

جزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی. میثم آبان تا دوم آذر نودونه

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **نسبت های مثلثاتی و تمرینات - یازدهم ریاضی دو دبیرستان خورسندیان شیراز**

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

رضی کنی - دهم تجربی ؛ موضوع : **شدت**

دبیر کن خورشید - شه از

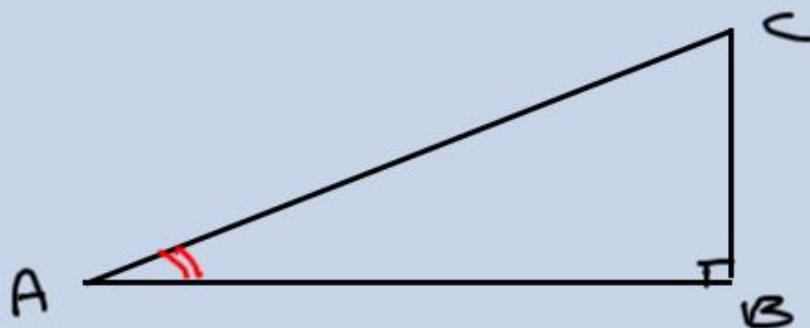
سه شنبه ۲، ۸، ۹۹ ص ۴۵:۱۳

درس : **مزہ کن حبیبی**

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



یا درسی :

$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cot A = \frac{AB}{BC}$$

مزبان



سؤال: نسبت قائم الزاویه ای با اضلاع قائم ۵ و ۱۲ رسم کنید.
 نسبت های مثلثاتی دو زاویه تند آنرا حساب کنید.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow AC = \sqrt{169} = 13$$

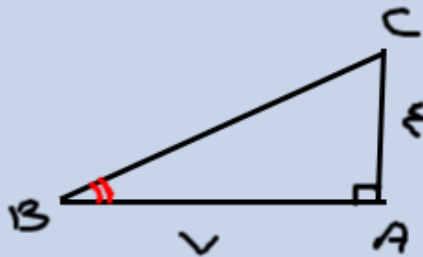


$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13} \\ \cos A &= \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13} \\ \tan A &= \frac{BC}{AB} = \frac{5}{12} \\ \cot A &= \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$
~~$$\begin{aligned} \sin B &= \frac{12}{13} \\ \cos B &= \frac{5}{13} \\ \tan B &= \frac{12}{5} \\ \cot B &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$~~

مزبان حبیبی



تمرین ۱: اضلاع قائم دایره شت تا نغ الزامه، ۴ و ۶ هشته.
نسب ها رشته ای کو صلیب من زاویه راه ب کنید.



$$\hat{B} < \hat{C} < \hat{A}$$

تکلیف شد

مزبان حبیبی

بزوہ ہی آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



6 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

$$\tan \hat{M} = \frac{NP}{MN} \quad \text{تانفرانت}$$

$$\cot \hat{M} = \frac{MN}{NP} \quad \text{کتانفرانت}$$



توجه: در مثل قائم الزامیه، نسبت‌ها رسیده‌ای معقاً برای
در زوایه تند تعیین می‌شود.

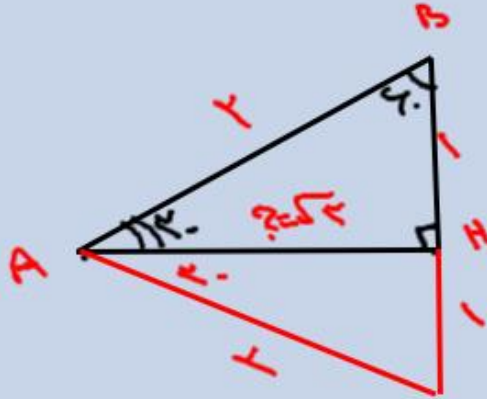
مربی





تمرین: نسبت های مثلثاتی زاویه 45° را حساب کنید.

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 2 = AH^2 + 1 \Rightarrow AH^2 = 1 \Rightarrow AH = \sqrt{1}$$



$$\sin 45^\circ = \sin \hat{B} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \cos \hat{B} = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

$$\cot 45^\circ = \cot \hat{B} = \frac{BH}{AH} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مزبان



ادسی د-ک:

$$۴۰ + ۴۰ = ۹۰$$

$$\sin ۴۰ = \cos ۴۰ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark$$

$$\cos ۴۰ = \sin ۴۰ = \frac{1}{2}$$

$$\tan ۴۰ = \cot ۴۰ = \sqrt{2}$$

$$\cot ۴۰ = \tan ۴۰ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



نتیجه:

زاویه بنی	۳۰°	۴۵°	۶۰°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

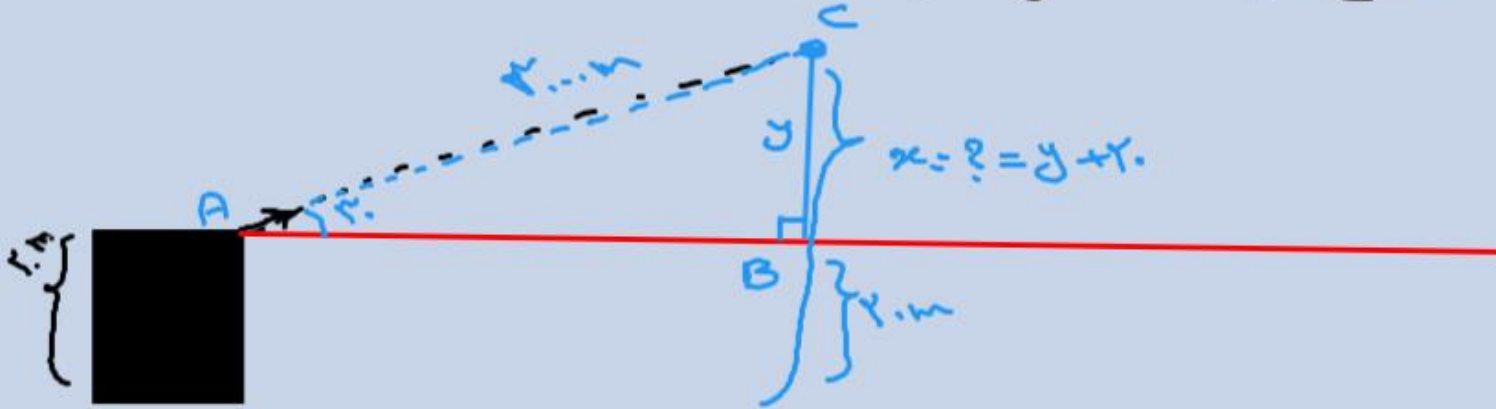


$$\begin{aligned} \sin 0 &= \frac{0}{1} \\ \sin 30^\circ &= \frac{1}{2} \\ \sin 45^\circ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 90^\circ &= 1 \end{aligned}$$

