

جزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی بیست و دوم فروردین هزار چهار صد

مدرس: **مزبان حمیبی**

موضوع: **حل تمرین فصل پنجم، حد و پیوستگی - یازدهم ریاضی دبیرستان خورسندیان - شیراز**

بزوہ ہای آموزش، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511



صفحه ۱۵۱ کتاب حسابان

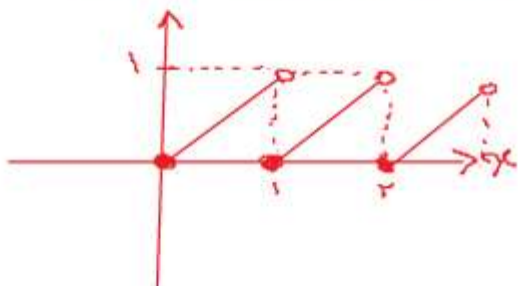
تمرین

۱ با رسم نمودار توابع زیر، نقاط ناپوستگی هر تابع را (در صورت وجود) تعیین کنید.

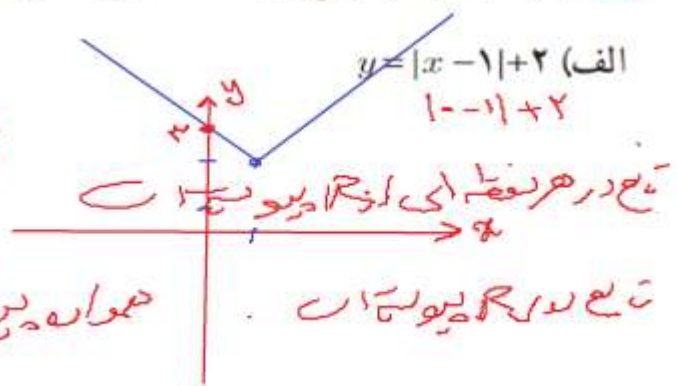
ب) $y = x - [x]$

• $x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = x - 0$

• $1 < x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = x - 1$



مزبان یک مدرس: مزبان حبیبی



تابع در هر نقطه ای که از این دو تابع است
تابع در این دو نقطه است
در اعداد با طول صحیح ناپوستگی است
در اعداد با طول غیر صحیح ناپوستگی است

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

در نقاط باطل لایحه نادیده گرفته است

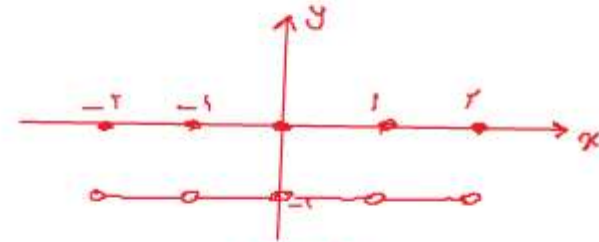
در نقاط صحیح و باطل غیر صحیح نادیده گرفته است

$$x(x-1) = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

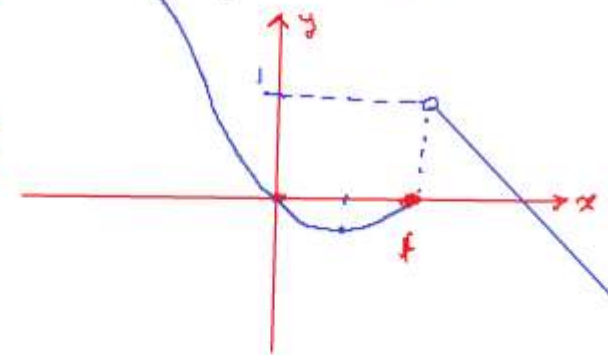
$\frac{1}{4}$ و $-\frac{1}{4}$ به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ است

تایید در $x=1$ نادیده گرفته است و در سایر نقاط تایید می شود.

