

سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی ششم بهمن نودونه

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: معرفی چند ضلعی ها، خواص متوازی الاضلاع- هندسه یک دهم ریاضی دبیرستان شاهد 12 شیراز



بسم الله الرحمن الرحیم

سلام ، وقت بخیر

هندسه یک - دهم ریاضی

دبیرستان شاهد ۱۲ - شیراز

دوشنبه ۹۹/۹/۳ ساعت ۱۰:۱۵

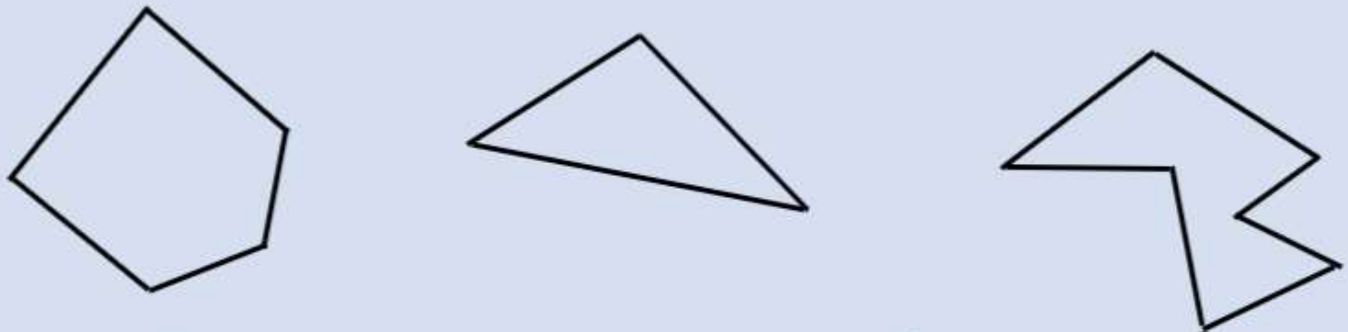
موضوع :

چندضلعی ها

مزبان حبیبی



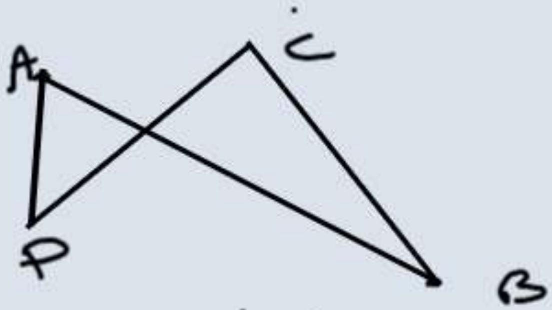
تعریف: چندضلعی (n ضلعی) حداقل شامل سه پاره‌خط است که: (شرط)



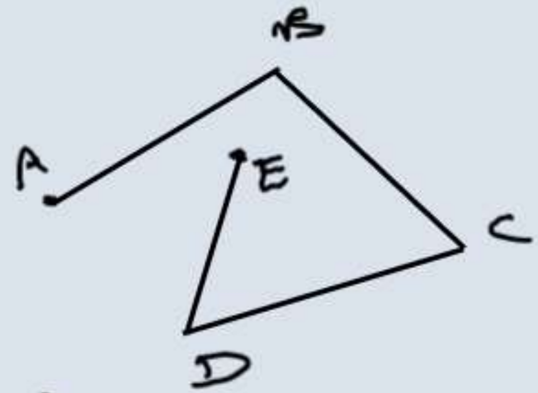
۱- هر پاره‌خط دقیقاً با دو پاره‌خط دیگر در نقاط انتهایی مشترک است.
۲- دو پاره‌خطی که در نقاط انتهایی مشترک هستند، روی یک خط قرار ندارند.



توجه: دلیل چند ضلعی نبودن دو شکل زیر را بنویسید.



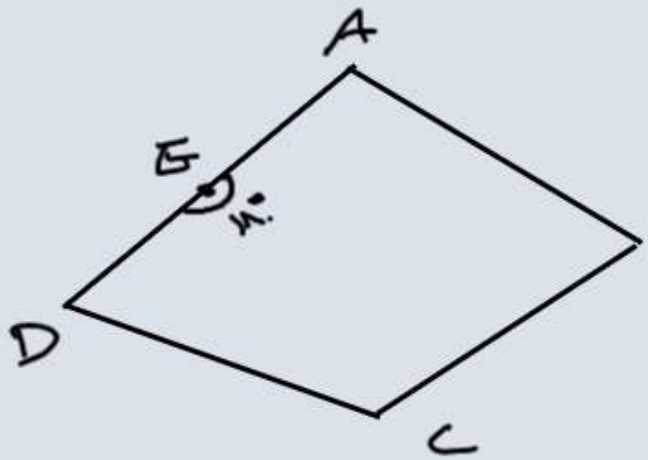

در نقطه‌ای غیر از انتهایی مشترک هستند.




