

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی بیست و پنجم آبان نودون

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **معادله، همبستگی - دوازدهم ریاضی دو دبیرستان بوعلی شیراز**

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر
ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی ۲
پیرستان بوعلی شیراز
تلفن : ۲۵ ، ۸ ، ۹۹ ساعت ۱۳:۰۰
مدرس : مزبان حبیبی

موضوع :
همچون گذشته

مزبان حبیبی





یا داری :

تقسیم
 $a - b = m \cdot q \Rightarrow m | a - b \Rightarrow a \equiv b^m$

نات: $25 \equiv 5 \pmod{5}$

$73 \equiv 9 \pmod{17} \quad 25 \equiv 3 \pmod{17}$

$9 \equiv 9 \pmod{17}$
 $3 \equiv 3 \pmod{17}$

$$a \equiv b^m \Rightarrow \begin{cases} a + c \equiv b + c \\ a - c \equiv b - c \\ ac \equiv bc \\ a^n \equiv b^n \end{cases}$$

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bd \\ a + c \equiv b + d \\ a - c \equiv b - d \end{cases}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



گزینه:

باقی‌مانده تقسیم $2^{19} + 2^{17}$ بر 13 را بیابید.

$2^5 = 32$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 13 \overline{) 32} \\ \underline{26} \\ 6 \end{array}$$

$$12 - 13 = -1$$

~~$$\begin{array}{r} 25 \\ 13 \overline{) 32} \\ \underline{26} \\ 6 \end{array}$$~~

$$\begin{aligned} & 2^{19} + 2^{17} \equiv 2^{17}(2^2 + 1) \equiv 2^{17}(4 + 1) \equiv 2^{17} \cdot 5 \\ & 2^{17} \equiv (-1)^{17} \equiv -1 \\ & \Rightarrow (-1) \cdot 5 \equiv -5 \equiv 8 \pmod{13} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 13 \overline{) 26} \\ \underline{26} \\ 0 \end{array}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: باقیمانده تقسیم

۲۱۳۹۹ بر ۷ را بسایید.