مربی



سے لے: یک مرشد از ۲۰ متری با زاویه 30° در کتاب می نشاند. پس از 30 متر
ارتفاع مرشد کج حقیقہ را ہے؟



بازی



$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{y}{200}$$

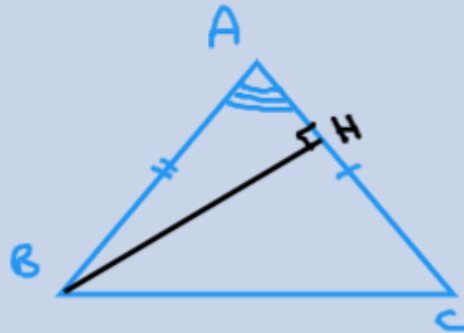
$$\sin 30^\circ = \frac{y}{200} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y}{200} \Rightarrow 2y = 200 \\ \Rightarrow y = 100$$

$$x = 100 + 50 = 150 \text{ m}$$

مزبان حبیبی



سؤال: اندازه مساحت مثلثی را بیابید که دو ضلع و زاویه بین آنها در آن مشخص، معلوم باشد.



$$S = \frac{1}{2} \times BH \times AC \quad \text{①}$$

حل:

$$\Delta ABH: \sin \hat{A} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \sin \hat{A} \quad \text{②}$$

$$\text{①, ②} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times AB \cdot \sin \hat{A} \cdot AC \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$$

مزبان حبیبی



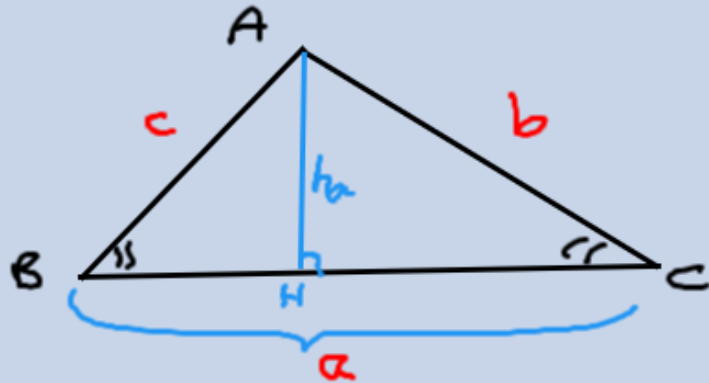
یعنی: : دلت ABC :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

$$= \frac{1}{2} AB \times BC \cdot \sin B$$

$$= \frac{1}{2} BC \times AC \cdot \sin C$$

مزبان



کنده :
 $h_a =$ ارتفاع وارد بر ضلع BC

$$h_a = c \cdot \sin \hat{B} = b \cdot \sin \hat{C}$$

و:

$$h_b = a \cdot \sin \hat{C} = c \cdot \sin \hat{A}$$

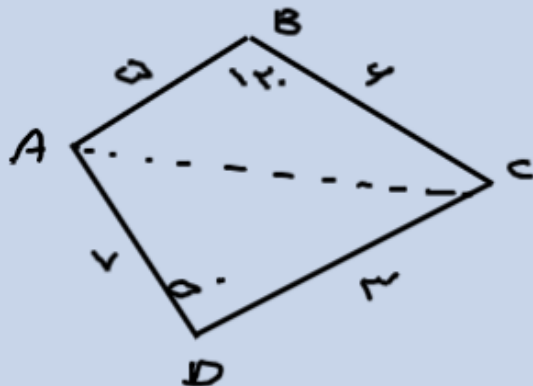
$$h_c = a \cdot \sin \hat{B} = b \cdot \sin \hat{A}$$

مزبان حبیبی



تمرین: اندازه‌گیری مساحت فیضی زیر را بیابید. (استفاده از سین حساب)

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B} + \frac{1}{2} DA \times DC \times \sin \hat{D} \\
 &= \frac{1}{2} \times 12 \times 5 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 13 \times 14 \times \sin 150^\circ \\
 &= 15() + 175(\sin 150^\circ) = \dots
 \end{aligned}$$

مربی

بزه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسّہ نبی سیر

ع: لک آس

مزبان حبیبی



بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بسم الله الرحمن الرحيم

صنوع:

اواخر یک بین جنبه های ششگانه

سلام ، وقت بخیر

ایرانی - دهم تجربی ۱

دبیرستان خوارسندیان شیراز

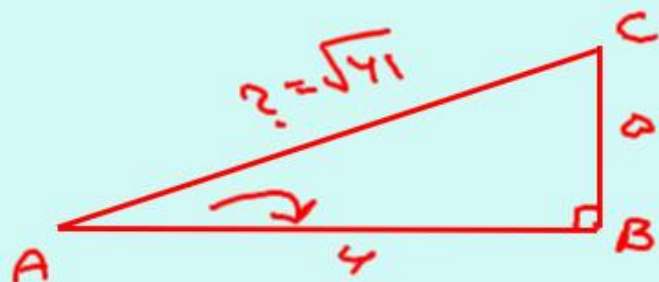
تاریخ: ۲۵، ۸، ۹۹ ساعت ۱۱:۰۰

مدرس: مرزبان حبیبی

مربی



یا داکوسی :