تذکر: در چند ضلعی‌ها، اضلاع متقاطع نیستند.



سئوال: چرا شکل زیر پنج ضلعی نیست؟

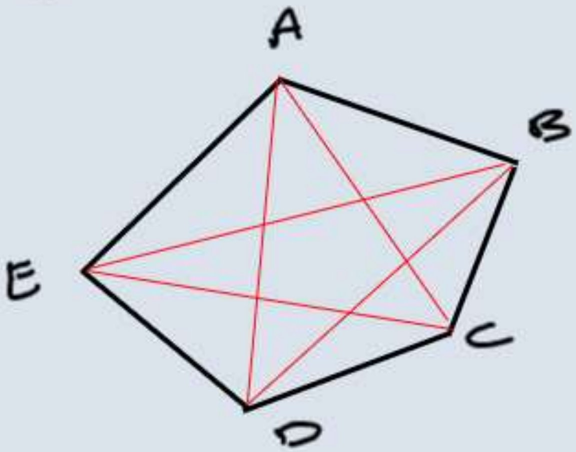



چون AE، DE روی خط راستی هستند.

تذکر: در چندضلعی‌ها، زاویه $180°$ نداریم.



تعریف: هر قطر پاره خطی است که دو رأس غیر مجاور را به هم وصل می‌کند




مثال: CE ، AC و BE

CD قطر نیست ⟸ C و D مجاورند.

CD یک ضلع





تذکر: در $n$ ضلعی

$$\text{تعداد ضلع‌ها} + \text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-1)}{2}$$

مثال: پنج ضلعی چند قطر دارد؟

$$5 + x = \frac{5 \times 4}{2} \Rightarrow 5 + x = 10$$

$$\boxed{x = 5}$$

توجه: تنها چندضلعی که تعداد قطرها و تعداد ضلع‌هایش برابر هستند، پنج ضلعی است.



تمرین: ثابت کنید تعداد قطرهای $n$ ضلعی برابر است با $\frac{n(n-3)}{2}$.

اثبات:


تعداد قطرهایی که از هر راس می‌گذرد $= n-3$

$\Rightarrow$ تعداد قطرها $= \dfrac{\text{تعداد اضلاع} \times (n-3)}{2}$

تمرین. در یک چندضلعی تعداد قطرها پنج برابر تعداد اضلاع است.

مجموع زاویه‌های داخلی آن کدام است؟

تعداد ضلعها $= n$ ، تعداد قطرها $= \frac{n(n-3)}{2}$

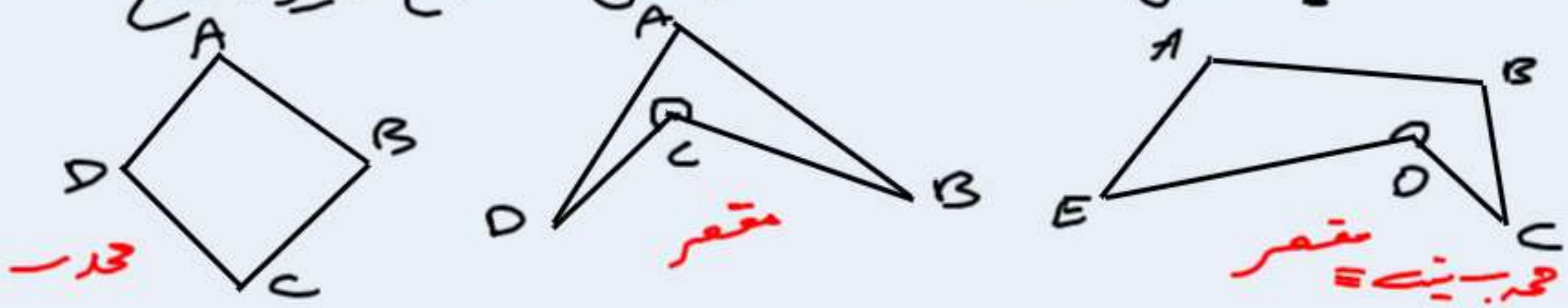
$$\frac{n(n-3)}{2} = 5n \Longrightarrow n(n-3) = 10n \Longrightarrow n^2 - 3n - 10n = 0$$

$$\Longrightarrow n^2 - 13n = 0 \Longrightarrow n(n-13) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ \boxed{n = 13} \end{cases}$$

