه یا مرزی :

DSolve[{ معادله دیفرانسیل , شرایط اولیه یا مرزی } , y[x] , x]

* حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با شرایط اولیه یا مرزی :

DSolve[{ معادله 1 , معادله 2 , ... , شرط 1 , شرط 2 , ... } , {y_1[x] ,y_2[x] , ... } , x]

خروجی دستورات فوق یک لیست شامل توابع جواب معادله دیفرانسیل است که می‌توان با دستور [[ ]] به آن ها دسترسی پیدا کرد.

در بسیاری از معادلات دیفرانسیل جواب تحلیلی صریح وجود ندارد و یا اینکه محاسبه آن بسیار دشوار است، در این موارد استفاده از روش های عددی لازم خواهد شد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* برای بدست آوردن جواب عددی یک معادله دیفرانسیل بدون پارامتر با شرایط اولیه یا مرزی مشخص از دستور NDSolve استفاده می شود، شکل کلی این دستور به صورت زیر است :

NDSolve[{ معادله 1 , معادله 2 , ... , شرط 1 , شرط 2 , ... } , {y_1[x] ,y_2[x] , ... } , {x , a, b }]

این دستور، دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی را به صورت عددی در بازه (a,b) حل میکند. خروجی این دستور یک Interpolating function است . برای کار با این نوع تابع لازم است که ابتدا آن را در متغیری ذخیره کرده و سپس از طریق نماد " /." از آن استفاده کنیم . به عنوان مثال دستورات زیر را ببینید :

```
Solution = NDSolve [ { y''[x] + 2y'[x] +y[x] == -2  , y[0]==1 , y'[0]==0 } , y[x[ , {x,0,10} ];
var=Input[ "Enter  Real Number between 0 and 10 : "];
Print[ "y(", var , ") = " , y[var] / . Solution]
Plot[ Evaluate[ y[x] / . Solution ] , { x , 0, 10 }]
```

* این دستور دارای Option های زیادی می باشد . از جمله موارد می‌توان به MaxSteps (در جاهایی که طول بازه زیاد است باید مقدار این Option را زیاد کرد) ، WorkingPrecision ، Method و ... اشاره کرد.

معادلات دیفرانسیل جزئی

اگر تابع متغیر وابسته شامل چند متغیر مستقل باشد و مشتقات آن نسبت به متغیرهایش در معادله ظاهر شود معادله دیفرانسیل را جزئی گویند. مهمترین معادلات دیفرانسیل جزئی در فیزیک معادله موج ، معادله لاپلاس ، معادله شرویدینگر و معادله گرما می باشند. به عنوان مثال معادله موج در یک بعد به صورت $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ است که در Mathematica می توان آن را به صورت $\partial_{x,x}\psi[x,t] == \frac{1}{c^2}\partial_{t,t}\psi[x,t]$ نوشت . معادلات دیفرانسیل جزئی نیز می‌توانند دارای شرط مرزی باشند مثلا شرط ψ[x,0] == Cos[x]، یک شرط اولیه برای معادله موج یک بعدی است.

* برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی از همان دستورات DSolve و NDSolve به صورت زیر استفاده می شود :

DSolve[{ معادله دیفرانسیل , شرایط اولیه یا مرزی } , y , { x_1 , x_2 , ... }]

NDSolve[{ معادله دیفرانسیل , شرایط اولیه یا مرزی } , y , { x_1 , a_1 , b_1 } , { x_2 , a_2 , b_2 } , ...]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دستور دوم معادله را در ابر مکعب مستطیل $a_1 < x_1 < b_1$ ، $a_2 < x_2 < b_2$ و .... به صورت عددی حل می کند.

* اگر تعداد متغیرهای مستقل دو عدد باشد، جواب معادله را می‌توان توسط دستور زیر رسم کرد (خروجی دستور NDSolve در متغیر Solution ذخیره شده است) :

Plot3D[Evaluate [$y[x_1,x_2]$ / . Solution] , { x_1 , a_1 ,b_1 } , { x_2 , a_2 , b_2 }]

* برای حل معادلات دیفرانسیل می‌توان از روش سری توانی ، تبدیل لاپلاس ، تبدیل فوریه و ... نیز استفاده کرد ، برای کسب اطلاعات بیشتر درمورد روش های حل معادلات دیفرانسیل به Help نرم افزار مراجعه کنید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

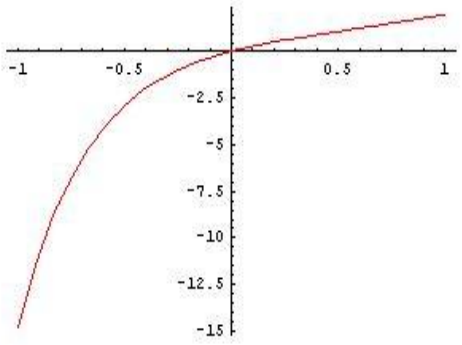
```
In[1]:= DSolve[y''[x] == -y[x], y, x]
```

Out[1]= {{y → Function[{x}, C[1] Cos[x] + C[2] Sin[x]]}}

```
In[2]:= eq = y''[x] + 2 y'[x] - 3 y[x] == 0
        sol1 = DSolve[{eq, y[0] == 0, y[1] == 2}, y, x]
        Plot[y[x] /. sol1, {x, -1, 1}, PlotStyle → Hue[10]]
        y[-1] /. sol1 // N
```

Out[2]= $-3\,y[x] + 2\,y'[x] + y''[x] == 0$

Out[3]= $\left\{\left\{y \to \text{Function}\left[\{x\}, \frac{2\,e^{3-3x}\,(-1+e^{4x})}{-1+e^4}\right]\right\}\right\}$



Out[4]= - Graphics -

Out[5]= {-14.7781}

```
In[6]:= sol2 = DSolve[{x''[t] == -y[t], y''[t] == x[t], x[0] == 0, x'[0] == 1, y[0] == 2, y'[0] == 3}, {x[t], y[t]}, t]
```

Out[6]=
$$\left\{\left\{x[t] \to -\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{\sqrt{2}}}\left(2\sqrt{2}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] - 2\sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] - 2\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + \sqrt{2}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2e^{\sqrt{2}t}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + \sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right]\right),\right.\right.$$
$$y[t] \to \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{\sqrt{2}}}\left(2\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] - \sqrt{2}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2e^{\sqrt{2}t}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + \right.$$
$$\left.\left.\left.\sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2\sqrt{2}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2\sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right]\right)\right\}\right\}$$

```
In[7]:= x[t_] = sol2[[1, 1, 2]]
```

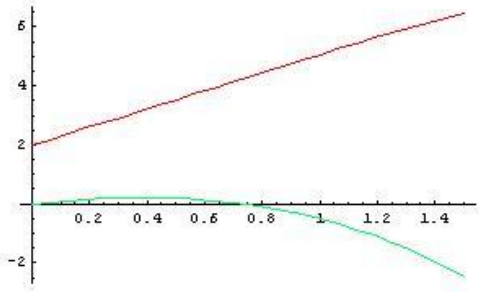
Out[7]=
$$-\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{\sqrt{2}}}\left(2\sqrt{2}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] - 2\sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] - 2\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + \sqrt{2}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2e^{\sqrt{2}t}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + \sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right]\right)$$

```
In[8]:= y[t_] = sol2[[1, 2, 2]]
```