۳۶ : ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶، ۵۱۲، ۱۰۲۴، ۲۰۴۸، ۴۰۹۶، ۸۱۹۲، ۱۶۳۸۴، ۳۲۷۶۸، ۶۵۵۳۶، ۱۳۱۰۷۲، ۲۶۲۱۴۴، ۵۲۴۲۸۸، ۱۰۴۸۵۷۶، ۲۰۹۷۱۵۲، ۴۱۹۴۳۰۴، ۸۳۸۸۶۰۸، ۱۶۷۷۷۲۱۶، ۳۳۵۵۴۴۳۲، ۶۷۱۰۸۸۶۴، ۱۳۴۲۱۷۲۸، ۲۶۸۴۳۴۵۶، ۵۳۶۸۶۹۱۲، ۱۰۷۳۷۳۸۲۴، ۲۱۴۷۴۷۶۴۸، ۴۲۹۴۹۵۲۹۶، ۸۵۸۹۹۰۵۹۵۲، ۱۷۱۷۹۰۱۱۹۰۴، ۳۴۳۵۸۰۲۳۸۰۸، ۶۸۷۱۶۰۴۷۶۱۶، ۱۳۷۴۳۰۹۵۲۳۲، ۲۷۴۸۶۱۹۰۴۶۴، ۵۴۹۷۲۳۸۰۸۹۶، ۱۰۹۹۴۴۶۷۱۷۹۲، ۲۱۹۸۸۹۳۴۳۵۸۴، ۴۳۹۷۷۸۶۸۷۱۶۸، ۸۷۹۵۵۷۳۷۴۳۳۶، ۱۷۵۹۱۱۴۷۴۸۶۶۷۲، ۳۵۱۸۲۲۹۴۹۷۳۳۴۴، ۷۰۳۶۴۵۸۹۹۴۶۶۶۸۸، ۱۴۰۷۲۹۱۹۹۹۸۹۳۳۷۷۶، ۲۸۱۴۵۸۳۹۹۹۷۸۶۶۷۵۵۲، ۵۶۲۹۱۶۷۹۹۹۵۷۳۳۳۱۱۰۴، ۱۱۲۵۸۳۳۹۹۹۱۱۴۶۶۶۲۲۰۸، ۲۲۵۱۶۶۷۹۹۸۲۳۳۳۲۴۴۰۱۶، ۴۵۰۳۳۳۵۹۹۶۴۶۶۶۴۸۸۰۳۲، ۹۰۰۶۶۷۱۹۹۹۲۹۳۳۳۷۷۶۰۶۴، ۱۸۰۱۳۳۴۳۹۹۸۴۶۶۶۷۵۵۲۰۱۲۸، ۳۶۰۲۶۶۸۷۹۹۷۳۳۳۳۵۱۰۲۵۶، ۷۲۰۵۳۳۷۵۹۹۴۶۶۶۶۷۰۲۰۵۱۲، ۱۴۴۰۱۰۶۷۵۱۹۹۹۱۳۳۳۳۴۰۴۰۲۵۶، ۲۸۸۰۲۱۳۵۰۳۹۹۸۲۶۶۶۶۸۰۸۰۵۱۲، ۵۷۶۰۴۲۷۰۰۷۹۹۶۵۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۱۵۲۰۸۵۴۰۱۵۹۹۳۰۶۶۶۶۷۲۰۲۰۵۱۲، ۲۳۰۴۱۰۸۰۳۱۹۹۸۶۱۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۴۶۰۸۲۱۶۰۶۳۹۹۳۲۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۹۲۱۶۴۳۲۱۲۷۹۸۵۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۸۴۳۲۸۴۲۵۵۹۷۰۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۳۶۸۶۵۶۸۵۱۱۱۹۴۰۱۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۷۳۷۳۱۳۷۰۲۲۳۸۸۲۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۱۴۷۴۶۲۷۰۴۴۷۷۶۵۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۲۹۴۹۲۵۴۰۸۹۵۵۳۰۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۵۸۹۸۵۰۸۰۱۷۹۱۰۶۶۶۶۷۲۰۶۴۰۶۴۰۴۰۲۵۶، ۱۱۷۹۷۰۱۶۰۳۵۸۲۱۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۲۳۵۹۴۰۳۲۰۷۱۶۴۲۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۴۷۱۸۸۰۶۴۰۱۴۳۲۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۹۴۳۷۶۱۲۸۰۲۸۶۵۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۸۸۷۵۲۲۵۶۰۵۷۳۱۷۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۳۷۷۵۰۴۵۱۲۰۱۱۴۶۳۴۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۷۵۵۰۰۹۰۲۴۰۲۲۹۲۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۵۱۰۰۱۸۰۴۸۰۴۵۸۵۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۳۰۲۰۰۳۶۰۹۶۰۹۱۷۰۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۶۰۴۰۰۷۲۰۱۸۰۳۸۳۴۰۱۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۱۲۰۸۰۱۴۴۰۳۶۰۷۶۶۸۰۳۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۲۴۱۶۰۲۸۸۰۷۲۰۱۵۳۳۶۰۷۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۴۸۳۲۰۵۷۶۰۱۴۶۷۲۰۱۴۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۹۶۶۴۰۱۱۵۲۰۲۹۳۴۴۰۲۹۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۱۹۳۲۸۰۲۳۰۴۸۶۸۸۰۵۹۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۳۸۶۵۶۰۴۶۰۹۷۳۷۶۰۱۱۹۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۷۷۳۱۲۰۹۲۰۱۹۴۷۵۲۰۲۳۸۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۱۵۴۶