

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی بیست و چهارم اسفند نودونه

مدرس: **مزبان حمیبی**

موضوع: **اصل لانه کبوتری - دوازدهم ریاضی یک دبیرستان بوعلی شیراز**

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ایضیات گسسته دوازدهم ریاضی

دبیرستان بوعلی شیراز

موضوع:

اصل لانه کیوتری (عجبر حصا)

حصی
باز
باز

کتابخانه بیت و چهارم اسفند خودونه ساعت ۱۴:۱۵

مزبان حبیبی



مثال ۱۰۰:

اگر $n < ۲$ ، نخواهیم ۲ تایی را بین n نفر جدا کردن تقسیم کنیم که هر نفر حداکثر یک تایی داشته باشد، تعداد حالت‌ها را با $(n)_r$ نشان می‌دهیم:

$$(n)_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\dots}_{r \text{ عدد}}$$

$$\text{مثال: } (۷)_۳ = ۷ \times ۶ \times ۵ = ۲۱۰$$

مزبان حبیبی



مثال: به چند طریق می توان چهار اسب را در ۹ جای پارک، قرار داد؟

$$(9)_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

مثال: ۳ اسب را به چند طریق می توان بین ۵ نفر تقسیم کرد اگر بخواهیم هر نفر

حداکثر یک اسب را بگیرد؟

$$(5)_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

مزبان حبیبی



اصل لانه کیوتری :

اگر m کیوترا در n لانه مراد هم و $m > n$ ، آنگاه لانه وجود دارد که
صداقت کیوترا در آن مراد دارد. (لانه هر چه که بیش از یک کیوترا در آن باشد.)

توجه: در ادامه از اصل لانه کیوتری باید موارد زیر را مشخص کرد:

- ۱- لانه ها
- ۲- تعداد لانه ها
- ۳- کیوترا ها
- ۴- تعداد کیوترا ها

مبانی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



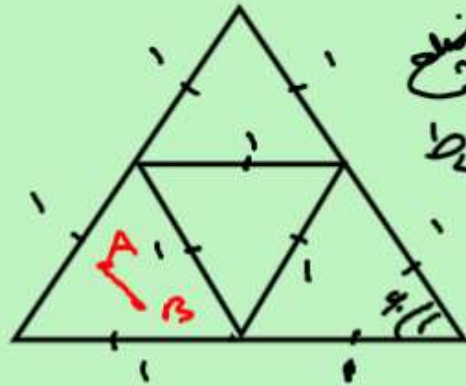
تمرین ۱: در یک خانواده ۵ نفری، ثابت کنید حداقل ۲ نفر فصل تولد یکسانی دارند.
جواب: اگر فصل هر سال را لانه مزن کنیم (۱۲ لانه) و افراد خانواده را کیوטר (۵ کیوטר) نگاه
چون $5 > 12$ بنا بر اصل لانه کیوتری، لانه هر حتماً که حداقل ۲ کیوטר در آن باشد پس
حداقل ۲ نفر از افراد خانواده دارای فصل تولد یکسان هستند.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تترین: ۵ نقطه روی شش متساوی الاضلاع به ضلع دو واحد انتی می کشیم. شش بکنند
 حداقل ۲ نقطه از این شش نقطه، فاصله اش از یک واحد دارند.



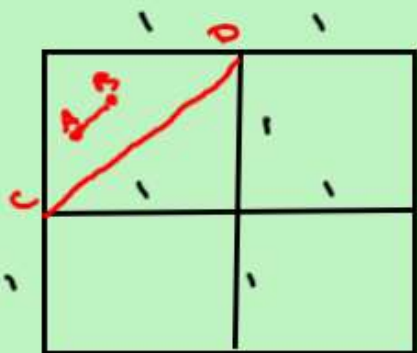
۱-۲: وسطها اضلاع شش را به هم وصل می کنیم تا ۴ شش کوچکتر به ضلع یک واحد فی شش شود. بنابراین، ۴ شش کوچک را لانه و نقاط
 را که بر طرفه های شش بیابیم اصل لانه کوچکتری، لانه است که حداقل
 دو نقطه در آن، برسد
ABC < 1

مزبان حبیبی



تمرین ۳: پنج نقطه در یک مربع به ضلع ۲ واحداتی به هم وصل کنیم. ثابت کنید حداقل ۲ نقطه از این نقاط،

فاصله کمتر از $\sqrt{3}$ دارند.



جواب: با وصل کردن دو ضلع اضلاع مربع، ۴ مربع کوچکتر به ضلع یک واحد ساخته می شود.

آزادانه دارا کوچکتر (خاکجوترا) و مربع کوچکتر را لایه مرصعه (۴ لایه) آنگاه

بنام اصل لانه کوچکتری، لانه ارس و عهد داد که حداقل ۲ نقطه در آن مرکز دارد.

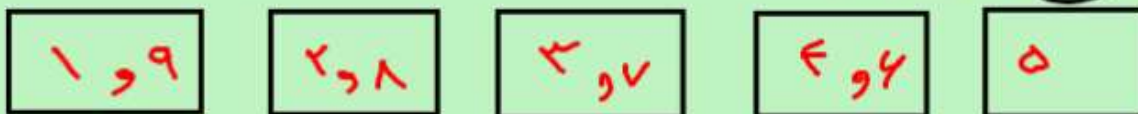
$$AB < CD = \sqrt{1^2 + 1^2} \rightarrow AB < \sqrt{2}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۴: شش عضو از مجموعه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ انتخاب می‌کنیم ثابت کنید حداقل عدد از اعداد انتخاب شده ≥ 5 دارای مجموع ≥ 10 است.
حیث: پنج لانه با برچسب زیر در نظر بگیریم.