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \\ = 25 + 16 = 41$$

$$AC = \sqrt{41}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{\sqrt{41}} \quad \frac{5\sqrt{41}}{41}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{4}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{\sqrt{41}} \quad \frac{4\sqrt{41}}{41}$$

$$\cot \hat{A} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$$

مزبان



مثال: در مثل ز رنجبه شیبه تی زاویه \hat{M} را حساب کنید.



$$MN^2 = MP^2 + NP^2 = 9 + 16 = 25$$

$$MN = \sqrt{25}$$

$$\sin \hat{M} = \frac{PN}{MN} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \hat{M} = \frac{MP}{MN} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \hat{M} = \frac{PN}{MP} = \frac{4}{3}$$

$$\cot \hat{M} = \frac{MP}{PN} = \frac{3}{4}$$

مزبان حبیبی

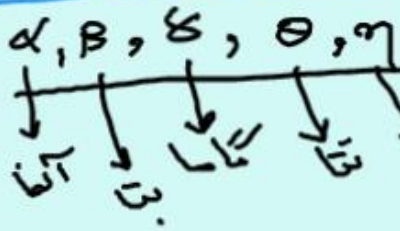


توجه:

$$(\sin \theta)^2 = \sin^2 \theta$$

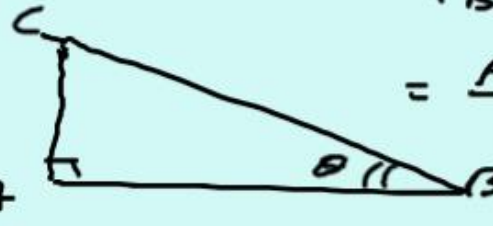
۱) آر کسین زلفیه شده تر؛ لیسر آ نگاه

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$



اثبات:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BC}\right)^2$$



$$= \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

مزبان حبیبی



مثال، اگر $\sin A = \frac{4}{5}$ (مثلاً $\cos A$ را حساب کنید. (زاویه تند است)

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\frac{16}{25} + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos A = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$$

$$\sin A = (\sin A)^2$$



مثال: اگر $\frac{3}{5} = \sin \alpha$ و α زاویه تند است، $\cos \alpha$ را حساب کنید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{16}{49}}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{16}{49} - \frac{9}{49} = \frac{7}{49} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{7}{49}}$$

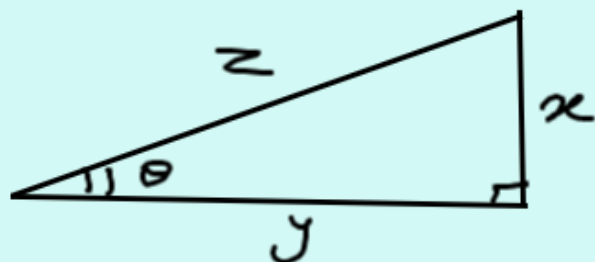
مزبان حبیبی



$$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

شماره ۲: $(0 < \theta < 90)$

اثبات:



$$\tan \theta = \frac{x}{y} \quad \text{و} \quad \cot \theta = \frac{y}{x}$$

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = \frac{x}{y} \times \frac{y}{x} = \frac{xy}{yx} = 1$$

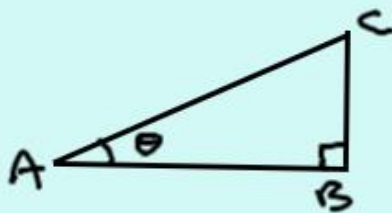
مزبان



$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

ابطال :

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$



$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \text{انتهی} \\ \cot \theta &= \frac{AB}{BC} = \frac{\frac{AB}{AC}}{\frac{BC}{AC}} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned}$$

مزبان حبیبی



$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

۱۴

پس: $1 + \tan^2 \theta = 1 + (\tan \theta)^2 = 1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

مزبان حبیبی



$$1 + \cot^r \theta = \frac{1}{\sin^r \theta}$$

د

تنبیه:

$$1 + \cot^r \theta = 1 + \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^r = \frac{\sin^r \theta}{\sin^r \theta} + \frac{\cos^r \theta}{\sin^r \theta}$$
$$= \frac{\sin^r \theta + \cos^r \theta}{\sin^r \theta} = \frac{1}{\sin^r \theta}$$

مزبان



جمع بندی و نکات مهم :

$$1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \\ \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \end{cases} \checkmark$$

$$2) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad , \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$3) \tan \theta \cdot \cot \theta = 1 \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} \quad , \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$4) 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$5) 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{1 + \cot^2 \theta} \checkmark \quad 1 - \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \cot^2 \theta}$$

مزبان حبیبی



تمرین: رابطه زیر را اثبات کنید.

$$(1 - \sin^2 \theta) \cdot (1 + \tan^2 \theta) = 1$$

پاسخ: $(1 - \sin^2 \theta) \cdot (1 + \tan^2 \theta) = \cos^2 \theta \times \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$

