

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی پنجم اسفند نودونه

مدرس: **مزبان حمیبی**

موضوع: **ترکیبیات و شمارش - دوازدهم ریاضی 2 دبیرستان خورشیدیان شیراز**

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی ۲

دبیرستان خوارسندکان شیراز

رسمی بنام سفیدفردین ساعت ۱۶:۰۰

۱ صفحه
دبیرستان

حبیبی
مزبان



یادآوری: اگر n شی را در یک ردیف کنه رسم قرار دهیم، هر چندمان را یک جا بلیه. از n شی می گویند.

$$n! = \text{تعداد جایگشت } n \text{ شی}$$

مثال: ۵ نفر به چند طریق می توانند در سه ردیف و در یک صف قرار گیرند؟

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

مبانی



یادآوری: اگر r شی از بین n شی را به ترتیب انتخاب کنیم آنگاه هر صیقل انتخاب شده را یک ترتیب می گویند.

$$P(n, r) = (n)_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: هفت مرد در یک کتبی قرار دارند، به چند طریق می توان به هر دو از این کتبی به ترتیب و بدون جایگزینی خارج کرد؟

$$P(7, 2) = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{5!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

مبانی

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



5 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مزبان حبیبی



یادآوری:

اگر r شی را با هم از بین n شی انتخاب کنیم آنگاه ترتیب انتخاب
مهم نیست و هر انتخاب به این صورت را این ترکیب می گویند.

$C(n, r) = \binom{n}{r}$ = تعداد انتخاب r شی با هم از بین n شی = تعداد ترکیب r شی از بین n شی

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \times (n-r)!} = \frac{P(n, r)}{r!}$$

میزبان



مثال: کبیله ای ۱۲ تنی ۵ مرد و ۷ زن داشته است، به هر دو با هم و بقیه زن از سبب ضایع می بینیم. اندک تعداد کل صله ها تا کجاست؟

$$\binom{12}{2} = \frac{12!}{2! \times 10!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{2 \times 1 \times 10} = 66$$

ب) به چند طریق ممکن است ۲ مرد بقیه زن و یک مرد و یک زن خارج شود؟

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{1} = 10 \times 7 = 70$$

ج) به چند طریق ممکن است همه مردها و همه زن ها خارج شوند؟

$$\binom{5}{2} + \binom{7}{2} = 10 + 21 = 31$$

میزبان



تمرین: پنج جوان و شش نوجوان، در یک صف کنار هم ایستاده.

الف) تعداد کل حالت ها کدام است؟

۱۱۱!

ب) در چند حالت، تمام جوان ها در کنار هم هستند؟

۱۱۱۱۱

۱۱۱۱۱
جوانه

۷! × ۵!

ج) در چند حالت تمام نوجوانان در کنار هم هستند؟

۱۱۱۱۱

۱۱۱۱۱
نوجوان

۶! × ۲!

د) در چند حالت جوانها در کنار هم و نوجوان ها هم در کنار هم هستند؟

۱۱۱۱۱ ۱۱۱۱۱

۲! × ۵! × ۶!

بیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر زبان حبیبی



مکملین: با حرف «گ» ، «پ» ، «ز» ، «ج» «دارقلم» «۷ و ۶ و ۵» یک کد یابی ریاضی داریم.

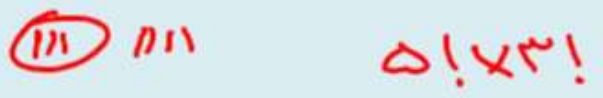
الف) تعداد کل کدها کدام است ؟

۷!

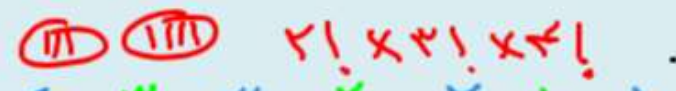
ب) در چند کد، حرف درین جمع هستند ؟



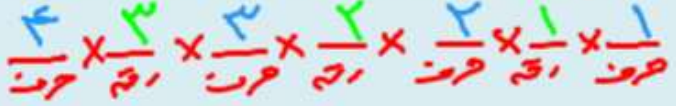
ج) در چند کد ، ارقام درین جمع هستند ؟



د) در چند کد ، ارقام ، حرف و حرف درین جمع هستند .



ه) در چند کد ، ارقام و حرف یک درین جمع هستند ؟



۴! × ۳!

بیبی



سؤال: با ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ چند عدد رحمت رحمتی می توان نوشت؟

۲۲۲۲۳۴۵
۲۲۲۳۲۴۵
۲۲۲۳۲۴۵

$$\left. \begin{array}{l} ۷! = \text{تعداد حالت‌های ۷ تایی} \\ ۴! = \text{تعداد حالت‌های ۴ تایی} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{جواب} = \frac{۷!}{۴!}$$

مزبان حبیبی



جابجایی - با تکرار:

از n شیء داشته باشیم که ۲ تایی آن ها سه دسته A ، B و C به تعداد جابجایی

$$\frac{n!}{2!}$$

این n شیء، برابر است با:

مثال: با حروف (گ، گ، ر، پ، و) چند کلمه می‌توان نوشت؟

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!} = 5 \times 4 = 20$$

مبانی



جائگیت - بانندی ابراهیم یانته :

فرض کنیم n شی داریم که r_1 تایی آن هماتند و r_2 تایی دیگر هماتند ... بانندی.
($r_1 + r_2 + \dots \leq n$) آنگاه تعداد جائگیت - ها این n - شی برابر با :

$$\frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \dots}$$

دکترزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مهربان حبیبی



مثال: با ارقام ۵، ۳ و ۲ و ۱ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت؟

$$\frac{7!}{3! \times 2!}$$

مثال: یازده نفر را به چند طریق می توان در سه اتاق ۳، ۲ و ۶ نفری اسکان داد؟

$$\frac{11!}{3! \times 2! \times 6!}$$

مثال: با صدون «تک رقمی» و ارقام ۷، ۷، ۲ چند کلمه می توان نوشت؟

$$\frac{8!}{2! \times 3!}$$

مهربانی



سأله انتقاب رتة گل :

به صند طریق می توان دتة گلی مثل ۷ ت ضة گل از بین سه نوع گل انتقاب کرد؟
(از هر نوع گل به تعداد رخواه موجود است.)

$x_1 \equiv$ تعداد گل نوع اول

$x_2 \equiv$ تعداد گل نوع دوم

$x_3 \equiv$ تعداد گل نوع سوم

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z} \text{ و } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مبانی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$\begin{aligned} \text{تعداد گل ها} &= 7 & \Rightarrow & \text{جواب} = \binom{9}{2} = 36 \\ \text{تعداد خط ها} &= 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی



نتیجه ۱: اگر بخواهیم دسته های n تایی از بین k نفعی انتخاب کنیم، آنگاه
تعداد حالتها، برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد کل ها} &= n \\ \text{تعداد مضامین} &= k-1 \\ \text{تعداد کل جایگاهها} &= n+k-1 \end{aligned} \Rightarrow \text{جواب} = \binom{n+k-1}{k-1}$$

دکترزبان حبیبی



مثال: به چند طریق می توان ۵ شانه گل از بین ۳ نوع گل انتخاب کرد؟

$$n=5, \quad k=3$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!}$$
$$= \frac{7 \times 6 \times 5}{2 \times 1} = 21$$

مزبان حبیبی



نتیجه ۲: تعداد جواب‌های معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ در مجموعه اعداد صحیح مثبتی n, k است؟

$x_1 \geq 0$ تعداد کل نوع اول

$x_2 \geq 0$ تعداد کل نوع دوم

\vdots
 $x_k \geq 0$ تعداد کل نوع k

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \text{تعداد جواب‌ها}$$

بزرگ



مثال: سوال ۱

$x_1 + x_2 + x_3 = 10$ در محوری اعداد صحیح نامنفی چند جواب دارد؟

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66$$

مثال: سوال ۲

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$ در محوری اعداد صحیح نامنفی چند جواب دارد؟

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{10+4-1}{4-1} = \binom{13}{3} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} = 13 \times 11 \times 2$$

مزبان حبیبی



تمرین: معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ با شرط $x_1 > 1$ چند جواب دارد؟

$$x_1 > 1 \Rightarrow x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 - 2 \geq 0 \quad , \quad y_1 = x_1 - 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow (x_1 - 2) + x_2 + x_3 = 10 - 2 \\ \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

میزبان حبیبی



تمرین: معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ ، شرط $x_1 > 1$ ، $x_2 > 1$ ، $x_3 > 2$ ،

چند جواب دارد؟

$$x_1 > 1 \Rightarrow x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 - 2 \geq 0 \quad \therefore y_1 = x_1 - 2$$

$$x_2 > 1 \Rightarrow x_2 \geq 2 \Rightarrow x_2 - 2 \geq 0 \quad \therefore y_2 = x_2 - 2$$

$$x_3 > 2 \Rightarrow x_3 \geq 3 \Rightarrow x_3 - 3 \geq 0 \quad \therefore y_3 = x_3 - 3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow (x_1 - 2) + (x_2 - 2) + (x_3 - 3) = 10 - 2 - 2 - 3$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 3 \quad \therefore \text{جواب} = \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$$

میزبان

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حساب بنابر

۱

مزبان حبیبی

