

بزوہ های آموزشی، فصل سوم ریاضیات گسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام
وقت بخیر

ریاضیات گسسته ، دوازدهم ریاضی

دبیرستان بوعلی شیراز

ساعت ۵:۳۰ تا ۶:۰۰

لطفاً قلم و کاغذ آماده داشته باشید

بزه های آموزشی، فصل سوم ریاضیات گسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

$$a, b \in \mathbb{R} : \begin{cases} a = b \\ a > \cdot \\ a < \cdot \end{cases}$$

$$1) a \neq \cdot \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a < b \end{cases}$$

$$2) a \neq \cdot \Rightarrow \textcircled{a = b \checkmark}$$



برهان خلف (اثبات بجز معینم) :

برای اثبات کذب حکم به شیوه زیر میفهم :

۱- فرض می کنیم حکم داده شده درست نباشد (فرض خلف)

فرض خلف و حکم ما را نقتضی کند بگردیم. پس اگر فرض خلف
نا درست باشد آنجا حکم درست است.

۲- نشان می دهیم فرض خلف با دانسته های ما در تناقض است.

۳- فرض خلف نا درست است. (چون با تئوری اصلاح در اصل دانسته شده تناقض
دالا

ع - حکم درست است



مکملترین: اگر x و y گویا باشند، ثابت کنید
 $(x+y)$ عددی گسسته است.

اثبات: فرض کنیم x و y گسسته نیست. (فرض خلف)

$$\left. \begin{array}{l} x+y \in \mathbb{Q} \\ \text{گویا} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{(x+y) - y} \in \mathbb{Q}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{Q} \Rightarrow \text{گویا است (تناقض)}$$

بنابراین فرض خلف نادرست و لذا حکم برقرار است. *



مکملین: اگر x گنگ باشد، آنگاه به کمک برهان خلف

ثابت کنید $\frac{1}{x}$ گنگ است.

اثبات: فرض کنیم حکم درست نباشد یعنی $\frac{1}{x}$ گنگ نباشد (فرضی صغیر)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} \in \mathbb{Q} \\ x \in \mathbb{Q}' \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} \times x \in \mathbb{Q}' \Rightarrow \underline{1 \in \mathbb{Q}'}$$

*

پس فرضی کوچک بود و چون $\frac{1}{x}$ نادرست است و لذا $\frac{1}{x}$ گنگ است.



تمرین: اگر x گنگ و y عدد گویا و غیر صفر باشد، آنگاه
تا y نیند x گنگ است.

اثبات: فرض کنیم x گنگ نباشد (فرض خلف) یعنی x گویاست.

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y \in \mathbb{Q} \\ y \in \mathbb{Q} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x \cdot y}{y} \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q} \Rightarrow \text{تضاد}$$

(د. ۳)

پس فرض خلف نادرست است، یعنی x گنگ است.



سؤال :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{2} \in \mathcal{Q}' \\ \neq 5 \in \mathcal{Q} \end{array} \right\} \Rightarrow 5\sqrt{2} \in \mathcal{Q}'$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \in \mathcal{Q} \\ \pi \in \mathcal{Q}' \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \in \mathcal{Q}'$$

بزه های آموزشی، فصل سوم ریاضیات گسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: اگر x, y, z اعداد صحیح باشند،

به یک برهه n حلف تا بتکنید، عدد

$$(x - y)(y - z)(z - x)$$

عددی زوج است .



مثال ۵

اثبات: فرض کنید x, y, z نامرتب باشند

$(x-y)(y-z)(z-x)$ زوج است. (فرض خلف)

$(x-y)(y-z)(z-x) \Rightarrow$ عدد فرد $(x-y)(y-z)(z-x)$ زوج است

$(x-y)$ و $(y-z)$ و $(z-x)$ فرد هستند \Rightarrow

$(x-y) + (y-z) + (z-x) \in \mathbb{O} \Rightarrow 0 \in \mathbb{O}$
فرد

\Rightarrow عدد فرد است

پس فرض خلف نامرتب است و لذا $(x-y)(y-z)(z-x)$ عددی زوج است.



تمرین: اگر f در $x=a$ پیوسته باشد و g در $x=a$ پیوسته نباشد،

آنگاه $f+g$ در $x=a$ پیوسته نیست.

اثبات: فرض کنیم $f+g$ در $x=a$ پیوسته است.

پس $f+g$ در $x=a$ پیوسته است و f در $x=a$ پیوسته است (فرض خلاف)

پس $f+g$ در $x=a$ پیوسته است $\Rightarrow f$ در $x=a$ پیوسته است

پس $f+g$ در $x=a$ پیوسته است $\Rightarrow f$ در $x=a$ پیوسته است

پس $f+g$ در $x=a$ پیوسته است و لذا f در $x=a$ پیوسته است.



یادآوری:

تابع f در a پیوسته می گویند اگر

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ و $f(a)$ موجود

و برابر باشند

و: تابع در a پیوسته نباشد را ناپیوسته می گویند

بزوه های آموزشی، فصل سوم ریاضیات کسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکمل ریاضیات صغیر ۱ کتاب

برای جلسه بعد آماده شود