مزبان

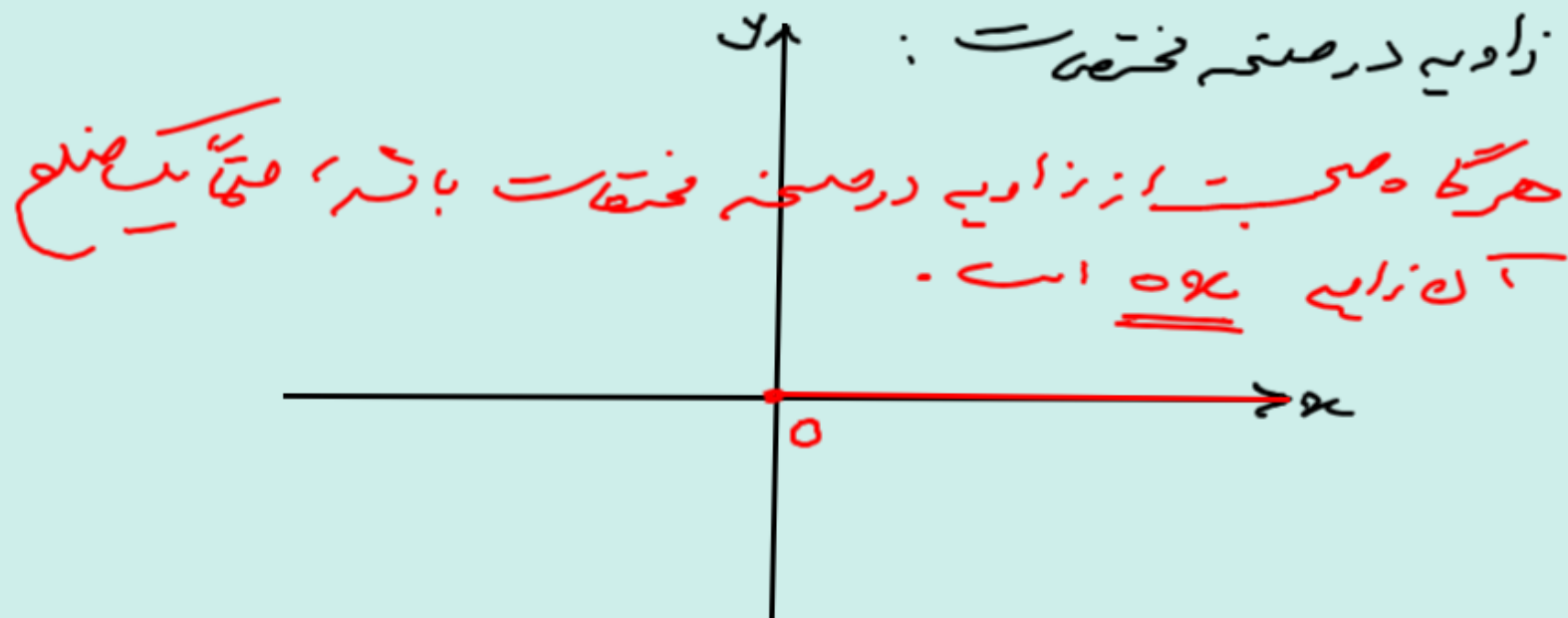
بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



حساب

یک

مزبان حبیبی



مبانی



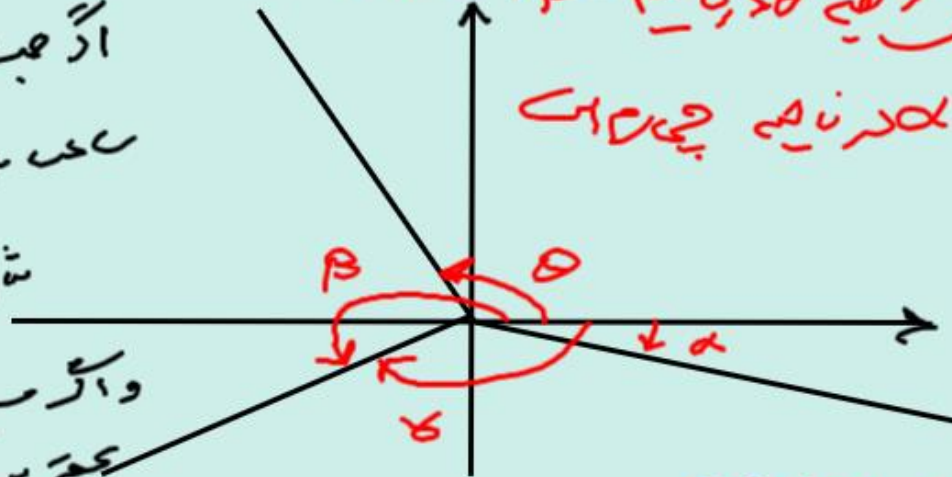
قرارداد .

اگر جهت زاویه مخالف حرکت عقربه‌ای
باشد و در آنجا نسبت در نظر بگیریم

مثال : θ و β

و اگر سی و جهت زاویه با حرکت
عقربه ها همان باشد ،
زاویه منفی است .
مثال α و γ

انتشار زاویه θ در نیم صفحه اول .
انتشار زاویه α در نیم صفحه اول



$$-90^\circ < \alpha < 0$$

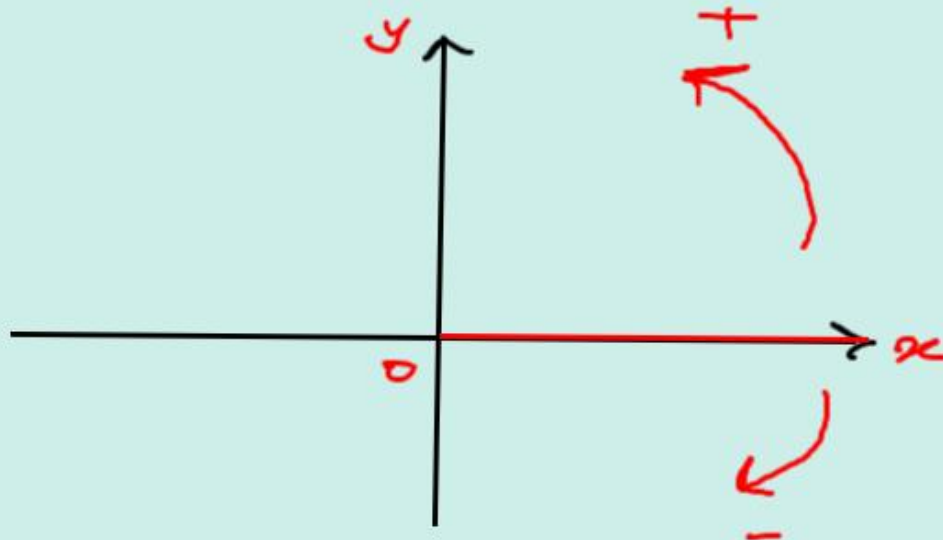
$$0 < \theta < 180$$

بازرسی

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



فضا:



