

جزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی بیست و پنجم بهمن ماه نود و نه

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **محاسبه نسبت های مثلثاتی - یازدهم ریاضی دبیرستان خورشیدیان - شیراز**

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

سلام ، وقت بخیر

حبلان یک - یازدهم ریاضی دو

دبیرستان خورسندک نرسه از

شنبه بیست و پنجم محسن خورسندک علی ۱۱:۰۰

مصنوع :

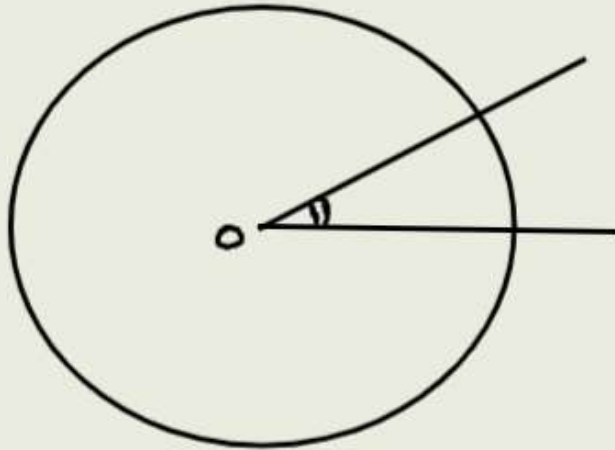
ع به سبب های ششده ای

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



یا دگری :



کمان مقابل آن $\frac{1}{360}$ محیط دایره است \equiv کمان درجه

کمان مقابل آن $\frac{1}{2\pi}$ محیط دایره است \equiv کمان گراد

طول کمان مقابل θ شعاع دایره \times θ \equiv کمان رادیان

$$\pi \text{ رادیان} \equiv 180 \text{ گراد} \equiv 180 \text{ درجه}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{90} = \frac{R}{\pi}$$

مزبان حبیبی

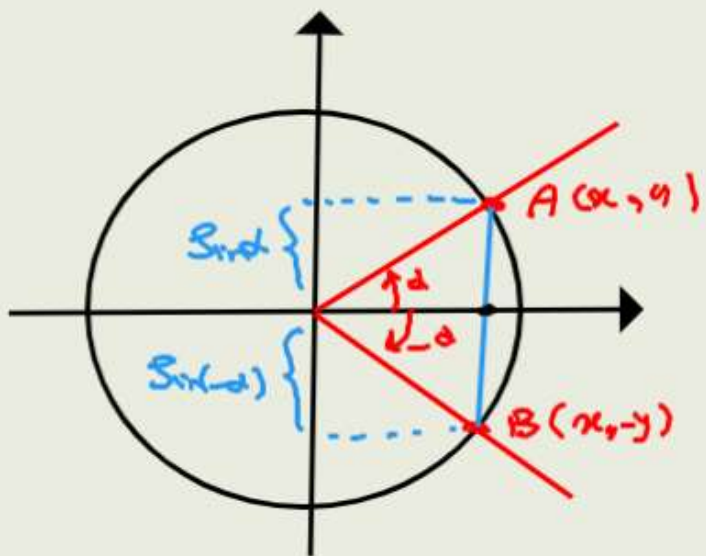
بزه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



یادآوری:

زاویه	$0^\circ = \frac{\pi}{6}$	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$
Sin	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$	$\frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$	$\frac{1}{0} \rightarrow \infty$
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

بزوہ ہی آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



قوسین نسبت و علامت در مثلثاتی $(-\alpha)$:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$



مثال:

$$\alpha = -30^\circ$$

$$\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

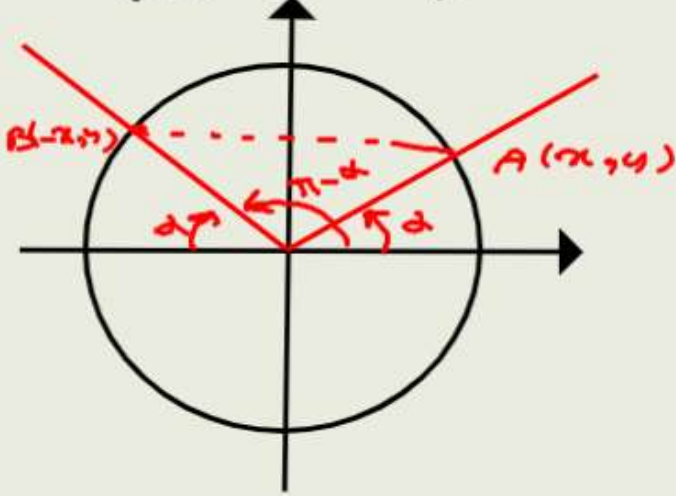
$$\cot(-30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