Out[8]=
$$\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{\sqrt{2}}}\left(2\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] - \sqrt{2}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2e^{\sqrt{2}t}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + \sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Cos}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2\sqrt{2}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right] + 2\sqrt{2}\,e^{\sqrt{2}t}\,\text{Sin}\left[\frac{t}{\sqrt{2}}\right]\right)$$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

In[9]:=
```
Plot[{x[t], y[t]}, {t, 0, 1.5}, PlotStyle → {Hue[0.4], Hue[3]}]
```



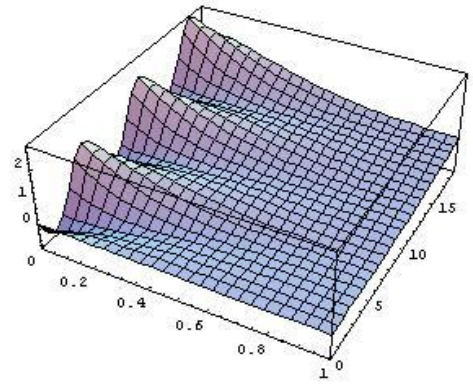
Out[9]= - Graphics -

In[10]:=
```
eq2 := ∂x,x ψ[x, t] == 1/v^2 ∂t,t ψ[x, t]
```

In[11]:=
```
DSolve[eq2, ψ[x, t], {x, t}]
```

Out[11]=
$$\left\{\left\{\psi[x, t] \to C[1]\left[t - \frac{\sqrt{v^2}\, x}{v^2}\right] + C[2]\left[t + \frac{\sqrt{v^2}\, x}{v^2}\right]\right\}\right\}$$

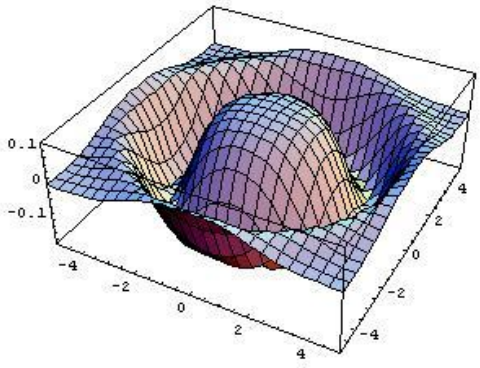
In[12]:=
```
solution =
  u /. First[NDSolve[{∂t u[x, t] == 2 ∂{x,2} u[x, t]/(9 π^2), u[x, 0] == 0, u[0, t] == t/10 - Sin[t], u^(1,0)[1, t] == 0},
    u, {x, 0, 1}, {t, 0, 6 π}]]; Plot3D[solution[x, t], {x, 0, 1}, {t, 0, 6 π}, PlotRange -> All,
  PlotPoints -> 25];
```



In[13]:=
```
sol =
  First[NDSolve[{∂t,t u[t, x, y] == ∂x,x u[t, x, y] + ∂Y,Y u[t, x, y] - Sin[u[t, x, y]], u[0, x, y] == e^-(x^2+Y^2),
    u^(1,0,0)[0, x, y] == 0, u[t, -5, y] == u[t, 5, y], u[t, x, -5] == u[t, x, 5]}, u, {t, 0, 4}, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}]]
```

Out[13]= {u → InterpolatingFunction[{{0., 4.}, {..., -5., 5., ...}, {..., -5., 5., ...}}, <>]}

In[14]:=
```
Plot3D[Evaluate[u[4, x, y] /. sol], {x, -5, 5 }, {y, -5, 5}];
```



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

آنالیز برداری

آنالیز میدان های برداری

در بخش بردارها و ماتریس‌ها، مقداری در مورد جبر برداری صحبت کردیم، در این قسمت قصد داریم مطالبی را در خصوص آنالیز برداری بیان کنیم. برای کار با توابع برداری لازم است بسته مربوط به آنالیز برداری لود گردد، برای انجام این کار باید از دستور زیر استفاده شود :

```
<<VectorAnalysis`
```

نکته: در Mathematica 5 دستور فوق به صورت زیر است :

```
<<Calculus`VectorAnalysis`
```

اولین قدم در آنالیز برداری، تعیین دستگاه مختصات مورد استفاده است، برخی از دستورات کار با دستگاه های مختصات به صورت زیر است :

* نمایش سیستم مختصات کنونی :

```
CoordinateSystem
```

* نمایش متغیرهای سیستم مختصات کنونی :

```
Coordinates[]
```

* انتخاب سیستم مختصات با متغیرهای پیش فرض Mathematica :

```
SetCoordinates[ نام دستگاه مختصات ]
```

* انتخاب سیستم مختصات با متغیرهای var_1 ، var_2 و var_3 :

```
SetCoordinates[ نام دستگاه مختصات [ var1 , var2 , var3 ] ]
```

* نمایش حدود متغیرهای سیستم مختصات کنونی :

```
CoordinateRanges[]
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* نمایش حدود متغیرهای یک سیستم مختصات :

CoordinateRanges[نام دستگاه مختصات]

* در دستورات فوق نام دستگاه مختصات می‌تواند یکی از 14 دستگاه مختصات تعریف شده در Mathematica باشد که در زیر نام برخی از آنها آمده است :

- Cartesian : دستگاه مختصات دکارتی که دستگاه مختصات پیش فرض آنالیز برداری است.

- Spherical : دستگاه مختصات قطبی کروی.

- Cylindrical : دستگاه مختصات استوانه ای.

- ParabolicCylindrical : دستگاه مختصات سهموی استوانه ای

- و ...

بعد از تعیین دستگاه مختصات باید توابع برداری مورد نیاز را تعریف کرد. دستور زیر تابع برداری (میدان برداری) F را بر حسب سه تابع اسکالر f_1 ، f_2 و f_3 تعریف می کند :

$F = \{ f_1 , f_2 , f_3 \}$

$F [var_1 _ , var_2 _ , var_3 _] = \{ f_1 , f_2 , f_3 \}$

که var1، var2 و var3 متغیرهای دستگاه مختصات انتخاب شده و f_1 ، f_2 و f_3 توابع اسکالری از این متغیرها هستند.

برخی دستورات کار با توابع برداری به صورت زیر است :

* محاسبه ضرب داخلی دو میدان برداری F و G در سیستم مختصات کنونی :

DotProduct[F , G]

* محاسبه ضرب داخلی دو میدان برداری F و G در یک سیستم مختصات :

DotProduct[F , G , نام دستگاه مختصات]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* محاسبه ضرب خارجی دو میدان برداری F و G در سیستم مختصات کنونی :

CrossProduct[F , G]

* محاسبه ضرب خارجی دو میدان برداری F و G در یک سیستم مختصات :

CrossProduct[F , G , نام دستگاه مختصات]

* محاسبه ضرب سه گانه اسکالر سه میدان برداری F و G و H در سیستم مختصات کنونی :

ScalarTripleProduct[F , G , H]

* محاسبه ضرب سه گانه اسکالر سه میدان برداری F و G و H در یک سیستم مختصات :

ScalarTripleProduct[F , G , H , نام دستگاه مختصات]

* محاسبه گرادیان میدان اسکالر f در دستگاه مختصات کنونی :

Grad[f]

* محاسبه گرادیان میدان اسکالر f در یک دستگاه مختصات :

Grad[f , نام دستگاه مختصات]

* محاسبه لاپلاسین میدان اسکالر f در دستگاه مختصات کنونی :

Laplacian[f]

* محاسبه لاپلاسین میدان اسکالر f در یک دستگاه مختصات :

Laplacian[f , نام دستگاه مختصات]

* محاسبه دیورژانس میدان برداری F در دستگاه مختصات کنونی :

Div[F]

* محاسبه دیورژانس میدان برداری F در یک دستگاه مختصات :

Div[F , نام دستگاه مختصات]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* محاسبه کرل (تاو) میدان برداری F در دستگاه مختصات کنونی :

Curl [F]

* محاسبه کرل (تاو) میدان برداری F در یک دستگاه مختصات :

Curl [F , نام دستگاه مختصات]

* محاسبه لاپلاسین میدان برداری F در دستگاه مختصات کنونی :

Laplacian [F]

* محاسبه لاپلاسین میدان برداری F در یک دستگاه مختصات :

Laplacian [F , نام دستگاه مختصات]

رسم میدان های برداری

یکی دیگر از توانایی های Mathematica امکان رسم میدان‌های برداری دو بعدی و سه بعدی می باشد، دستورات مربوط به این کار به صورت زیر است :

* رسم میدان برداری دو بعدی :

- در Mathematica 5 :