۲۴۰۱۸۴۰۳۸۹۵۰۴۷۷۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۳۰۹۲۴۸۰۳۶۸۰۷۷۹۰۹۵۵۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۶۱۸۴۹۶۰۷۳۶۰۱۵۵۸۰۱۹۱۱۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۲۳۶۹۱۲۰۱۴۷۲۰۳۸۳۶۰۳۸۲۲۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۲۴۷۳۸۲۴۰۲۹۴۴۰۷۶۷۲۰۷۶۴۵۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۴۹۴۷۶۴۸۰۵۸۸۸۰۱۵۳۱۱۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۹۸۹۵۲۹۶۰۱۱۷۷۶۰۳۰۶۲۲۲۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۹۷۹۰۵۹۲۰۲۳۵۵۲۰۶۱۲۴۵۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۳۹۵۸۱۱۸۴۰۴۷۱۰۴۲۴۹۱۱۴۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۷۹۱۶۲۳۶۸۰۹۴۲۰۸۴۹۸۲۲۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۵۸۳۲۴۷۳۶۰۱۸۸۴۰۱۶۹۹۶۴۵۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۳۱۶۶۴۹۴۷۲۰۳۷۶۸۰۳۳۹۹۲۹۱۱۴۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۶۳۳۲۹۸۹۴۴۰۷۵۳۶۰۶۷۹۸۴۲۲۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۲۶۶۵۹۸۸۸۰۱۵۰۷۲۰۱۳۵۹۶۸۴۵۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۲۵۳۳۱۹۷۷۶۰۳۰۱۴۴۰۲۷۱۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۵۰۶۶۳۹۵۵۲۰۶۰۲۸۸۰۵۴۳۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۱۰۱۳۲۷۱۰۴۰۱۱۰۵۷۶۰۱۰۸۷۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۲۰۲۶۵۴۲۰۸۰۲۲۱۱۴۴۰۲۱۷۵۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۴۰۵۳۰۸۴۱۶۰۴۴۲۲۸۸۰۴۳۵۰۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۸۱۰۶۱۶۸۳۲۰۸۸۴۵۷۶۰۸۷۰۱۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۱۶۲۱۲۳۶۶۴۰۱۷۶۹۱۵۲۰۱۷۴۰۳۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۳۲۴۲۴۷۳۲۸۰۳۵۳۸۳۰۳۴۸۰۷۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۶۴۸۴۹۴۶۵۶۰۷۰۷۶۶۰۶۹۶۰۱۴۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۱۲۹۶۹۹۳۳۱۲۰۱۴۱۳۲۰۱۳۹۲۰۲۹۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۲۵۹۳۹۸۶۶۲۴۰۲۸۲۶۴۰۲۷۸۴۰۵۹۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۵۱۸۷۹۷۳۲۴۸۰۵۶۵۲۸۰۵۵۶۸۰۱۱۹۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۰۳۷۵۹۶۴۹۶۰۱۱۳۰۵۶۰۱۱۱۳۶۰۲۳۸۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۲۰۷۵۱۹۲۹۹۲۰۲۲۶۱۱۲۰۲۲۲۷۲۰۴۷۷۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۴۱۵۰۳۸۵۹۸۴۰۴۵۲۲۲۴۰۴۴۵۴۰۹۵۵۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۸۳۰۰۷۷۱۹۶۸۰۹۰۴۴۴۸۰۸۹۱۰۱۹۱۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۶۶۰۱۴۳۵۹۳۶۰۱۸۰۸۸۹۶۰۱۸۲۲۰۳۸۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۳۳۲۰۲۸۷۱۸۷۲۰۳۶۱۷۷۹۲۰۳۶۴۴۰۷۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۶۶۴۰۵۷۴۳۷۴۴۰۷۲۳۵۵۸۴۰۷۲۹۱۰۱۴۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۳۲۸۱۱۸۷۶۸۸۰۱۴۴۷۱۱۶۸۰۱۴۵۸۰۲۹۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۲۶۵۶۲۳۵۷۳۶