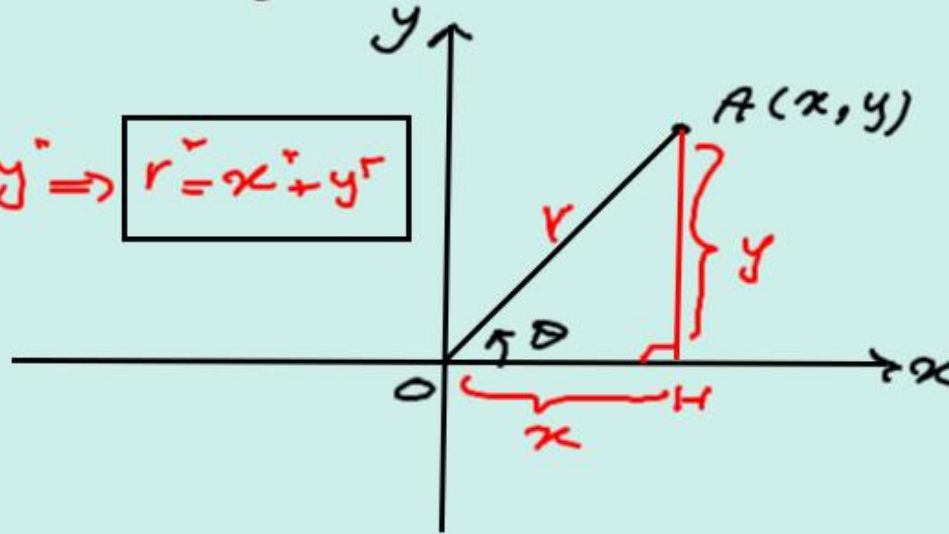
مزبان حبیبی



تعریف: منفرجه $A(x, y)$ و زاویه بین OA و OX را θ بنامیم

$$OA^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow r^2 = x^2 + y^2$$

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{y}{r} \\ \cos \theta &= \frac{x}{r} \\ \tan \theta &= \frac{y}{x} \\ \cot \theta &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

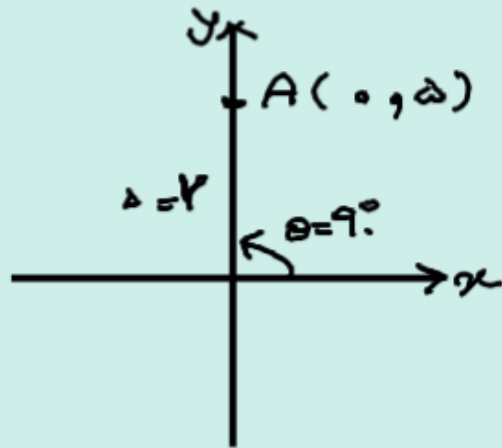


مزبان



مثال: نسبت های مثلثاتی زاویه 90° درجه را حساب کنید

$$x=0, y=5 \Rightarrow r=5$$



$$\sin 90^\circ = \frac{y}{r} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\cos 90^\circ = \frac{x}{r} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\tan 90^\circ = \frac{y}{x} = \frac{5}{0} \Rightarrow \text{تعریف نشده } (\infty)$$

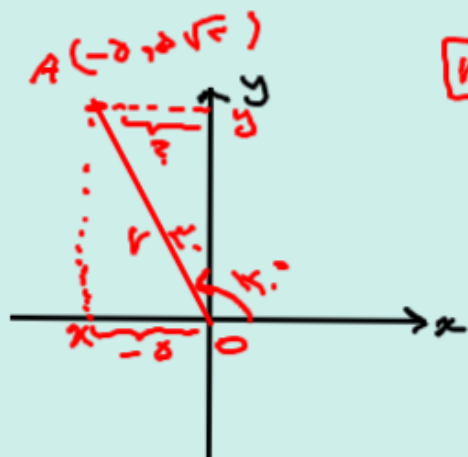
$$\cot 90^\circ = \frac{x}{y} = \frac{0}{5} = 0$$

مزبان حبیبی



تمرین: نسبت‌ها و سندهای زاویه 120° درجه را استخراج کنید.

$va = 2 \times r$



$r = 10 \Rightarrow x = -5$

$r = OA$

$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow 25 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 75$

$\Rightarrow y = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3} \Rightarrow y = 5\sqrt{3}$

$\sin 120^\circ = \frac{y}{r} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 120^\circ = \frac{x}{r} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$

$\tan 120^\circ = \frac{y}{x} = \frac{5\sqrt{3}}{-5} = -\sqrt{3}$

$\cot 120^\circ = \frac{x}{y} = \frac{-5}{5\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$



بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکملین ۱: نسبت حاصل مثلثاتی: $\sin A$ درجه را اف بکنید

تعلیمات د

مزبان حبیبی



مسئله

نتیجه : در ماه دوم ، به جز لیبونکی ، یعنی بنجامین

$$90^\circ < \theta < 180^\circ \Rightarrow \langle \sin \theta \rangle .$$

$$\langle \cos \theta \rangle .$$

$$\langle \tan \theta \rangle .$$

$$\langle \cot \theta \rangle .$$

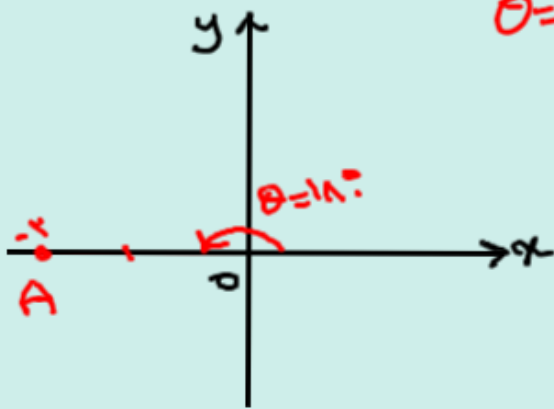
مزبان



تمرین: نسبت‌های مثلثاتی زاویه 180° را فاب کنید.

حل: اگر $A(-2, 0)$ در اینفون $\theta = 180^\circ$

$$x = -2 \quad y = 0 \quad r = 2$$



$$\sin 180^\circ = \frac{y}{r} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\cos 180^\circ = \frac{x}{r} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\tan 180^\circ = \frac{y}{x} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\cot 180^\circ = \frac{x}{y} = \frac{-2}{0} \rightarrow (\infty)$$

مزبان



سؤال: نسبت های مثلثاتی 180° چیست؟

همه نسبت ها را 180° است



$$\sin(-180^\circ) = \sin 180^\circ = 0$$

$$\cos(-180^\circ) = \cos 180^\circ = -1$$

$$\tan(-180^\circ) = \tan 180^\circ = 0$$

$$\cot(-180^\circ) = \cot 180^\circ = \infty$$

مزبان حبیبی

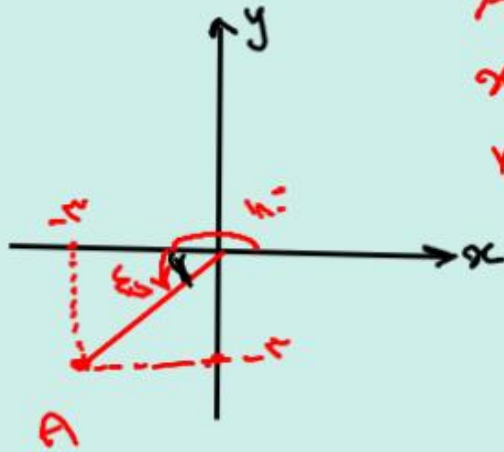


تحریر: سینا-های سنتی زلعه ۲۲۵ راه بکنید.

$$A(-3, -3)$$

$$x = -3, y = -3$$

$$r^2 = x^2 + y^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow r = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$



$$\sin 225^\circ = \frac{y}{r} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 225^\circ = \frac{x}{r} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 225^\circ = \frac{y}{x} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$\cot 225^\circ = \frac{x}{y} = \frac{-3}{-3} = 1$$

مزبان



نتیجه: در زاویه سوم، سینوس و کسینوس منفی هستند و
تانژانت دایره نژات مثبت.

$$\begin{aligned} 180^\circ < \theta < 270^\circ &\implies \begin{aligned} \sin \theta &< 0 \\ \cos \theta &< 0 \\ \tan \theta &> 0 \\ \cot \theta &> 0 \end{aligned} \end{aligned}$$

مزبان

بزوہ ہی آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



45 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین ۲: نسبت های هندسی زالیه ۲۱۰ راه بکنید.

اکتفین ش

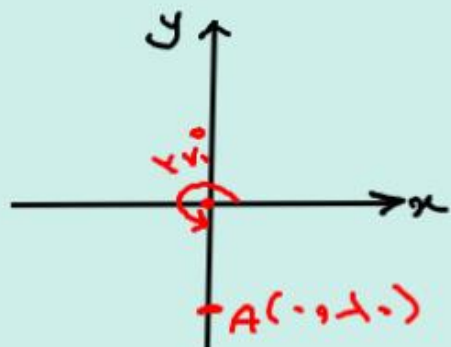
مزبان حبیبی



نکته: نسبت‌ها رتبه می‌زنند. 270° را حساب کنید.

$$A(0, -1, 10)$$

$$x=0, y=-1, r=10$$



$$\sin 270^\circ = \frac{y}{r} = \frac{-1}{10} = -0.1$$

$$\cos 270^\circ = \frac{x}{r} = \frac{0}{10} = 0$$

$$\tan 270^\circ = \frac{y}{x} = \frac{-1}{0} \Rightarrow \text{تعریف نشده (oo)}$$

$$\cot 270^\circ = \frac{x}{y} = \frac{0}{-1} = 0$$

مزبان حبیبی



نتیجه:

$$\begin{aligned}\sin(-90^\circ) &= \sin 270^\circ = -1 \\ \cos(-90^\circ) &= \cos 270^\circ = 0 \\ \tan(-90^\circ) &= \tan 270^\circ = \infty \\ \cot(-90^\circ) &= \cot 270^\circ = 0\end{aligned}$$



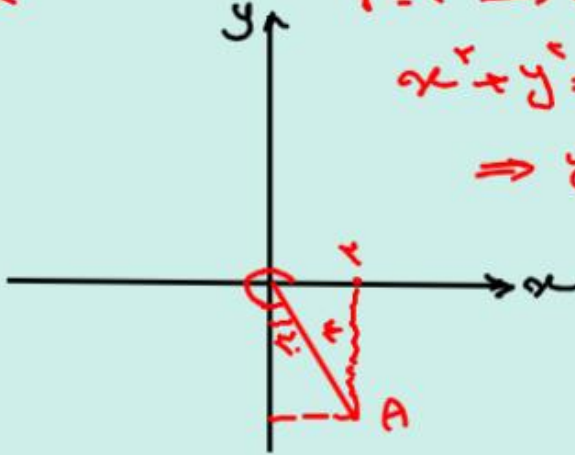
نکته: نسبتها رشتتسی زاویه ۳۰° را حساب کنید.

$$r^2 = 4^2$$

$$r=4 \rightarrow x=2 \checkmark$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow 4 + y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 12$$

$$\Rightarrow y = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3} \checkmark$$



$$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= \frac{y}{r} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 30^\circ &= \frac{x}{r} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \tan 30^\circ &= \frac{y}{x} = \frac{-2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} \\ \cot 30^\circ &= \frac{x}{y} = \frac{2}{-2\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

مزبان حبیبی



تمرین: نسبت‌های مثلثاتی 30° - را حساب کنید.

$$\sin(-30^\circ) = \sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-30^\circ) = \tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot(-30^\circ) = \cot 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{1}$$