```
<<Graphics`PlotField`
PlotVectorField [ F[ x , y ] , { x , x1 , x2 } , { y , y1 , y2 } ]
```

- در Mathematica 6 :

```
<<VectorFieldPlots`;
VectorFieldPlot [ F[ x , y ] , { x , x1 , x2 } , { y , y1 , y2 } ]
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

* رسم میدان برداری سه بعدی :

- در Mathematica 5 :

```
<<Graphics`PlotField3D`

PlotVectorField3D [ F[ x , y , z ] , { x , x1 , x2 } , { y , y1 , y2 } , { z , z1 , z2 } ]
```

- در Mathematica 6 :

```
<<VectorFieldPlots`;

VectorFieldPlot3D [ F[ x , y ] , { x , x1 , x2 } , { y , y1 , y2 } ]
```

نکته: برای دیدن Option های دستورات فوق به Help نرم افزار رجوع کنید.

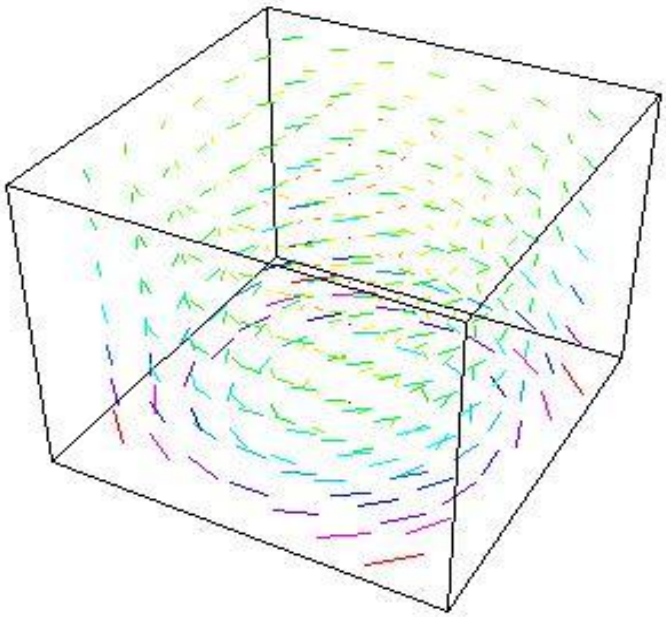
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

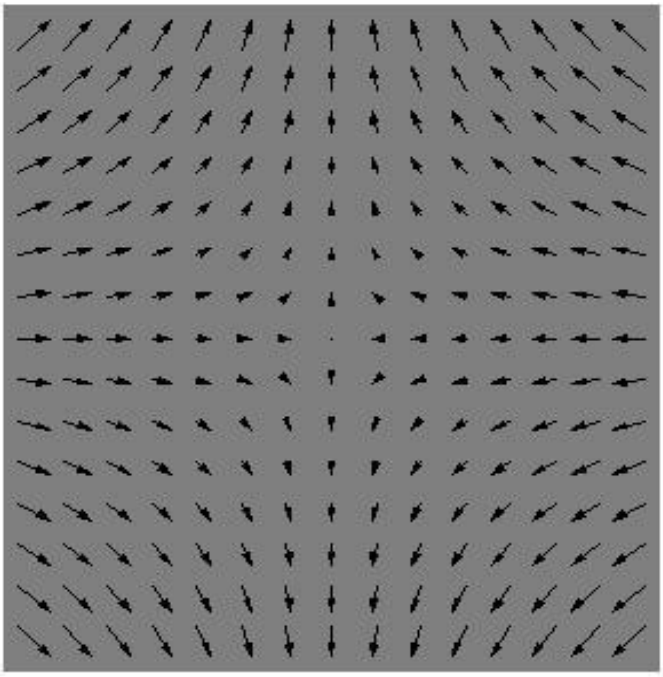
```
In[2]:= <<Calculus`VectorAnalysis`

In[3]:= {CoordinateSystem, Coordinates[]}

Out[3]= {Cartesian, {Xx, Yy, Zz}}

In[4]:= SetCoordinates[Spherical]
        SetCoordinates[Spherical[r, θ, ϕ]]
        CoordinateRanges[]

Out[4]= Spherical[Rr, Ttheta, Pphi]

Out[5]= Spherical[r, θ, ϕ]

Out[6]= {0 ≤ r < ∞, 0 ≤ θ ≤ π, -π < ϕ ≤ π}

In[7]:= F = {r, θ^2, ϕ + 1};
        G = {-r, 0, 0};
        H = {1, 2, 3};
        DotProduct[F, G]
        DotProduct[F, G, Cartesian]
        ScalarTripleProduct[F, G, H]
        ScalarTripleProduct[F, G, H, Cartesian]

Out[10]= -r^2 Cos[θ^2]

Out[11]= -r^2

Out[12]= r^2 Cos[1 + ϕ] Sin[2] Sin[3] Sin[θ^2] - r^2 Cos[3] Sin[2] Sin[θ^2] Sin[1 + ϕ]

Out[13]= -2 r + 3 r θ^2 - 2 r ϕ

In[14]:= Grad[5 r^2 + 3 Cos[θ] Sin[ϕ], Spherical[r, θ, ϕ]]
         v = {r Sin[θ] Cos[ϕ], r Sin[θ] Sin[ϕ], r Cos[θ]}
         Div[v, Spherical[r, θ, ϕ]]
         Curl[v, Spherical[r, θ, ϕ]]
         TrueQ[Grad[Div[v]] - Curl[Curl[v]] == Laplacian[v]]

Out[14]= {10 r, -(3 Sin[θ] Sin[ϕ])/r, (3 Cos[ϕ] Cot[θ])/r}

Out[15]= {r Cos[ϕ] Sin[θ], r Sin[θ] Sin[ϕ], r Cos[θ]}

Out[16]= (Csc[θ] (3 r^2 Cos[ϕ] Sin[θ]^2 + 2 r^2 Cos[θ] Sin[θ] Sin[ϕ]))/r^2

Out[17]= {(Csc[θ] (r^2 Cos[θ]^2 - r^2 Cos[ϕ] Sin[θ] - r^2 Sin[θ]^2))/r^2,
          (Csc[θ] (-2 r Cos[θ] Sin[θ] - r Sin[θ] Sin[ϕ]))/r, (-r Cos[θ] Cos[ϕ] + 2 r Sin[θ] Sin[ϕ])/r}

Out[18]= True
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