۰۲۸۹۴۲۳۳۶۰۲۹۱۶۰۵۹۷۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۵۳۱۲۴۷۱۴۷۲۰۵۷۸۸۴۶۷۲۰۵۸۳۲۰۱۱۹۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۰۶۲۴۹۴۲۸۴۴۰۱۱۵۷۶۹۳۴۴۰۱۱۸۷۲۰۲۳۸۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۲۱۲۴۹۸۸۵۶۸۸۰۲۳۱۵۳۸۶۸۸۰۲۳۷۴۴۰۴۷۷۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۴۲۴۹۹۷۷۱۳۷۶۰۴۶۳۰۷۷۷۷۶۰۴۷۵۸۰۹۵۵۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۸۴۹۹۹۴۴۲۷۵۲۰۹۲۶۱۵۵۵۵۲۰۹۵۱۶۰۱۹۱۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۶۹۹۹۸۸۴۵۰۴۰۱۸۵۳۱۱۱۱۰۱۹۰۳۸۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۳۳۹۹۹۷۷۰۸۰۳۷۰۶۲۲۲۲۰۳۸۰۷۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۶۷۹۹۹۵۴۰۱۶۰۷۴۱۲۴۴۴۰۷۶۱۵۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۳۵۹۹۹۰۸۰۰۱۴۸۲۴۸۸۰۱۴۲۳۰۲۹۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۲۷۱۹۹۸۰۱۶۰۰۲۹۶۴۹۷۶۰۲۸۴۶۰۵۹۷۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۵۴۳۹۹۶۰۰۰۵۹۲۹۹۵۲۰۵۶۹۲۰۱۱۹۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۰۸۷۹۹۲۰۰۰۱۱۸۵۹۹۰۱۱۳۸۴۰۲۳۸۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۲۱۷۵۹۸۴۰۰۰۲۳۷۱۸۰۲۲۷۷۲۰۴۷۷۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۴۳۵۱۹۶۸۰۰۰۴۷۴۳۶۰۴۵۵۴۰۹۵۵۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۸۷۰۳۹۳۶۰۰۰۹۴۸۷۲۰۹۱۰۱۹۱۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۷۴۰۷۸۷۲۰۰۰۱۸۹۷۴۴۰۱۸۲۲۰۳۸۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۳۴۸۱۵۷۴۴۰۰۰۳۷۹۴۸۸۰۳۶۴۴۰۷۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۶۹۶۳۱۴۸۸۰۰۰۷۵۸۹۷۶۰۷۲۹۱۰۱۴۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۳۹۲۶۲۹۶۰۰۰۱۵۱۷۹۵۲۰۱۴۵۸۰۲۹۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۲۷۸۵۲۵۹۲۰۰۰۳۰۳۵۹۰۲۹۱۶۰۵۹۷۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۵۵۷۰۵۱۸۴۰۰۰۶۰۷۱۸۰۵۸۳۲۰۱۱۹۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۱۱۴۱۰۳۶۸۰۰۰۱۲۱۴۲۰۱۱۳۸۴۰۲۳۸۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۲۲۲۸۲۰۷۳۶۰۰۰۲۴۲۸۴۰۲۲۷۷۲۰۴۷۷۸۶۶۶۶۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۸۰۵۱۲، ۴۴۵۶۴۱۴۷۲۰۰۰۴۸۵۶۸۰۴۵۵۴۰۹۵۵۷۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۸۹۱۲۸۲۹۴۴۰۰۰۹۷۱۳۶۰۹۱۰۱۹۱۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۱۷۸۲۵۵۹۸۸۰۰۰۱۹۴۲۷۲۰۱۸۲۲۰۳۸۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۳۵۶۵۱۱۹۷۶۰۰۰۳۸۸۵۴۴۰۳۶۴۴۰۷۶۶۶۶۸۰۵۱۲، ۷۱۳۰۲۳۹۵۲۰۰۰۷۷۷۰۸۱۰۱۴۹۳۳۳۳۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۶۰۱۰۲۵۶، ۱۴۲۶۰۴۷۹۰۴۰۱۵۱۴۰۲۹۸۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۲۸۵۲۰۹۵۸۰۸۰۳۰۲۸۰۵۸۳۲۰۱۱۹۴۶۶۶۶۷۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۳۲۰۲۰۵۱۲، ۵۷۰۴۱۹۶۱۶۰۰۰۶۰۵۶۰۱۱۳۸۴۰۲۳۸۹۳۳۳۳۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۴۰۲۵۶، ۱۱۴۰۸۳۹۳۲۰۰۰۱۲۱۱۲۰۲۲۷۷۲۰۴۷۷۸۶۶۶۶۸۰۵۱۲، ۲۲۸۱۶۷۸۶۴۰۰۰۲۴۲