پ) $y = [x] + [-x]$



ت) $y = \begin{cases} x(x-1) & x \leq 1 \\ -x+2 & x > 1 \end{cases}$



مزبان حبیبی
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



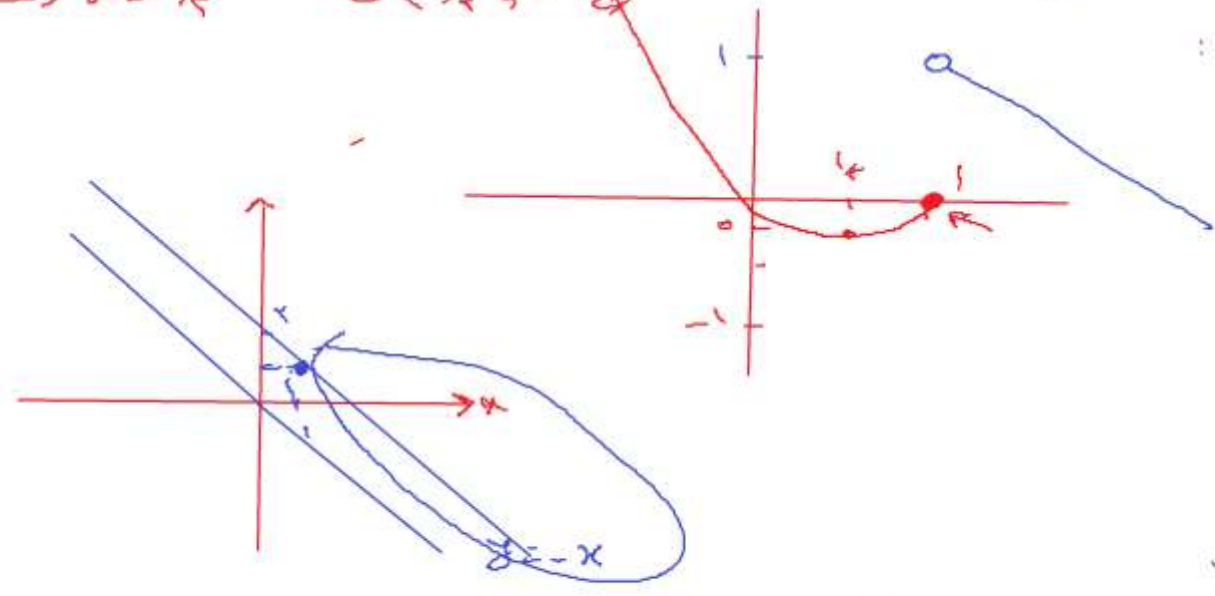
بسم الله الرحمن الرحيم

$$y = x(x-1) = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$$

$$x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y = \begin{cases} x(x-1) & x \leq 1 \\ -x+2 & x > 1 \end{cases}$$

$$y = -x+2$$



حسابان یک مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

5 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۲ در توابع زیر مقدار a را طوری تعیین کنید که هر تابع در نقطه $x=1$ پیوسته باشد.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} & x \neq 1 \text{ (ب)} \\ a & x = 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{1} = 3$$

$$f(1) = a \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 1 \\ a & x = 1 \text{ (الف)} \\ -x+2 & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-x+2) = 1 \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x-1) = 1 \quad \checkmark$$

$$f(1) = a \quad \checkmark$$

$$a = 1$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = \sqrt{x^2} - 1^2 = x - 1$$

$$k(x) = ([x]-a)[x] \quad (ت)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} k(x) = ([1^+]-a)[1^+] = 1-a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} k(x) = ([1^-]-a)[1^-] = 0$$

$$f(1) = (1-a) \times 1 = 1-a$$

$$1-a = 0 \Rightarrow 1=a$$

$$[m^+] = m \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$[m^-] = m-1$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & 0 < x < 1 \quad (ب) \\ [x]+a & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) \stackrel{x \geq 1}{=} \lim_{x \rightarrow 1^+} ([x]+a) = 1+a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{\sqrt{1}+1} = \frac{1}{2}$$

$$f(1) = 1+a$$

$$1+a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

۳ نشان دهید به ازای هیچ مقداری برای a ، توابع زیر در $x=0$ پیوسته نیستند.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax}{|x|} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad \text{(ب)}$$

$$|x| = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{x} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax}{-x} = -a$$

برای اینکه در $x=0$ پیوسته باشد: $a = -a \Rightarrow 2a = 0 \Rightarrow a = 0$

$$f(-) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

$$f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ a & x = 0 \\ 2x+1 & x > 0 \end{cases} \quad \text{(الف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2(-) + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$$