```
In[19]:= <<Graphics`PlotField3D`

In[20]:= PlotVectorField3D[{y, -x, 0}/z, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, 1, 3},
          ColorFunction→Hue]
```



```
Out[20]= - Graphics3D -

In[21]:=
          <<Graphics`PlotField`
          PlotVectorField[{-x, y}, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, Background→GrayLevel[0.5]]
```



```
Out[22]= - Graphics -
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

In[23]:= (* Define And Use *)

In[24]:= Clear[i];

$$\nabla /: \nabla[i_] \times \{fx_, fy_, fz_\} := \left\{\frac{\partial fz}{\partial y[i]} - \frac{\partial fy}{\partial z[i]}, \frac{\partial fx}{\partial z[i]} - \frac{\partial fz}{\partial x[i]}, \frac{\partial fy}{\partial x[i]} - \frac{\partial fx}{\partial y[i]}\right\}$$

$$\nabla /: \nabla[i_] \cdot \{fx_, fy_, fz_\} := \text{Simplify}\left[\frac{\partial fx}{\partial x[i]} + \frac{\partial fy}{\partial y[i]} + \frac{\partial fz}{\partial z[i]}\right]$$

$$\nabla /: \nabla[i_](f_) := \left\{\frac{\partial f}{\partial x[i]}, \frac{\partial f}{\partial y[i]}, \frac{\partial f}{\partial z[i]}\right\} // \text{Simplify}$$

∇(■) ∇·■ ∇×■

In[28]:= ∇[1] (x[1] + y[1] y[1])

∇[2] · {x[1] y[2], y[2] + 3 y[1] x[2], z[1]}

Out[28]= {1, 2 y[1], 0}

Out[29]= 1

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

محاسبات آماری

در این بخش تعدادی از دستورات کار با داده ها را بیان می کنیم. برای دیدن اطلاعات بیشتر مربوط به کارهای آماری به Help نرم افزار رجوع کنید. برای کار با داده ها، می توان آن ها را در یک لیست یک بعدی (بردار) قرار داده و از دستورات آماری برای لیست داده ها استفاده شود :

نام لیست داده‌ها = { داده 1 , داده 2 , ... , داده n }

برخی از دستورات آماری Mathematica عبارتند از :

* محاسبه مینیمم داده ها :

Min[نام لیست داده ها]

* محاسبه ماکزیمم داده ها :

Max[نام لیست داده ها]

* محاسبه تعداد داده ها :

Length[نام لیست داده ها]

* محاسبه میانگین :

Mean[نام لیست داده ها]

* محاسبه میانه :

Median[نام لیست داده ها]

* محاسبه مجموع داده ها :

Total[نام لیست داده ها]

* محاسبه واریانس داده ها :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Variance[نام لیست داده ها]

* محاسبه انحراف معیار داده ها :

StandardDeviation[نام لیست داده ها]

* محاسبه چهارک q ام :

Quantile[نام لیست داده ها , q]

* مرتب کردن داده ها :

Sort[نام لیست داده‌ها]

* رسم داده ها :

ListPlot[نام لیست داده ها , Options]

نکته: از Option های مهم دستور ListPlot می توان به موارد زیر اشاره کرد :

PlotStyle **à** PointSize[n]

PlotRange **à** { { x_{min} , x_{max}} , { y_{min} , y_{max}} }

* برای Fit کردن نمودار دلخواه (خط، چندجمله ای، نمایی و ...) روی داده ها از دستور زیر استفاده می شود :

f = FindFit[نام لیست داد ه ها , نام متغیر , لیست پارامترها]

برای رسم تابع Fit شده بر روی داده ها، می‌توان از دستور زیر استفاده کرد :

Plot[تابع با پارامترها / . f , { x , x_{min} , x_{max} }]

* برای درون‌یابی داده ها از دستور زیر استفاده می شود :

f = Interpolation[نام لیست داده ها]

و با دستور f[x] می‌توان مقدار برآوردی برای عدد x را بدست آورد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

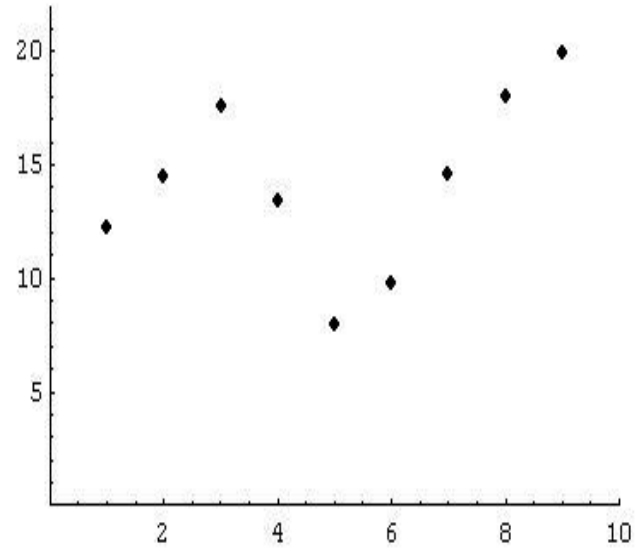
مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= G1 = {12.3, 14.5, 17.6, 13.4, 8, 9.75, 14.6, 18, 20}
Out[1]= {12.3, 14.5, 17.6, 13.4, 8, 9.75, 14.6, 18, 20}