ی بسج قنبر شدا نم (زاویه ها در کمان) : $(\pi - \alpha)$ یا $(180 - \alpha)$



$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$



مثال: بسط سینوس زاویه ۱۲۰° را حساب کنید.

$$۱۲۰^\circ = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = \pi - \frac{\pi}{۳}$$

$$\sin ۱۲۰^\circ = \sin (۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = \sin ۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos ۱۲۰^\circ = \cos (۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = -\cos ۶۰^\circ = -\frac{۱}{۲}$$

$$\tan ۱۲۰^\circ = \tan (۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = -\tan ۶۰^\circ = -\sqrt{۳}$$

$$\cot ۱۲۰^\circ = \cot (۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = -\cot ۶۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: نسبت سه مثلث های زاویه 135° (یا $\frac{3\pi}{4}$) را حساب کنید.

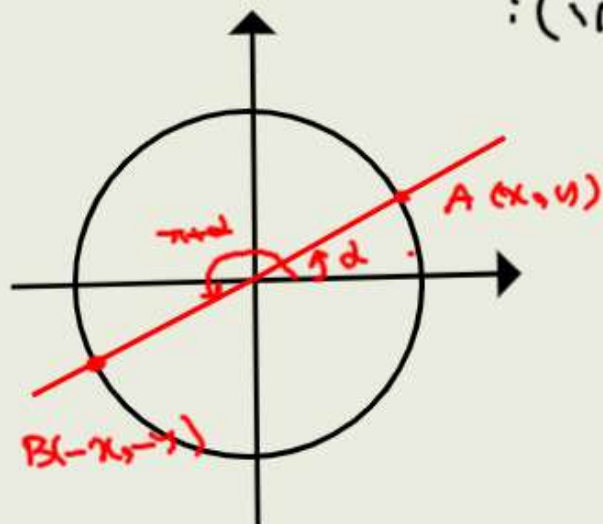
$$\frac{\pi}{4} = 45$$

$$\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

انگیزه

مزبان حبیبی

مقایسه نسبت‌ها در مثلثات راجع به $(\pi + \alpha)$ یا $(180 + \alpha)$:



$$\begin{aligned}\sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(\pi + \alpha) &= \cot \alpha\end{aligned}$$



تمرین: نسبت هر سینا تری زاویه ۲۱۰° را حساب کنید.

$$۲۱۰ = ۱۸۰ + ۳۰ = \pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\sin ۲۱۰^\circ = \sin(۱۸۰ + ۳۰) = -\sin ۳۰^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos ۲۱۰^\circ = \cos(۱۸۰ + ۳۰) = -\cos ۳۰^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(۲۱۰^\circ) = \tan(۱۸۰ + ۳۰) = \tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot(۲۱۰^\circ) = \cot(۲۱۰^\circ + ۳۰) = \cot ۳۰^\circ = \sqrt{3}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تکوین: نسبت هر شش تا 240° را حساب کنید.

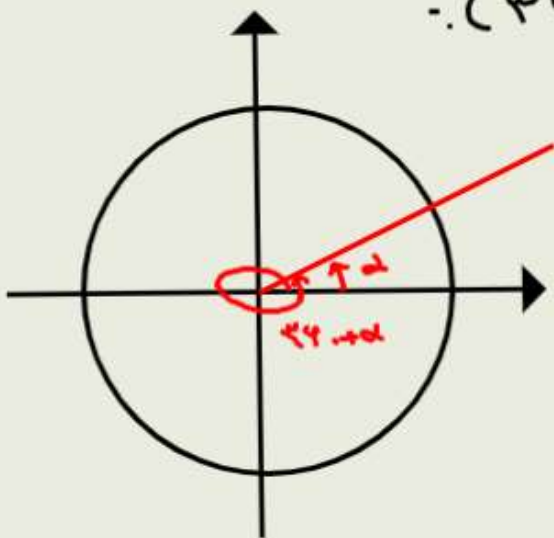
$$240^\circ = \frac{2\pi}{3} = 180^\circ + 60^\circ = \pi + \frac{\pi}{6}$$

اکتفین

مزبان حبیبی



فی الجنبہ ششہ سی یا $(2\pi + \alpha)$ یا $(360 + \alpha)$.



$$\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(2\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(2\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

مزبان حبیبی



مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 45° را حساب کنید.