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: با همزن تنظیم $41 + 15 = 41^v + 15^v = 4^v$ بیابید.

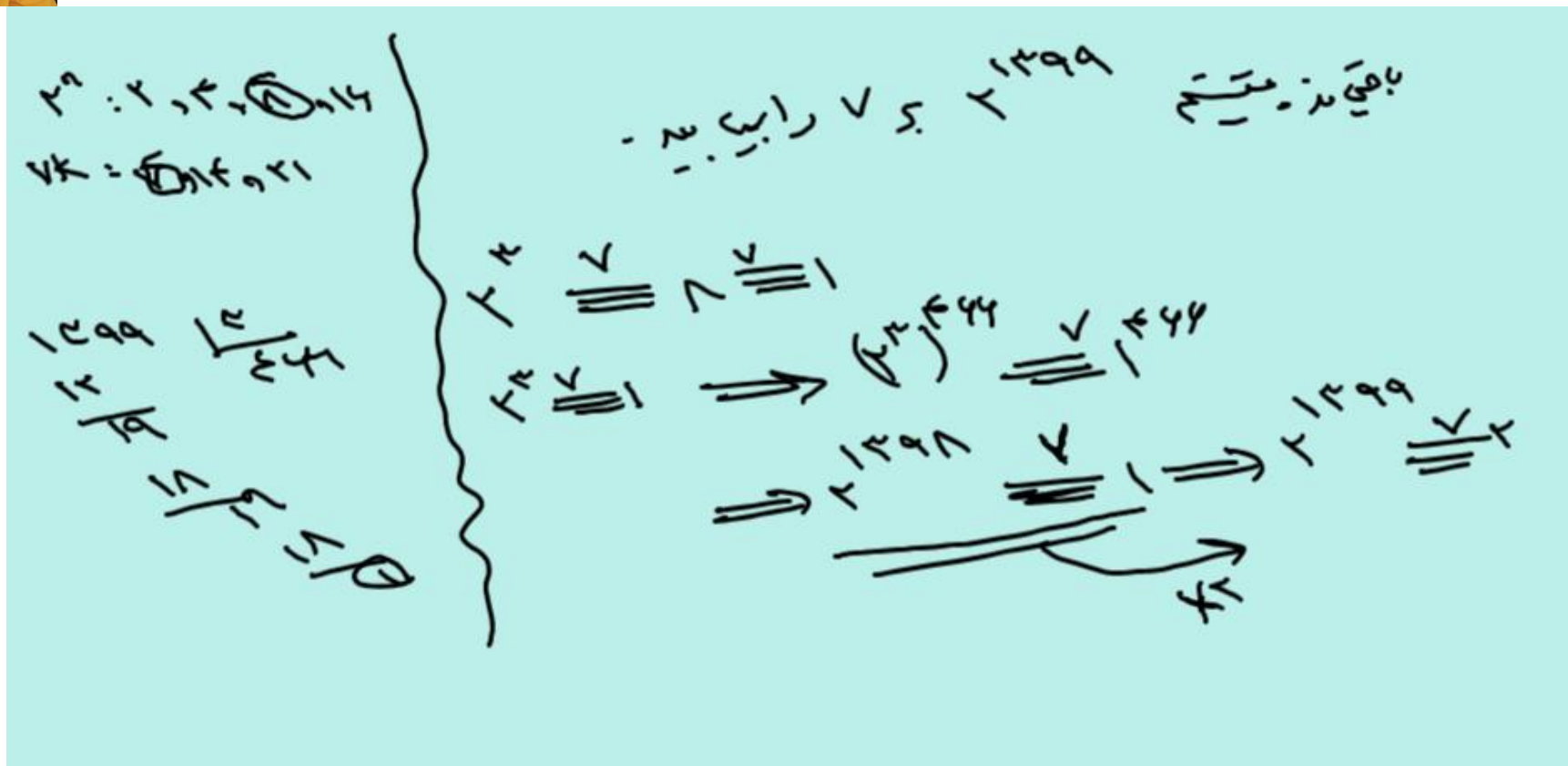
$$41^v \equiv 5 \pmod{4} \Rightarrow 41^2 \equiv 25 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 41^2 \equiv 1 \pmod{4} \\ 41^4 \equiv 1 \pmod{4} \\ 41^6 \equiv 1 \pmod{4} \\ 41^8 \equiv 1 \pmod{4} \end{array} \right\} \Rightarrow 41^2 \times 41^2 \times 41 = 1 \times 1 \times 4 = 4 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow 41^5 \equiv 41 \pmod{4} \Rightarrow 41^5 + 15^v \equiv 1 + 15^v \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 15^v \equiv 0 \pmod{4}$$