In[2]:= Min[G1]
        Max[G1]
        Sort[G1]
        Length[G1]
        Total[G1]
        Mean[G1]
        % / Length[G1]
        Variance[G1]
        Total[(G1 - Mean[G1])^2] / (Length[G1] - 1)
        StandardDeviation[G1]
        Sqrt[Variance[G1]]
        Median[G1]
        Quantile[G1, 1/4]
Out[2]= 8
Out[3]= 20
Out[4]= {8, 9.75, 12.3, 13.4, 14.5, 14.6, 17.6, 18, 20}
Out[5]= 9
Out[6]= 128.15
Out[7]= 14.2389
Out[8]= 1.5821
Out[9]= 15.2961
Out[10]= 15.2961
Out[11]= 3.91102
Out[12]= 3.91102
Out[13]= 14.5
Out[14]= 12.3
```


www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

In[15]:= plot0 = ListPlot[G1, PlotStyle → PointSize[0.02], PlotRange → {{0, 10}, {0, 22}}]

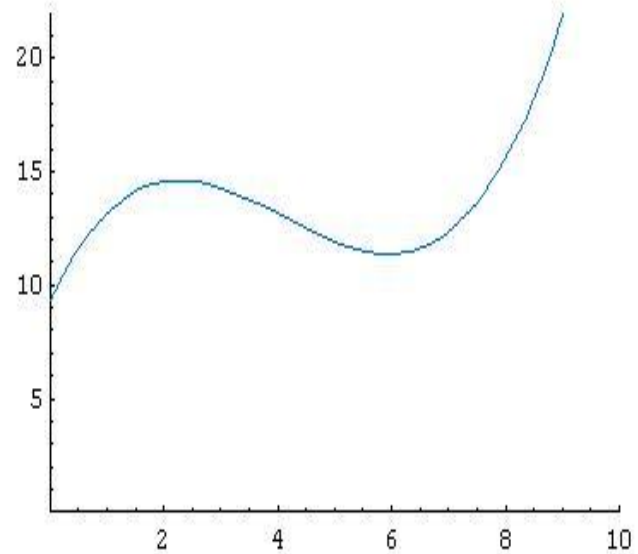


Out[15]= - Graphics -

In[16]:= f1 = FindFit[G1, c + d x + h x^2 + g x^3, {c, d, h, g}, x]

Out[16]= {c → 9.34603, d → 5.30995, h → -1.61183, g → 0.130598}

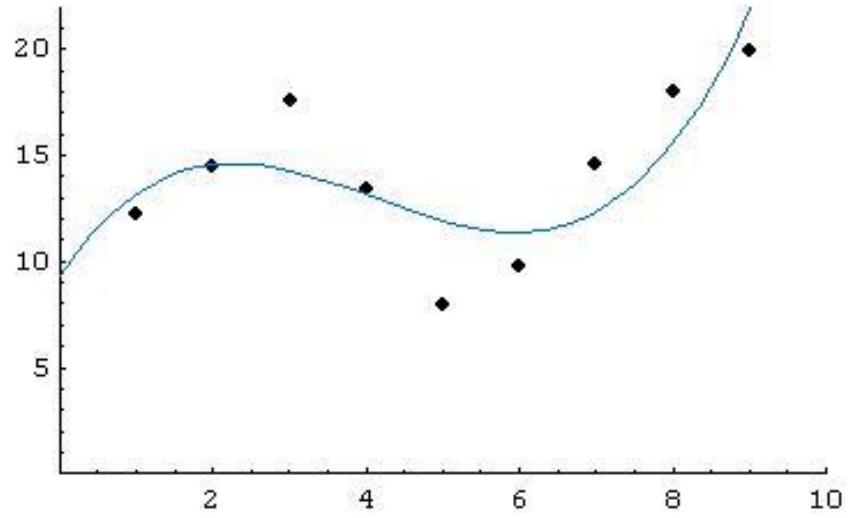
In[17]:= plot1 = Plot[c + d x + h x^2 + g x^3 /. f1, {x, 0, 10}, PlotRange → {{0, 10}, {0, 22}},
PlotStyle → Hue[0.6]]



Out[17]= - Graphics -

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

In[18]:=
```
Show[plot0, plot1]
```



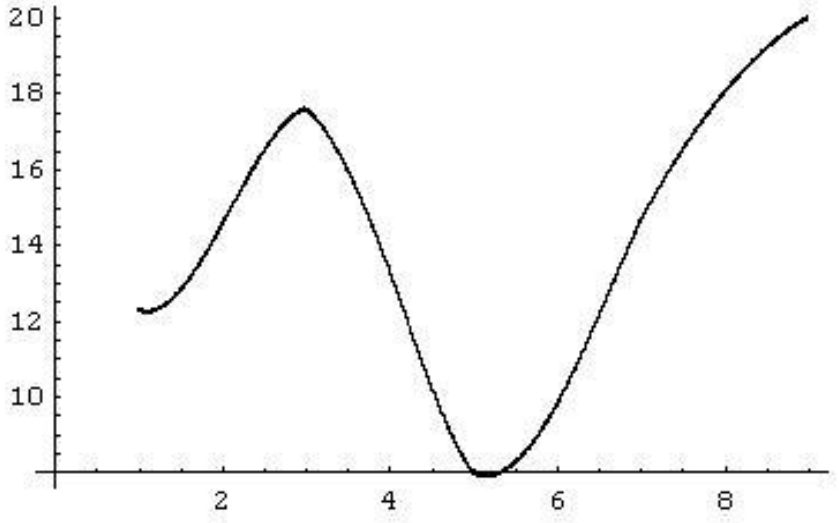
Out[18]= - Graphics -

In[19]:=
```
Int = Interpolation[G1]
{Int[3], Int[9], Int[4]}
```

Out[19]= InterpolatingFunction[{{1., 9.}}, <>]

Out[20]= {17.6, 20., 13.4}

In[21]:=
```
var = Table[{x, Int[x]}, {x, 1, 9, 0.01}];
ListPlot[var]
```



Out[22]= - Graphics -

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

برنامه نویسی

متغیرها

* برای نوشتن برنامه در Mathematica ابتدا باید متغیرها و نوع آنها را بشناسیم. متغیرها از لحاظ محتوا دارای انواع مختلفی مثل Integer، Real، Complex، String، Graphic، List و ... می‌باشند. متغیرها را از لحاظ حوزه کاربرد هم می توان به دو دسته تقسیم کرد :

1- **متغیرهای سراسری** : این متغیرها به طور عادی تعریف می‌شوند و در کل برنامه شناخته شده اند.

2- **متغیرهای محلی** : متغیرهایی که فقط در یک حوزه خاص تعریف و مقداردهی می شوند و مقدار خود را در بیرون از این حوزه حفظ نمی کنند.

متغیرهای محلی معمولا در دستور Module استفاده می شوند :

Module[{ x , y , ... } , دستور یا دستورات]

Module[{ $x=x_0$, $y=y_0$, ... } , دستور یا دستورات]

در دستورات فوق x ، y و ... متغیرهای محلی اند که فقط درون دستور Module مقدار خود را حفظ می کنند و در مورد دوم مقدار دهی اولیه نیز می شوند. برای به کار بردن چند دستور در Module، از علامت **نقطه ویرگول** (;) برای جداکردن دستورات استفاده می شود. به عنوان مثال خروجی برنامه فوق به ترتیب 3 ، 5 و 3 است .