$$45^\circ = 9(45^\circ) = 9\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9\pi}{4}$$

$$45^\circ = 45^\circ + 45^\circ$$

$$\sin(45^\circ) = \sin(45^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

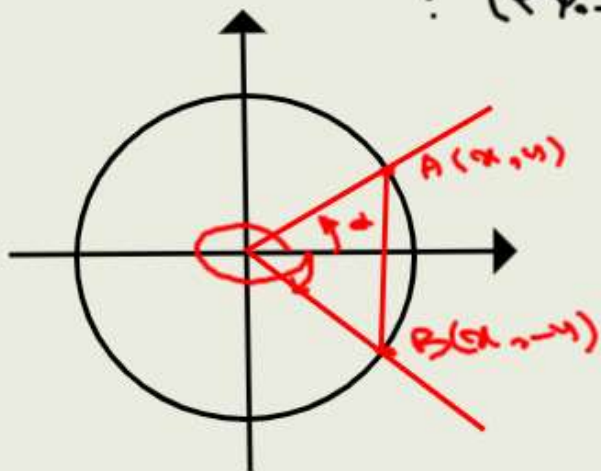
$$\tan(45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

$$\cot(45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$

مزبان حبیبی



فی بے نسبتہ شدتی زاویہ $(2\pi - \alpha)$ = $(\alpha - 2\pi)$:



$$\begin{aligned}\sin(\pi - \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= \cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$

مزبان حبیبی

مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه ۳۰۰° را حساب کنید.

$$\sin ۳۰۰^\circ = \sin(۳۶۰^\circ - ۶۰^\circ) = -\sin ۶۰^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos ۳۰۰^\circ = \cos(۳۶۰^\circ - ۶۰^\circ) = \cos ۶۰^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan ۳۰۰^\circ = \frac{\sin ۳۰۰^\circ}{\cos ۳۰۰^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

$$\cot ۳۰۰^\circ = \frac{1}{\tan ۳۰۰^\circ} = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزی: نسبت منتهای زاویه 315° را حساب کنید.

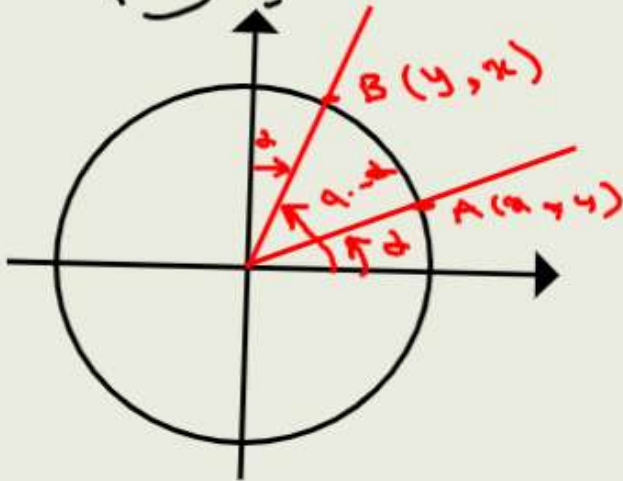
$$315^\circ = 360^\circ - 45^\circ$$

تکلیف

مزبان حبیبی



ی ہے نسبتہ شش نما، ایہ $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ یا $(90 - \alpha)$ زاویہ کا مستقیم



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

مزبان حبیبی



تذکره:

$$\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$$

$$\tan 14^\circ = \cot 76^\circ$$

$$\cos 2^\circ = \sin 88^\circ$$

$$\cot 29^\circ = \tan 61^\circ$$

$$\cos 34^\circ = \sin 56^\circ$$

$$\sin 7^\circ = \cos 83^\circ$$

مزبان حبیبی



تمرین: حاصل عبارت زیر را بیابید:

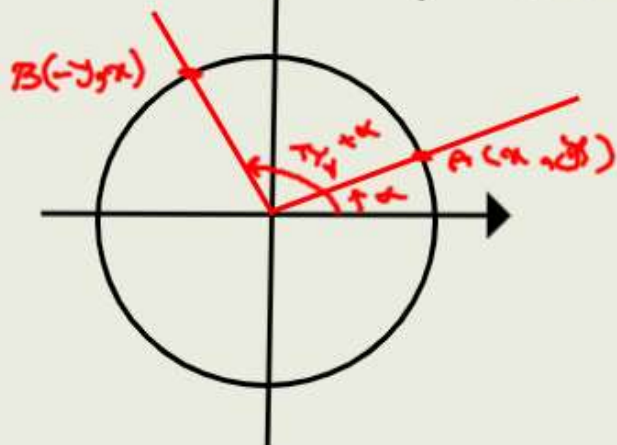
$$\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ = A$$

$$\begin{aligned} A &= (\tan 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ) \cdot \dots \cdot (\tan 45^\circ) (\tan 46^\circ) (\tan 47^\circ) \dots (\tan 88^\circ) (\tan 89^\circ) \\ &= \frac{1}{\cot 1^\circ} \times \cot 1^\circ \times \dots \times \cot 44^\circ \times (\tan 45^\circ) (\tan 46^\circ) \dots (\tan 88^\circ) (\tan 89^\circ) \\ &= (\tan 89^\circ \times \cot 89^\circ) \cdot (\tan 88^\circ \cot 88^\circ) \cdot \dots \cdot (\tan 46^\circ \cot 46^\circ) \cdot (\tan 45^\circ) \\ &= 1 \times 1 \times \dots \times 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی



توجه کنید که نسبت های زاویه $(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ و α :



$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

مزبان حبیبی



تمرین: نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۱۲° را حساب کنید.

$$\frac{\pi}{2} = ۱۲^\circ = ۹^\circ + ۳^\circ = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$$\sin(۱۲^\circ) = \sin(۹^\circ + ۳^\circ) = \cos ۳^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

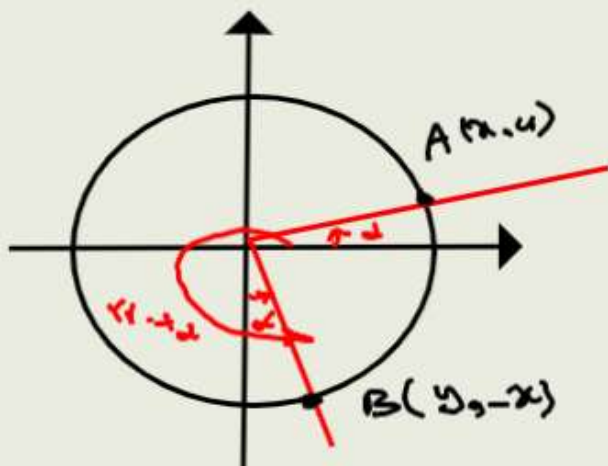
$$\cos(۱۲^\circ) = \cos(۹^\circ + ۳^\circ) = -\sin ۳^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan(۱۲^\circ) = \tan(۹^\circ + ۳^\circ) = -\cot ۳^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot(۱۲^\circ) = \cot(۹^\circ + ۳^\circ) = -\tan ۳^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

مزبان حبیبی

مقایسه نسبت‌ها : $\frac{3\pi}{4} + \alpha$ و $270^\circ + \alpha$



$$\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$



شکل:

$$۳۱۵^\circ = ?$$

$$۳۱۵^\circ = ۲۷۰^\circ + ۴۵^\circ = \frac{۳\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$$

$$\sin(۳۱۵^\circ) = \sin(۲۷۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\cos ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos(۳۱۵^\circ) = \sin ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan(۳۱۵^\circ) =$$

$$= -\cot ۴۵^\circ = -۱$$

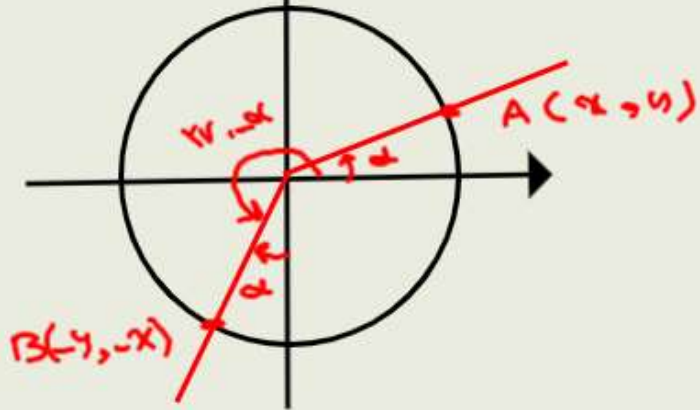
$$\cot(۳۱۵^\circ) =$$

$$= -\tan ۴۵^\circ = -۱$$

مزبان حبیبی



ی بے نسبتی : $(\frac{2\pi}{r} - \alpha)$ و $(\pi - \alpha)$



$$\sin\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = -\cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = -\sin\alpha$$

$$\tan\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = \cot\alpha$$

$$\cot\left(\frac{2\pi}{r} - \alpha\right) = \tan\alpha$$

مزبان حبیبی



مثال: نسبت حاصل شده طی زاویه 24° را ما بسنجید.

$$24^\circ = 27^\circ - 3^\circ \quad (24^\circ = 18^\circ + 6^\circ)$$

$$\sin 24^\circ = \sin(27^\circ - 3^\circ) = -\cos 3^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 24^\circ = -\sin 3^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 24^\circ = +\cot 3^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cot 24^\circ = \tan 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مزبان حبیبی



نتیجه: $\forall k \in \mathbb{Z}$

$$\sin(k\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(k\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(k\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(k\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسین حبیبی

۹۹۰

مزبان حبیبی