تابع در $x=0$ پیوسته نیست

نمیباشد

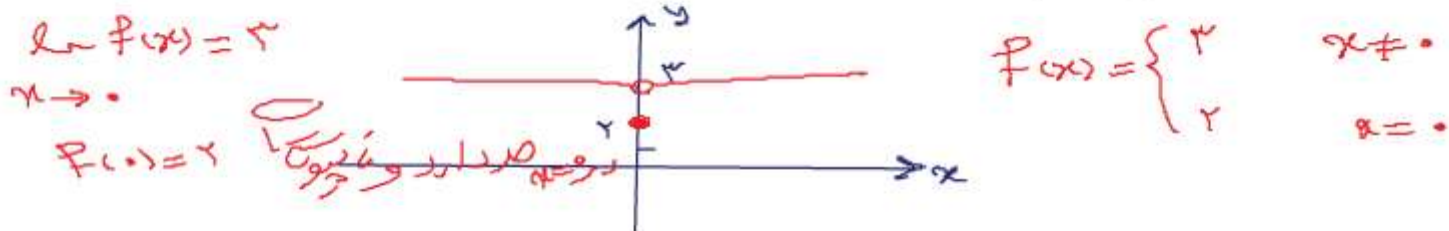
mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

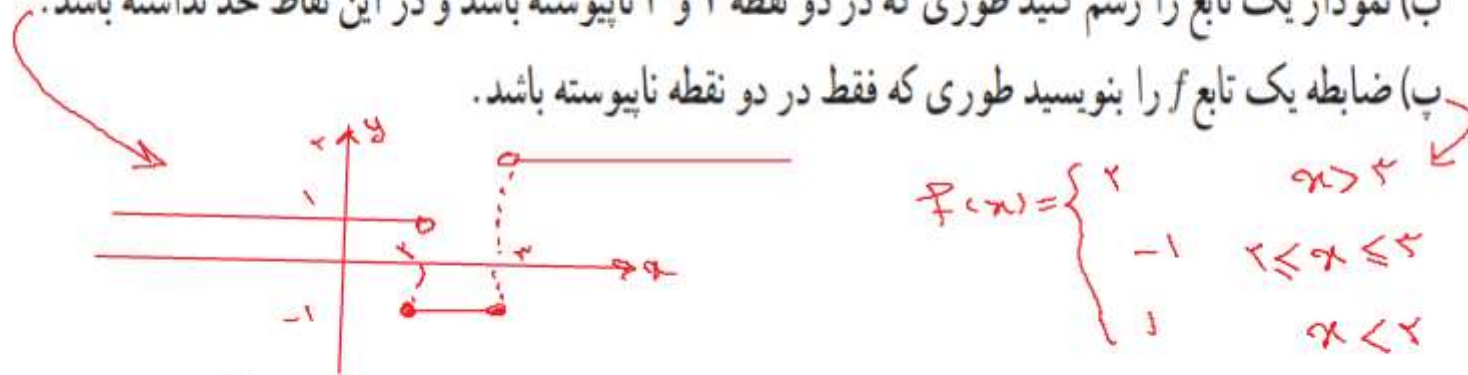


بسم الله الرحمن الرحيم

الف) نمودار یک تابع را رسم کنید طوری که در صفر ناپیوسته باشد ولی در صفر حد داشته باشد.



ب) نمودار یک تابع را رسم کنید طوری که در دو نقطه ۲ و ۳ ناپیوسته باشد و در این نقاط حد نداشته باشد.



حسابان یک
مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ b-1 & x = 0 \\ x-2a & x < 0 \end{cases}$$

مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع در $x=0$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2(\frac{x}{2})}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(\frac{x}{2})}{(\frac{x}{2})^2} \times \frac{2(\frac{x}{2})^2}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2(\frac{x}{2})^2}{x^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x-2a) = 0-2a = -2a \quad \text{و} \quad f(0) = b-1$$

$$\frac{1}{2} = -2a = b-1 \Rightarrow \begin{cases} -2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \\ b-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

مدرس: مزبان حبیبی
حسابان یک

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

10 www.mezbanhabibi.ir +989176193511