```
a=3; Print[a]
Module[ {a} , a=5 ; Print[a] ]
Print[ a]
```

عملگرها

* عملگرها را می‌توان به سه دسته محاسباتی، رابطه ای و منطقی تقسیم کرد که اولویت انجام آنها در عبارات به ترتیب به صورت محاسباتی، رابطه ای و منطقی است.

* عملگرهای محاسباتی به ترتیب تقدم عبارتند از :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

1- توان رسانی (^)

2- ضرب و نقسیم (* و /)

3- جمع وتفریق (+ و -)

* عملگرهای رابطه ای دارای اولویت یکسان هستند و عبارتند از :

- تساوی (==)
- نامساوی (=!)
- بزرگتر (<)
- کوچکتر (>)
- بزرگترمساوی (=<)
- کوچکترمساوی (=>)

* عملگرهای منطقی به جز عملگر نقیض که اولویت بالاتری دارد، تقدم یکسانی دارند وعبارتند از :

- نقیض (!)
- And منطقی (&&)
- Or منطقی (||)
- Xor منطقی (Xor)

نکته: جدول مربوط به عملگرهای منطقی به صورت زیر است :

p	q	! p	! q	p && q	p || q	Xor[p,q]
True	True	False	False	True	True	False
True	False	False	True	False	True	True
False	True	True	False	False	True	True
False	False	True	True	False	False	False

نکته : برای تغییر اولویت عملگرها از پرانتز استفاده می‌شود.

نکته : برای نوشتن توضیحات در متن برنامه، عبارت را بین دو علامت "*)" و "(*" بنویسید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

جایگذاری و مقداردهی به متغیرها

روش‌های جایگذاری و مقداردهی به متغیرها (توسط دو عملگر = و = :) قبلا بیان شده است، چند روش دیگر جایگذاری عبارتند از :

- ++ i : پس افزایش i به اندازه واحد .
- - - i : پس کاهش i به اندازه واحد .
- i ++ : پیش افزایش i به اندازه واحد .
- i - - : پیش کاهش i به اندازه واحد .
- i += a : افزایش i به اندازه a .
- i - = a : کاهش i به اندازه a .
- i *= a : تبدیل i به i*a .
- i /=a : تبدیل i به i /a .

در روش‌های فوق، در پیش افزایش (کاهش) ابتدا متغیر افزایش (کاهش) می یابد و سپس وارد محاسبه می شود، ولی در پس افزایش (کاهش) ابتدا متغیر وارد محاسبه شده سپس افزایش (کاهش) می یابد.

آرایه ها

آرایه ها یکی از عناصر مهم و پرکاربرد در برنامه نویسی هستند و از آنجایی که در بخش مربوط به لیست ها و ماتریس ها مورد بررسی قرار گرفته اند، در اینجا از بحث درمورد آن ها خودداری می کنیم.

ورود و خروج داده ها

در برخی از برنامه ها نیاز به ورود و خروج داده ها می باشد، (درمورد ورود و خروج داده ها با استفاده از فایل ها در بخش بعدی صحبت خواهد شد.) مهمترین دستورات ورودی نرم افزار Input، InputString و ... و مهمترین دستورات خروجی آن Print، GridBox و ... می باشند. همچنین دستوراتی تحت عنوان کلی Number Formatting برای فرمت بندی اعداد خروجی وجود دارد که در صورت نیاز می‌توان به آنها رجوع کرد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

ساختارهای کنترلی

همانطور که می دانید در برنامه های ساختاریافته (که مقدمه برنامه نویسی شی گرا می باشد) سه ساختار کنترل وجود دارد:

1- ساختار دنباله

2- ساختار انتخاب (تصمیم گیری یا شرطی)

3- ساختار تکرار

1- ساختار دنباله

ساختار دنباله همان اجرای خط به خط دستورات به ترتیب قرارگیری آنها می باشد.

2- ساختار تصمیم گیری

ساختار تصمیم گیری انجام برخی دستورات را منوط به براورده شدن یک یا چند شرط می کند، مهمترین دستورات شرطی Mathematica عبارتند از :

* اگر شرط درست باشد دستور اجرا می شود وگرنه خیر :

شرط ; / دستور

* ساختار شرطی If : اگر شرط درست باشد دستور1 درغیر اینصورت دستور 2 اجرا می شود.:

If [شرط , دستور 1 , دستور 2]

* ساختار شرطی Which : اگر شرط 1 درست باشد دستور 1 ، اگر شرط 2 درست باشد دستور 2 ، و ... اجرا می شود :

Which[شرط 1 , دستور 1 , شرط 2 , دستور 2 , ...]

* ساختار Switch : ابتدا مقدار عبارت را محاسبه می‌کند بعد با فرم ها مقایسه می کند و با هرکدام همخوانی داشت مقدار متناظر با آن را برمی گرداند :

Switch[عبارت , فرم 1 , مقدار 1 , فرم 2 , مقدار 2 , ...]

3- ساختار تکرار

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

ساختار تکرار برای انجام مکرریک عملیات خاص در شرایط خاصی به کار می رود. مهمترین دستورات مربوط به این ساختار عبارتند از :

* ساختار Do : دستور یا دستورات را به ازای مقادیر متغیر i از a تا b با گام c اجرا می‌کند . مقدار پیش فرض a و c برابر 1 است

Do[دستور یا دستورات , { i , a , b , c }]

* ساختار تکرار While : تا زمانی که شرط درست باشد دستور یا دستورات را انجام می دهد :

While [شرط , دستور یا دستورات]

* ساختار For : در این دستور یک متغیر (i) به نام شمارنده داریم که در قسمت start به آن مقدار اولیه داده می شود، سپس در قسمت test شرط لازم برای انجام ادامه عملیات چک شده و در صورت درست بودن، دستورات قسمت body انجام شود؛ سپس در expr مقدار شمارنده تغییر کرده و این روند از ابتدا تکرار می شود :

For [start , test , expr , body]

مثلا دستور زیر اعداد 1 تا 10 را چاپ می کند :

For [i=1 , i < 11 , i = i + 1 , Print [i]]

نکته : بین دستورات از نقطه ویرگول " ; " استفاده می شود .

در ساختار تکرار برخی دستورات کنترلی وجود دارد که دو مورد از مهمترین آن‌ها عبارتند از :

1- خروج از نزدیکترین حلقه :

Break [ ]

2- رفتن به عنصر [نام برچسب]Label :

Goto [نام برچسب]

- **توصیه برنامه نویسی**: تا حد امکان ار دستور Goto استفاده نشود .

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

در ادامه چند دستور مهم دیگر را، که ممکن است در برنامه نویسی مفید واقع شوند، ذکر می کنیم :

* این دستور باعث توقف اجرای برنامه می شود :

Abort[]

* این دستور باعث توقف اجرای برنامه تا حداقل n ثانیه می شود :

Pause[n]

* این دستور امکان اجرای دستورات را تا n ثانیه می دهد و اگر اجرای دستور بیشتر طول بکشد آن را متوقف می کند :

TimeConstrained[دستور یا دستورات , n]

* این دستور امکان اجرای دستوراتی که حافظه مورد نیاز آنها تا n بایت باشد را می دهد وگرنه اجرای دستور را متوقف می کند :

MemoryConstrained[دستور یا دستورات , n]

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

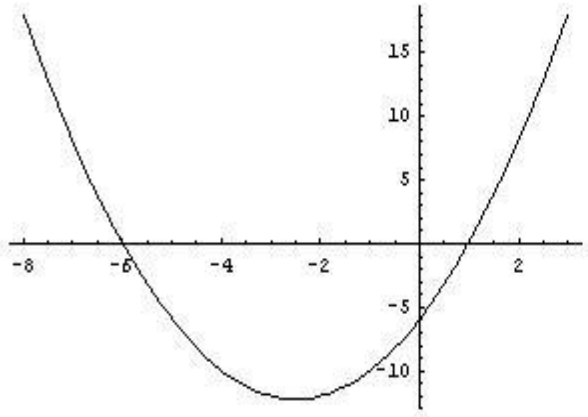
```
In[1]:= x = 10;
        Print[x];
        Module[{x = 3}, Print[x - 1]; x = x + 1; Print[x]]
        Print[x]