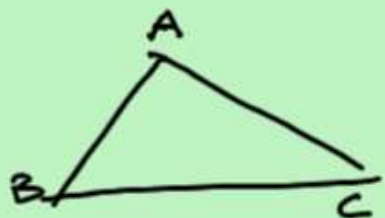


۳ از اعضا انتخاب شده را انتخاب می‌کنیم، بنابر اصل لانه کبوتری، (از آنجا که وجود دارد که حداقل دو کبوتر در آن قرار دارد که مجموع آنها ≥ 10 خواهد بود). (این لانه، لانه آخر نیست)

مزبان حبیبی



تمرین ۵: اضلاع متساوی را با رنگ سبز و زرد، رنگ کرده ایم، ثابت کنید حداقل ۲ ضلع آن هم رنگ هستند.



اثبات: دو لانه با بریب زرد و سبز در نظر بگیرید.

سبز

زرد

اگر ضلع‌ها را بگوشه‌ها رنگ کنیم (۳ گوشه در ۲ لانه) آن گویا طبق اصل لانه بگوشه‌ها، لانه وجود دارد که هر دو اقل ۲ گوشه را به یک رنگ حداقل ۲ ضلع متساوی هم رنگ هستند.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۶: ۵ نقطه با مختصات صحیح در صفحه انشباع کرده ایم، ثابت کنید حداقل ۲ نقطه از این پنج نقطه در جهه دایره که مختصات نقطه وسط آنها صحیح باشد.

جواب: ۴ لانه بصورت زیر تویف کنیم:

(زوج، زوج)

(فرد، زوج)

(زوج، فرد)

(فرد، فرد)

نقطه M:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

آز نقطه را کبوتر فرض کنیم (ک بوتر و ۴ لانه) پس بنا به اصل لانه کبوتری، لانه حتماً حداقل ۲ عضو دارد و نقطه وسط این دو عضو، مختصات صحیح دارد.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



پرتین ۷: سه عدد طبیعی است با هم می کنیم. تا بت کنید حداقل ۲ عدد از آنها را
مجموع زوج است .

جواب: سه لانه بهر چه هر یک از اینها زوج است یا فرد است.

زوج

فرد

آنها را با هم می کنیم، لانه بهر چه هر یک از اینها زوج است یا فرد است،
بنابراین مجموع آنها زوج خواهد بود.

مزبان حبیبی



تقسیم اصل لانه کبوتری :

اگر $m k + 1$ کبوتر در m لانه قرار دهیم، انگاه لانه را وجود دارد که حداقل $(k+1)$ کبوتر در آن قرار دارد. (یا: لانه ای که بیش از k کبوتر در آن قرار دارد.)

$$n = \text{تعداد کبوترها} : \text{توجه}$$

$$m = \text{تعداد لانه ها}$$

$$n > m k \Rightarrow \text{لانه ای که صد اصل } (k+1) \text{ کبوتر در آن باشد.}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۹: در یک مهمانی $\frac{۳۷}{۱۰۰}$ نفر حضور دارند. ثابت کنید حداقل ۴ نفر از آنها را
ماه تولد یکسان هستند.

جواب: اگر ما سال را لانه مرتضی کنیم (۱۲ لانه) و همانند را کبوتر مرتضی کنیم (۳۷ کبوتر)

$$۳۷ > ۱۲ \times ۳$$

بنابراین اصل لانه کبوترها، لانه اره است که حداقل ۴ کبوتر را در آن لانه یعنی حداقل ۴ نفر
ماه تولد یکسان دارند.

مزبان حبیبی



سوال: در یک مهمانی چند نفر حضور دارند. با اینکه تا لحظاتی توپم صد آهلی با نفر ماه

تو لکنی که دارند؟

$$12 = \text{لانه} = \text{طول} \times \text{عرض}$$
$$m = \text{کیوبتر} = \text{مهمان}$$

$$m > 12 \times 4 \Rightarrow m > 48 \Rightarrow \text{Min}(m) = 49$$

مزبان حبیبی



چین ۱: $\frac{4}{3}$ ت خطی را صدگرا، صدگرا ان قله بزرگ تا صدگرا تا صدگرا تا صدگرا
بیش از ۳ گلی دارد؟

$$m = \text{گدا} \equiv \text{لان حكا}$$

$$f. \equiv \text{گلی حكا} \equiv \text{کبوتر}$$

$$f. > mx(3) \Rightarrow f. > 3m \Rightarrow m < \frac{f.}{3} = 13.3$$

$$\Rightarrow \text{Max}(m) = 13$$

مزبان حبیبی



تمرین: چند نفر از یک مدرسه حضور داشته باشند که مشخص باشد حداقل ۱۰ نفر ماه تولد
و اوز تولد آنها در هفته یکبار؟

$$\begin{aligned} ۱۲ \text{ ماه} &\equiv ۱۲ \\ ۷ \text{ روز} &\equiv ۷ \end{aligned} \Rightarrow ۱۲ \times ۷ = ۸۴$$

$$\begin{aligned} m > ۸۴ \times (۹) &\Rightarrow m > ۷۵۶ \\ \Rightarrow \text{Min}(m) &= ۷۵۷ \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرینات تستی - فصل ۸۳ اصول و روش

حقیقتاً

پایه

مزبان حبیبی