$v = 4$

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی





تمرین: باقیمانده یزیتیم $4^{2^v} + 19$ را بر 7 بنویسید.

$$\begin{aligned}
 4^2 &\equiv 2 \pmod{7} &\Rightarrow 4^{2^2} &\equiv 9 &\equiv 2 \pmod{7} \\
 4^{2^2} &\equiv 2 \pmod{7} &\Rightarrow (4^{2^2})^2 &\equiv 2^2 &\equiv 4 \pmod{7} \\
 & &\Rightarrow 4^{2^3} &\equiv 4 \pmod{7} \\
 & &\Rightarrow 4^4 \times 4^{2^6} &\equiv 4^2 &\equiv 2 \pmod{7} \\
 & &\Rightarrow 4^{2^7} + 19 &\equiv 2 + 6 &\equiv 8 \pmod{7} \rightarrow r=1
 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزی: عدد $\sqrt{14} + 5$ و 23 بخش پذیری است، کمترین
 عبارتی - هکلاه اب؟ 201 212 213 214 215

$$\sqrt{14} \equiv 23 \pmod{23} : \sqrt{2} = 49 \equiv 23 \pmod{23} \rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^4 \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23} \Rightarrow \sqrt{2} \equiv 23 \pmod{23}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



فقریه: معادله حقیقی $ax = c$ در \mathbb{Z}_p برای

جوابات آر و نقطه آر $\mathbb{Z}_p \mid (a, c)$.

بدون بانه

مزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$ax \equiv b \iff c \mid ax - b$$

$$\iff ax - b = c \cdot y$$

$$\iff \boxed{ax - cy} = b$$

جواب: ندارد $\iff 14x \equiv 21$ $\iff 2 \mid 7x$ $\iff 2 \mid 7x$

$$\iff (12, 12) = 4 \times 3$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$۱۴۹ \equiv ۳ \pmod{۱۴۶}$$

عبارت صحیحی جواب دارد. $\Rightarrow ۳ \mid ۱۴۹ - ۳ = ۱۴۶$

مزبان حبیبی



قضیه: $a c \equiv_m b c \implies a \equiv_{\frac{m}{(m,c)}} b$

مثال: $4x \equiv_{12} 18 \implies x \equiv_2 3$

$$\frac{12}{(2,12)} = \frac{12}{6} = 2$$

مزبان حبیبی



$$\text{مثال: } 21x \equiv_{28} 23$$

$$(21, 28) = 7 \mid 23 \implies \text{حیج ندارد}$$

$$21x \equiv_{28} 23 \xrightarrow{\div 7} x \equiv_{4} 3$$

$$\frac{28}{(21, 28)} = \frac{28}{7} = 4$$

مربی



معادله هم خطی -
 $21x \equiv 63 \pmod{28}$ را حل کنید.

حدا ب. دارد $\Rightarrow (21, 28) = 7 \mid 63$

$$21x \equiv 63 \pmod{28} \xrightarrow{\div 7} x \equiv 9 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow x - 1 = 4k \Rightarrow \boxed{x = 4k + 1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k=0 \Rightarrow x=1 \\ k=1 \Rightarrow x=5 \end{array} \right.$$

مربی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزی: معادله حجم غنچ - $۲۵ = ۳۰ - ۲۰x$ را حل کنید .

معادله جواب ندارد $\Rightarrow ۱۰ \times ۲۵ = (۲۰, ۳۰)$

مزبان حبیبی



مکرسین :

$$3x \equiv 5 \pmod{7}$$

جواب را در $5 \mid 3x \equiv 1 \pmod{7}$

$$\left. \begin{array}{l} 3x \equiv 5 \pmod{7} \\ 12 \equiv 5 \pmod{7} \end{array} \right\} \Rightarrow 3x \equiv 12 \pmod{7} \Rightarrow x \equiv 4 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow x - 4 = 7k \Rightarrow \boxed{x = 7k + 4}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ +7 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\frac{7}{(3,7)} = \frac{7}{1} = 7$$

مکرسین

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرین ۱: معادله حجمی را حل کنید.

$$18x \equiv 12 \pmod{20}$$

تکلیف شد

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرین ۲: معادله زیر را حل کنید.

$$14x \equiv 42 \pmod{21}$$

تکلیف ۳ >

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



حسّه نجاری

۱۳۹۰

مزبان حبیبی