        10

        2

        4

        10

In[5]:= f[0] := 1; f[1] := 1; f[n_] := f[n - 1] + f[n - 2];
        TimeConstrained[f[20], 2]
        TimeConstrained[f[30], 2]

Out[6]= 10946

Out[7]= $Aborted

In[8]:= a = Table[Input["Enter a number :"], {i, 3}, {j, 3}];
        a // MatrixForm
        Print["|A|= ", Det[a]]

Out[9]//MatrixForm=
        ( 2.3   3.6    5.6   )
        ( 3     9      -89.3 )
        ( 35    -3.6   12.5  )

        |A|= -13691.9

In[11]:= Clear[x0, x, f];
         f[x_] = Input["Enter a function ? "]
         x0 = Input["Enter a number near root ? "];
         ϵ = Input["Enter ϵ ? "]
         x1 = x0 - f[x0]/f'[x0];
         While[Abs[x1 - x0] > ϵ, x0 = x1; x1 = x0 - f[x0]/f'[x0]];
         Print["The root is : ", x1 // N]

Out[12]= x^2 - Sin[2 x]

Out[14]= 0.00001

         The root is : -4.23559 x 10^-14
```


www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

In[18]:=
```
(* "This Program Solve the eq ax^2+bx+c "*)
a = Input["Enter non zero number as a ? "];
b = Input["Enter b ? "];
c = Input["Enter c ? "];
sol = Solve[a x^2 + b x + c == 0, x];
α = sol[[1, 1, 2]] // N;
β = sol[[2, 1, 2]] // N;
Print["The Solution is : "]
Print[α]
Print[β]
Plot[a x^2 + b x + c, {x, α - 2, β + 2}]
```

```
The Solution is :
-6.
1.
```



Out[27]= - Graphics -

In[28]:=
```
For[i = 1, i ≤ 10, i++, If[PrimeQ[i], Print[i]]]
```

```
2
3
5
7
```

In[29]:=
```
fact = 1;
n = Input[];
Do[fact *= i, {i, n}];
TimeConstrained[Print[n, "!= ", fact], 1, Print["This Evaluation Take More Than 5 sec "]]
```

```
30!= 265252859812191058636308480000000
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

In[33]:=
```
x = Input["Enter a number ? "];
sgn[x_] := If[x ≠ 0, x/Abs[x], 0];
Print["sign[", x, "]= ", sgn[x]]
```

```
sign[-9]= -1
```

In[36]:=
```
(* "This Program Evaluate the ∫_a^b f[x]dx by remman series method" *)
Clear[f, a, b, x];
f[x_] = Input["Enter a function ? "];
a = Input["Enter a ?"];
b = Input["Enter b ?"];
n = 1000;
Δx = (b - a)/n;
s = 0;
For[i = 1, i ≤ n, i++, s = s + f[a + i Δx]];
integral = s Δx;
Print["a = ", a, " , b = ", b]
Print["∫_a^b(", f[x], ")dx = ", integral // N]
```

```
Null
```

```
a = 0 , b = π
```

$$\int_a^b (\text{Sin}[x])dx = 2.$$

In[48]:=
```
f[x_] = Input["Enter a function ?"];
a = Input["Enter a number ? "];
ϵ = 10^-30;
h = 0.1;
f0 = f[a + h];
h = h / 2;
f1 = f[a + h];
While[Abs[f1 - f0] ≥ ϵ, h = h/2; f0 = f1; f1 = f[a + h]];
Print["Limit_(x→a) (", f[x], ") =", f1 // N]
```

$$\underset{x\to a}{\text{Limit}}\left(\frac{\text{Sin}[x]}{x}\right)=1.$$

In[57]:=
```
Do[
 Print[i]; If[i == 5 , Abort[]]
 , {i, 1, 10}]
```

```
1
2
3
4
5
```

Out[57]= $Aborted

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

ورود و خروج داده ها

در برخی موارد نیاز داریم روی داده هایی کار کنیم که در یک فایل متنی ذخیره شده اند (این فایل می تواند خروجی یک برنامه محاسباتی باشد).

برای ورود داده ها به Mathematica از دستور Import استفاده می شود. (در حالت کلی این دستور برای وارد کردن داده ها از انواع فایل ها به Mathematica مورد استفاده قرار می گیرد). در دستور Import باید نام فایل به همراه نحوه ورود داده های آن مشخص شود. برخی از طرق ممکن ورود داده ها عبارتند از :

"CSV" : ورود داده ها جدول وار با جداکننده کاما .

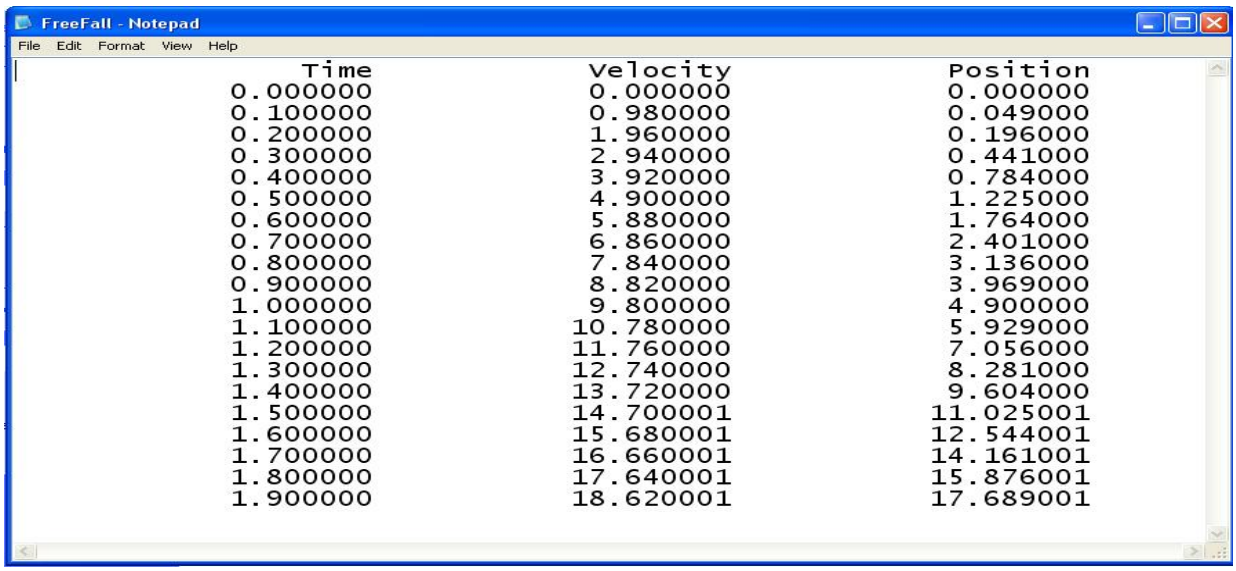
"Lines" : ورود داده ها به صورت خط به خط .