مزبان

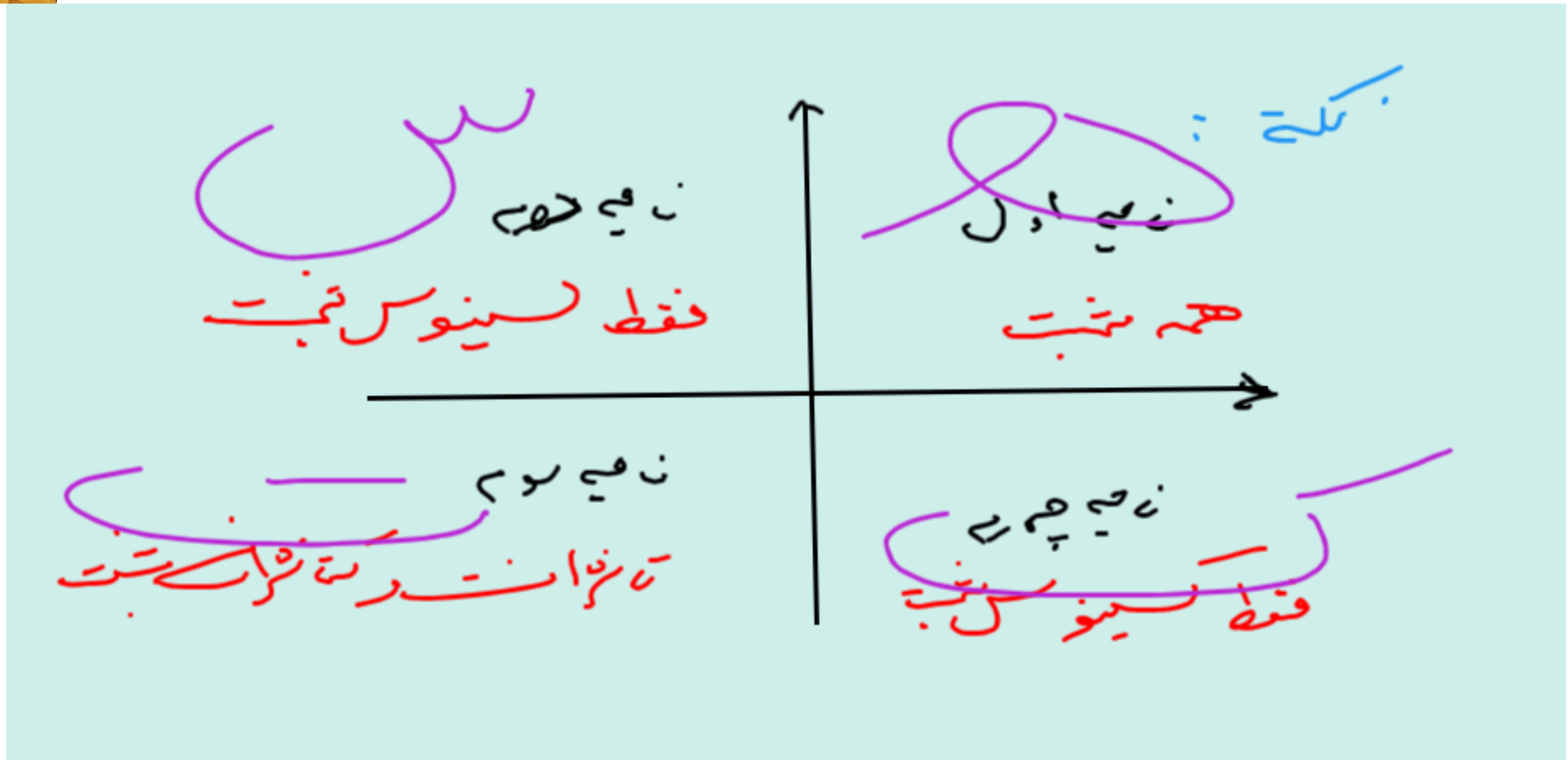


نتیجه:

$$\begin{aligned} 27^\circ < \theta < 34^\circ &\Rightarrow \sin \theta < . \\ \cos \theta &> . \\ \tan \theta &< . \\ \cot \theta &> . \end{aligned}$$

مزبان

بزوه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



جزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسین بن سید

عید

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

موضوع:

مرور فصل ۲

و: حل تمرینات منتخب

سلام ، وقت بخیر

یا فنی کد - هم تجویز ا

دبیرستان خفورد سنه ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱

کلاس ۹۹، ۹۸ ساعت ۱۱:۰۰

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرین ۱: اتحاد های مثلثاتی زیر را اثبات کنید.

$$۱) \frac{1}{\cos x} \times \cot x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\text{پس داریم} = \frac{1}{\cos x} \times \cot x = \frac{1}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x} = \text{پس ثابت شد}$$

مزبان حبیبی





$$۲) \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

$$\text{مربع} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \times \frac{\cos x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x}{(1 + \sin x) \cos x}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 x}{(1 + \sin x) \cdot \cos x} = \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{(1 + \sin x) \cdot \cos x}$$

$$= \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

مزبان حبیبی



$$\begin{aligned}
 \text{۲) } \frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} &= \tan \theta \\
 \text{بسط کنیم} \quad \frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} &= \frac{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta}} \\
 &= \frac{(\cos \theta + \sin \theta) \cdot \sin \theta}{\cos \theta \cdot (\sin \theta + \cos \theta)} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \\
 &= \tan \theta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tan \theta \cdot \cot \theta &= 1 \\
 \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\
 \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta}
 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی



$$f) \frac{1}{\cos a} - \tan a = \frac{\cos a}{1 + \sin a}$$

$$\text{پس:} \frac{1}{\cos a} - \tan a = \frac{1}{\cos a} - \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{1 - \sin a}{\cos a}$$

$$= \frac{1 - \sin a}{\cos a} \times \frac{1 + \sin a}{1 + \sin a} = \frac{1 - \sin^2 a}{\cos a (1 + \sin a)}$$

$$= \frac{\cancel{\cos^2 a}}{\cancel{\cos a} (1 + \sin a)} = \frac{\cos a}{1 + \sin a}$$