$n$ ضلعی محدب :

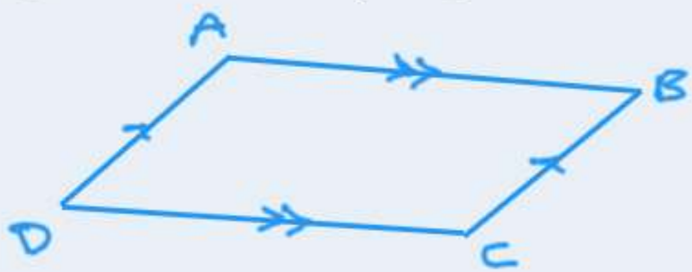
به $n$ ضلعی می‌گویند که زاویه $180^\circ$ یا بیشتر ندارد.

یا: چند ضلعی است که امتداد اضلاعش، اضلاع دیگر را قطع نکند.



معرفی چندضلعی های خاص :

۱- متوازی الاضلاع : چهارضلعی است که اضلاع مقابل آن موازی هستند:



۲- مستطیل:

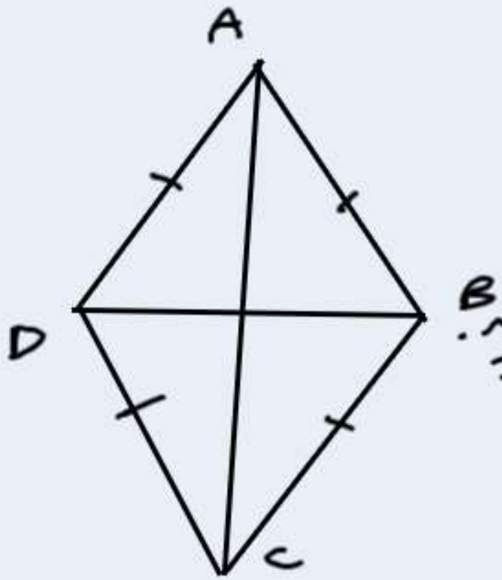
چهارضلعی است که اضلاع مقابل با هم برابر و همه زاویه‌های آن قائمه هستند.

ع: چهارضلعی که چهار زاویه قائمه دارد.

ی: متوازی‌الاضلاعی است که زاویه قائمه دارد.



۳- لوزی :

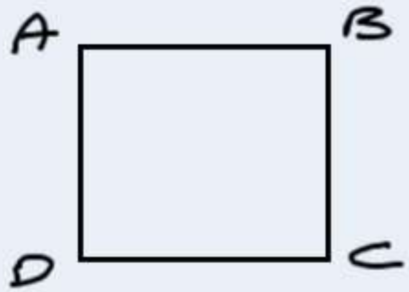



چهارضلعی است که چهار ضلع برابر دارد .

یا : چهارضلعی است که قطرهایش عمود منصف یکدیگرند .

۴ مربع :

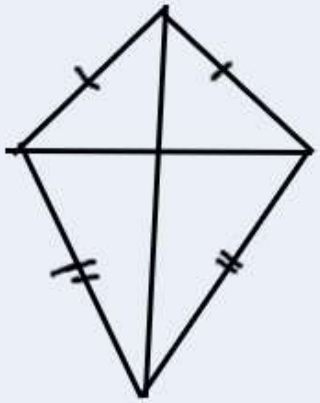
چهارضلعی که چهار زاویه قائمه دارد و اضلاعش برابرند.







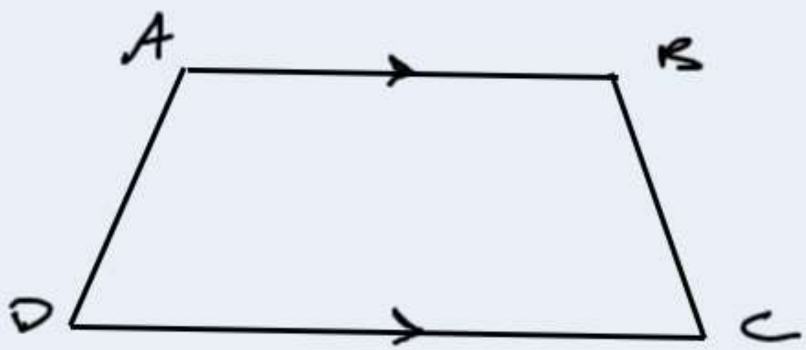
۵- کایت :



چهارضلعی است که یکی از قطرهایش، عمود منصف قطر دیگر است.

۶- ذوزنقه :

چهارضلعی است که فقط دو ضلع آن موازی‌اند .




AB و CD ≡ قاعده‌ها

AD و BC ≡ ساق‌ها

خسته نباشیم

ییلن



بسم الله الرحمن الرحیم

سلام، وقت بخیر

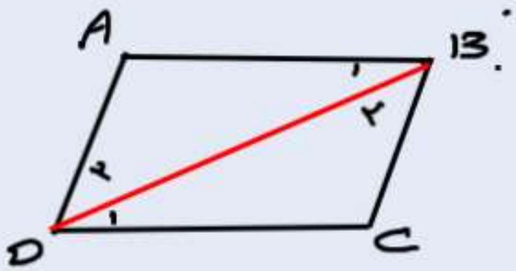
هندسه یک دهم ریاضی دبیرستان شهر ۱۲

دوشنبه ششم بهمن نود و نه

مزبان حبیبی

## چند قضیه در باره متوازی الاضلاع

قضیه ۱: در هر متوازی الاضلاع، اضلاع مقابل با هم برابرند.




اثبات: فرض کنیم $ABCD$ متوازی الاضلاع است.

قطر $BD$ را رسم کنید.

$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{مورب } BD} B_1 = D_1$$

$$AD \parallel BC \Longrightarrow B_2 = D_2$$

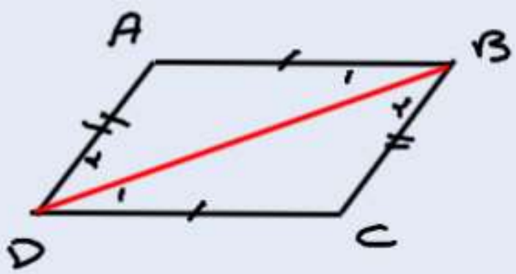
$$\begin{cases} B_1 = D_1 \\ BD = BD \\ B_2 = D_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

نتیجه: $AB = CD$ , $AD = BC$.



عکس قضیه ۱: اگر اضلاع مقابل چهارضلعی هم‌اندازه باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

اثبات: قطر BD را رسم کنید.



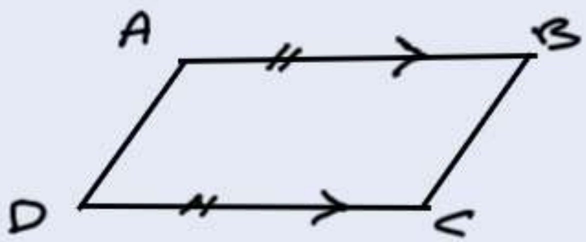

$$\begin{cases} AB=CD \\ AD=BC \\ BD=BD \end{cases} \xRightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

پس: $\hat{B}_1=\hat{D}_1$ و $\hat{B}_2=\hat{D}_2$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{B}_1=\hat{D}_1 \Longrightarrow AB \parallel CD \\ \hat{B}_2=\hat{D}_2 \Longrightarrow AD \parallel BC \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ ABCD متوازی‌الاضلاع است.

تمرین: در چهارضلعی ABCD، اگر AB و CD موازی و مساوی باشند.

ثابت کنید ABCD متوازی‌الاضلاع است.



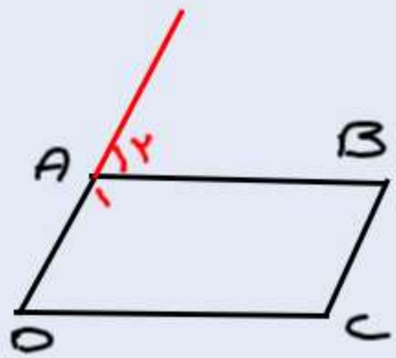

تکلیف شب





قضیه ۲: در متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور، مکمل یکدیگرند.

اثبات: ضلع DA را امتداد می‌دهیم.




$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \quad (1)$$

$AB \parallel CD$ و AD مورب $\Rightarrow \hat{D} = \hat{A}_2 \quad (2)$

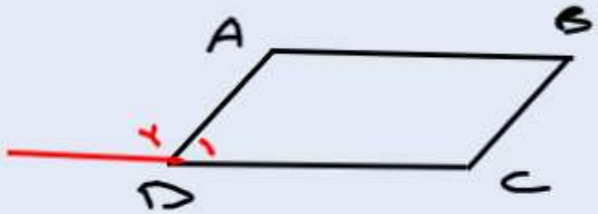
$$(1), (2) \Longrightarrow \hat{A}_1 + \hat{D} = 180^\circ$$

بقیه موارد به طور مشابه ثابت می‌شود.

(عکس قضیه ۲)

تمرین: اگر در چهار ضلعی زاویه های مجاور مکمل باشند آنگاه چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.

اثبات: فرض کنید زاویه های مجاور در ABCD مکمل اند. ضلع DC را امتداد دهید.




$$\left.\begin{array}{l}\hat{D}_1+\hat{D}_2=180^\circ\\ \hat{D}_1+\hat{C}=180^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{D}_2=\hat{C}\Rightarrow AD\parallel BC$$

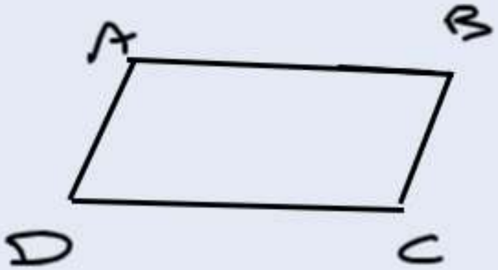
اگر ضلع AD را امتداد دهیم: $AB\parallel CD$.

یعنی ABCD متوازی الاضلاع است.



**قضیه ۳:** در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مقابل به هم برابرند.

اثبات: می‌دانیم زاویه‌های مجاور مکمل هستند.

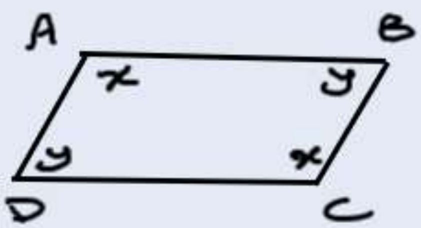



$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}+\hat{D}=180^\circ\\ \hat{A}+\hat{B}=180^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{D}=\hat{B}$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}+\hat{A}=180^\circ\\ \hat{B}+\hat{C}=180^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$$

عکس قضیه ۳: اگر در چهارضلعی، ضلع‌های مقابل برابر باشند آنگاه چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

اثبات: فرض کنیم $\hat{A}=\hat{C}=x$ و $\hat{B}=\hat{D}=y$

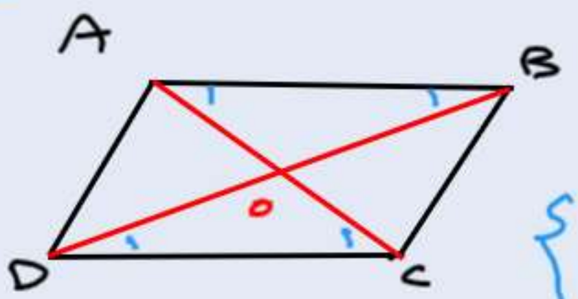



$$۲x+۲y=۳۶۰^\circ \Rightarrow x+y=۱۸۰^\circ$$

یعنی زاویه‌های مجاور مکمل هستند پس چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

**قضیه ۳:** در هر متوازی الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند.

**اثبات:** فرض کنیم قطرهای متوازی الاضلاع ABCD در نقطه O متقاطع‌اند.



$AB \parallel CD$ ، مورب $AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$

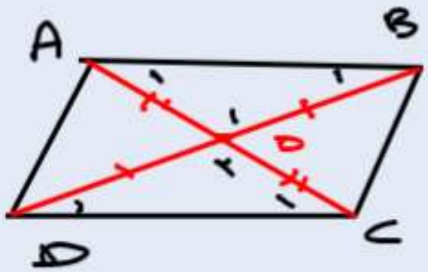
$AB \parallel CD$ ، مورب $BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB = CD \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{cases} \xRightarrow{\text{زضز}} \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

پس $OA = OC$ ، $OB = OD$ یعنی قطرها یکدیگر را نصف کرده‌اند.

**عکس قضیه:** اگر قطرهای یک چهارضلعی منصف یکدیگر باشند آنگاه چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

اثبات: فرض می‌کنیم $OA = OC$ , $OB = OD$ .




$$\begin{cases} OB = OD \\ OA = OC \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ و $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ .

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AB \parallel CD \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AD \parallel BC \end{array}\right\} \Rightarrow$$ $ABCD$ متوازی الاضلاع است.



خسته نباشید

پایان