"List" : ورود داده ها به صورت لیست هایی شامل اعداد و رشته های هر خط .

"Table" : ورود داده ها به صورت آرایه دوبعدی از اعداد و رشته ها .

"TSV" : ورود داده ها جدول وار با جداکننده Tab .

ما این بخش را با استفاده از یک مثال ساده در Mathematica 5 توضیح می دهیم. فرض کنید فایل متنی ای به نام FreeFall.txt داریم که حاوی داده‌هایی درمورد زمان ، سرعت و مکان یک جسمی می باشد که سقوط آزاد انجام می دهد.



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

اگر این فایل در Desktop کامپیوتر ذخیره شده باشد، برای وارد کردن داده های آن در محیط Mathematica، از دستورات زیر استفاده می کنیم :

```
SetDirectory[ "C:\Documents and Settings\Administrator\Desktop" ]

x = Import[ "FreeFall.txt" , "Table" ]
```

نحوه ورود داده ها را "Table" قرار داده ایم تا متغیر x به صورت یک آرایه (در اینجا دوبعدی با مرتبه 3×21) باشد . عناصر x را می‌توان توسط x[[i , j]] که 0 < i < 22 و 0 < j < 4 نشان داد . مثلا داریم :

```
x[[1,1]]="Time" ,  x[[3,3]]=0.049000
```

با دستور Dimensions[x] می‌توان به ابعاد آرایه x (حدود i و j) دسترسی پیدا کرد. حال می‌توان هر عملیات دلخواهی روی عناصر x انجام داد. به عنوان مثال دستور

```
Max[ Table[ x[[i ,2]] , { i , 2 , 21} ]]
```

ماکزیمم سرعت شی را به دست می دهد، و یا با دستور

```
Export[ "velocity.txt" , Table[ x[[i ,2]],{ i , 2 , 21} ], "Table"]
```

می‌توان سرعت ها را در فایلی دیگر بنام velocity.txt ریخت. برای رسم نمودار مکان-زمان می‌توان دستور زیر را به کار برد.

```
g= Graphics[ { RGBColor[ 1,0,0] , Point/@Table[ { x[[i,1]] , x[[i,3]] } ,{ i , 2 ,21 } ] }, Axes
à True , AxesLabel à { "Time" , "Position" } ];

Show[ g ]
```

یا با دستور زیر می‌توان یک سهمی را روی داده های مکان-زمان Fit کرد و نمودار سهمی و نقاط را با هم رسم کرد :

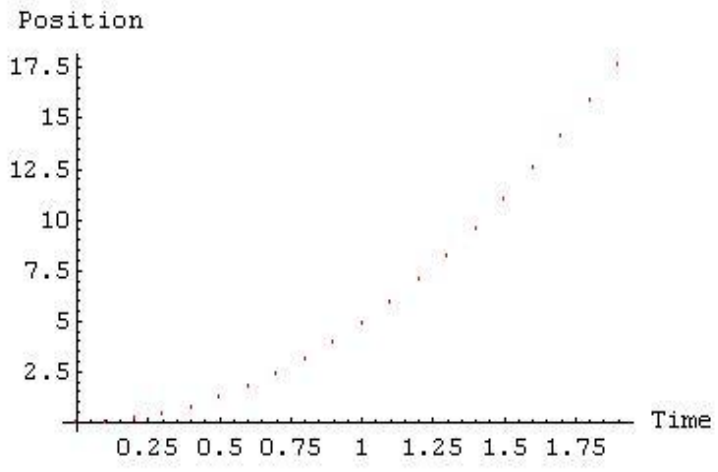
```
Pos=Table[ {x[[i , 1]] , x[[i , 3]] }, { i , 2, 21} ]

f1= FindFit[Pos , d+c r , { c , d } , r ]

Plot[ d+c r /. f1, {r ,0,1.9} , Epilog à Prepend[ Point/@ Pos , PointSize[0.02]]] ;
```

خروجی دستورات فوق مقادیر پارامترهای c و d (شیب و عرض از مبدا خط) و نموداری شامل رسم نقاط (t , x) و خط Fit شده روی آنها می باشد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال هایی در Mathematica 5.1 :

```
In[1]:= SetDirectory["C:\Documents and Settings\Administrator\Desktop"]

Out[1]= C:\Documents and Settings\Administrator\Desktop

In[2]:= x = Import["FreeFall.txt", "Table"];

In[3]:= Dimensions[x]
        {x[[1, 1]], x[[3, 3]]}

Out[3]= {21, 3}

Out[4]= {Time, 0.049}

In[5]:= Max[Table[x[[i, 2]], {i, 2, 21}]]

Out[5]= 18.62

In[6]:= Export["velocity.txt", Table[x[[i, 2]], {i, 2, 21}], "Table"]

Out[6]= velocity.txt

In[7]:= g =
          Graphics[{RGBColor[1, 0, 0],
            Point /@Table[ { x[[i, 1]], x[[i, 3]]}, {i, 2, 21}]}, Axes → True,
           AxesLabel → {"Time", "Position"}];
        Show[g]
```

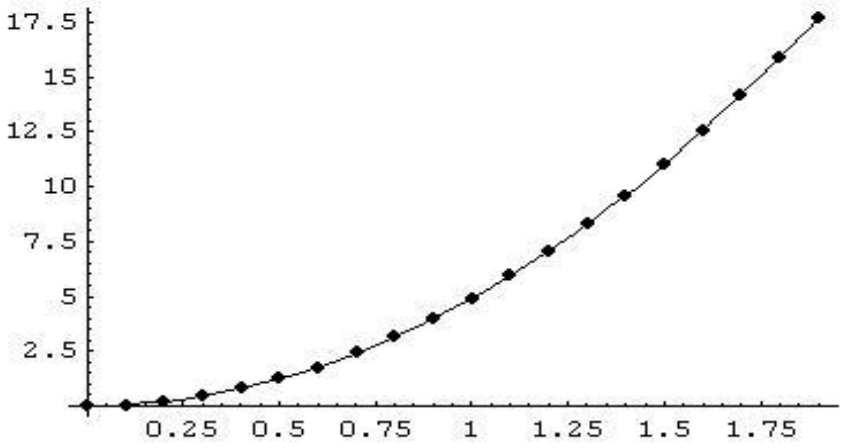



```
Out[8]= - Graphics -
```


www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

In[9]:=
```
Clear[c, d, b];
pos = Table[{x[[i, 1]], x[[i, 3]]}, {i, 2, 21}];
f1 = FindFit[pos, d + c r + b r^2, {b, c, d}, r]
Plot[d + c r + b r^2 /. f1, {r, 0, 1.9},
 Epilog → Prepend[Point /@pos, PointSize[0.02]]]
```

Out[11]= $\{b \to 4.9,\ c \to -7.88904 \times 10^{-7},\ d \to 1.2013 \times 10^{-7}\}$



Out[12]= - Graphics -

پایان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا