سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی سوم اسفند ماه نودونه

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: تمرین مثلثات- یازدهم ریاضی دبیرستان خورسندیان- شیراز

دکتر مزبان حبیبی

1 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

الله الرحمن الرحیم

سلام، وقت بخیر

حسابان یک - یازدهم ریاضی

دبیرستان خورشید

کیش

موضوع:

حل تمرین شش

حبیبی

www.mezbanhabibi.ir +989176193511

یادآوری :

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha.\tan\beta} \quad , \quad \tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha.\tan\beta}$$

3 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

نسبت‌های مثلثاتی زاویه 2α :

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha+\alpha) = \sin\alpha.\cos\alpha + \cos\alpha.\sin\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$\boxed{\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$$

تمرین: ثابت کنید :

اثبات: $\cos 2\alpha = \cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha.\cos\alpha - \sin\alpha.\sin\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

4 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

نتیجه :

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$= 2\cos^2\alpha - 1$$
$$= 1 - 2\sin^2\alpha$$

حبیبی

5 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مثال: مقدار $\sin 22.5^\circ$ را حساب کنید.

$\alpha = 22.5 \Rightarrow 2\alpha = 45^\circ$

$\sin 45^\circ = 2\sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ$ (1)

$\cos 45 = 2\cos^2 22.5 - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\cos^2 22.5 - 1$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \Rightarrow \cos^2 22.5 = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 22.5 = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}}$

(1) $\Rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{2\cos 22.5} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}}}$

6 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین: مقدار $\tan 22.5^\circ$ را حساب کنید.

$\alpha = 22.5 \longrightarrow 2\alpha = 45^\circ$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\left(\tan 2\alpha = \tan(\alpha+\alpha) = \frac{\tan\alpha+\tan\alpha}{1-\tan\alpha\tan\alpha} = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\right.$$

$\tan 22.5^\circ = m$

$\tan 45^\circ = 1$

$$\tan 45^\circ = \frac{2\tan 22.5}{1-\tan^2 22.5} \Rightarrow 1 = \frac{2m}{1-m^2} \Rightarrow 2m = 1-m^2$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 1 = 0 \longrightarrow m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

$\begin{cases} \tan 22.5 = -1+\sqrt{2} \\ \tan 22.5 = -1-\sqrt{2} \text{ قابل قبول نیست} \end{cases}$

7 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین: حاصل $\tan 420^\circ$ را به کمک $\tan 60^\circ$ بیابید. ($\tan 60^\circ = \sqrt{3}$)

تکلیف

8 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین: اگر $\cos\alpha=\frac{1}{3}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد، مقادیر زیر را محاسبه کنید.

الف) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$

$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ (α در ربع اول) $\Rightarrow \sin\alpha=+\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin^2\beta=1-\cos^2\beta=1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}$ (β در ربع دوم) $\Rightarrow \sin\beta=+\sqrt{\frac{21}{25}}=\frac{\sqrt{21}}{5}$

$\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}\times(-\frac{2}{5})-\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{21}}{5}=-\frac{2}{15}-\frac{2\sqrt{42}}{15}$

9 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

ب) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$

$= \frac{2\sqrt{2}}{3}\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{15} + \frac{\sqrt{21}}{15}$

ج) انتهای زاویه $\alpha+\beta$ در کدام ناحیه است؟

$\cos(\alpha+\beta) = \frac{-2-2\sqrt{42}}{15} < 0 \Rightarrow$ زاویه $\alpha+\beta$ در ناحیه دوم است

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{-4\sqrt{2}+\sqrt{21}}{15} < 0 \Rightarrow$ زاویه $\alpha+\beta$ در ناحیه سوم است

$\Rightarrow$ ناحیه سوم

10 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

11 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین : معادل $\sin 120^\circ$ را به چهار روش مختلف حساب کنید.

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = +\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 120^\circ = \sin(60^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ + \cos 60^\circ \times \sin 60^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 120^\circ = \sin 2(60^\circ) = 2\sin 60^\circ \times \cos 60^\circ = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = +\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 140^\circ = \sin(120^\circ + 90^\circ) = \sin 120^\circ \times \cos 90^\circ + \cos 120^\circ \times \sin 90^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 120^\circ = \ldots\ldots$$

حبیبی

12 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین: اگر $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ و α در ناحیه دوم و $\cos\beta = \frac{1}{4}$ و β در ناحیه اول باشد آنگاه مقادیر زیر را حساب کنید.

الف) $\cos\alpha$ ، $\sin\beta$

ب) $\cos(\alpha+\beta)$ ، $\sin(\alpha-\beta)$

ج) $\sin 2\alpha$ ، $\cos 2\alpha$

د) $\tan(\alpha+\beta)$

تکمیل.

حبیبی