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$$

$$(1-x)(1+x) = 1-x^2$$

$$1 - \sin^2 a = \cos^2 a$$



$$d) 1 - \frac{\cos^2 m}{1 + \sin m} = \sin m$$
$$\text{برای } \sin m = 1 - \frac{\cos^2 m}{1 + \sin m} = 1 - \frac{1 - \sin^2 m}{1 + \sin m}$$

$$= 1 - \frac{(1 - \sin m) \cdot (1 + \sin m)}{1 + \sin m}$$

$$= 1 - (1 - \sin m) = 1 - 1 + \sin m = \sin m$$

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 m &= 1 - \sin^2 m \\ 1 - \sin^2 m &= (1 - \sin m)(1 + \sin m) \end{aligned} \right\}$$

مربی



تمرین: اگر $\tan 24^\circ = \sqrt{3}$ بر کسب حاصل سلماً تا 24° را بیابید.

$$\cot 24^\circ = \frac{1}{\tan 24^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x^2 = a \Rightarrow x = \pm \sqrt{a}$$

$$1 + \tan^2 24^\circ = \frac{1}{\cos^2 24^\circ} \Rightarrow 1 + (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{\cos^2 24^\circ} \Rightarrow \cos^2 24^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2 24^\circ = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 24^\circ = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$



مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$\sin^2 240^\circ = 1 - \cos^2 240^\circ = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$
$$\sin 240^\circ = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مدرسین: اگر $\sin 15^\circ = \frac{1}{4}$ آنگاه نسبت های مثلثاتی 15° را بیابید -

تکلیف است .

مزبان حبیبی



تمرین ۴: اگر $\cot \alpha = \frac{1}{10}$ و α در ربع سوم باشد. سایر کسین های

شبه آس α (به بی بی بی) $\sin, \cos < 0, \tan, \cot > 0 \Rightarrow$ نافی (م)

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{101} \Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{101}} \checkmark$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha + \frac{1}{101} = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{\frac{100}{101}} = -\frac{10}{\sqrt{101}} \checkmark$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10 \checkmark$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

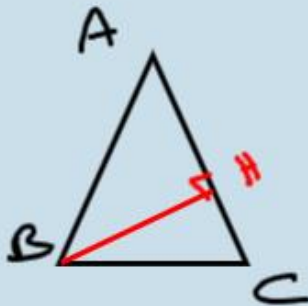
$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 100} = \frac{1}{101}$$

مزبان حبیبی



سأله: در مثلث ABC ، ثابت کنید

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$



اثبات: ارتفاع وارد بر BC را رسم میکنیم.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \underline{BH} \times AC \quad \text{①}$$

$$\triangle ABH: \sin \hat{A} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \sin \hat{A} \quad \text{②}$$

$$\text{①, ②} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \sin \hat{A} \cdot AC = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$$

مزبان حبیبی

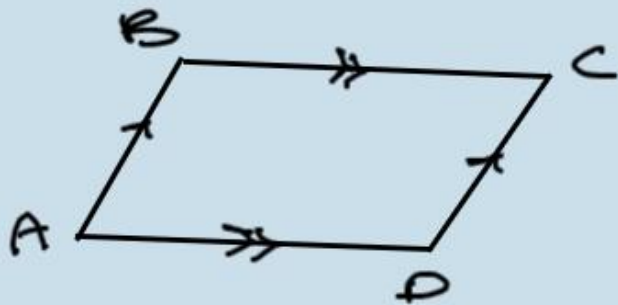


نتیجه: اگر $\triangle ABC$ مثلث باشد،

$$h_a = b \cdot \sin \hat{C} = c \cdot \sin \hat{B}$$

$$h_b = a \cdot \sin \hat{C} = c \cdot \sin \hat{A}$$

$$h_c = a \cdot \sin \hat{B} = b \cdot \sin \hat{A}$$



نتیجه: مساحت متوازی الاضلاع .

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= AB \times AD \times \sin \hat{A} \\ &= BA \cdot BC \cdot \sin \hat{B} \\ &= CB \cdot CD \cdot \sin \hat{C} \\ &= DC \cdot DA \cdot \sin \hat{D} \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

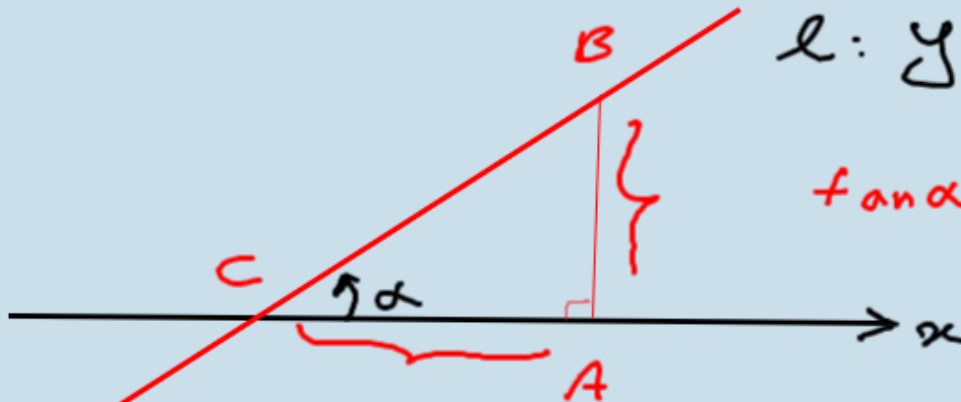
بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



شیب خط، شیب = :

$$l: y = m x + b$$

$$\tan \alpha = \frac{AB}{AC} = m$$



معنی: شیب هر خط در واقع tangent زاویه ای است که خط با محور x ها می سازد.

مزبان حبیبی



مثال: خط $y = \sqrt{3}x + 1$ با محورهای زاویه

چقدر زده؟

$$\tan \alpha = m = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

مزبان حبیبی



تمرین: معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A(5, -1)$ می گذرد و با محور x زاویه 30° می سازد.

$$y = mx + b \Rightarrow$$

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$$

$$A(5, -1) \Rightarrow -1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(5) + b \Rightarrow b = -1 - \frac{5\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1 - \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

مزبان حبیبی



روش دوم:

$$y = mx + b \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 5$$

\swarrow \searrow
 $\tan \alpha = \frac{3}{2}$ $(0, 5)$

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حاصل نوبت

۰۰۰

مزبان حبیبی

