سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی دوم اسفند ماه نودونه

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: محاسبه نسبتهای مثلثاتی مجموع و تفاضل- یازدهم ریاضی دو دبیرستان خورسندیان- شیراز

1 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

بسم الله الرحمن الرحیم

سلام، وقت بخیر

موضوع:

حسابان یک، یازدهم ریاضی ۲

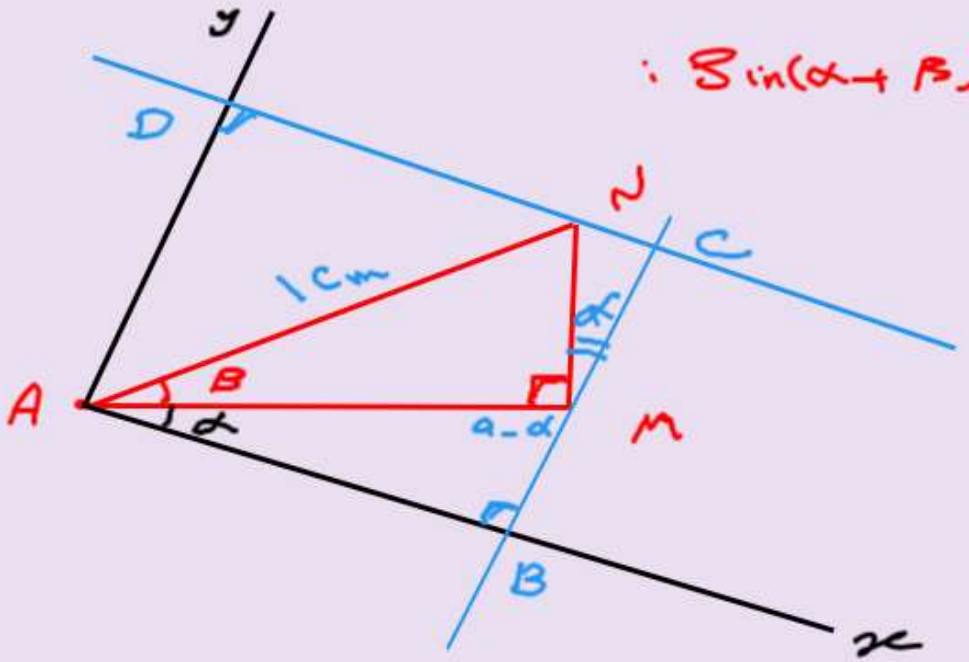
دبیرستان خورشید شیراز

مزبان حبیبی

شب دوم اسفند نود و نه ساعت ۱۱:۰۰

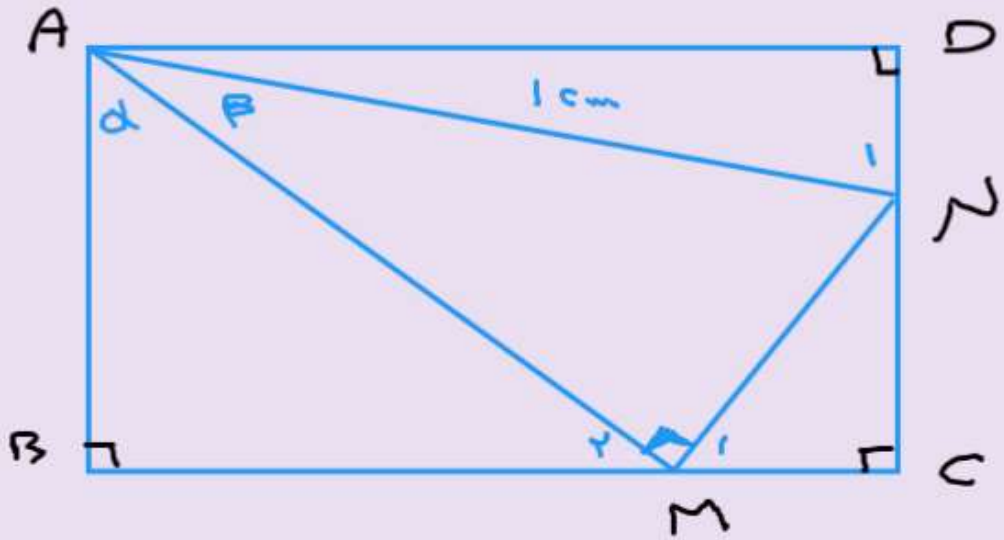
2 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

-



: $\sin(\alpha+\beta)$ ثابت

3 www.mezbanhabibi.ir +989176193511



روش اول :

$M_1+M_2=90^\circ$, $\alpha+M_2=90^\circ$ $\Rightarrow \hat{M}_1=\alpha$

پس :

$\sin\hat{M}_1=\frac{NC}{MN}$

$\cos\hat{M}_1=\frac{MC}{MN}$

4 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

5 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

رسم دوم

$CD \parallel AB$ و AN مورب $\Longrightarrow \hat{N}_1 = \alpha + \beta$

در شکل مقابل: $\triangle AON$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\hat{N}_1 = \frac{AD}{AN} \Longrightarrow \boxed{\sin(\alpha+\beta) = AD}$ ①

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\hat{N}_1 = \frac{DN}{AN} = DN \Rightarrow \boxed{\cos(\alpha+\beta) = DN}$

حبیبی

مرحله سوم :

$$AD = BM + MC =$$

$$\triangle BMA: \quad \sin\alpha = \frac{BM}{AM} \Rightarrow BM = \sin\alpha \cdot AM$$

$$\triangle AMN: \quad \cos\beta = \frac{AM}{AN} \Rightarrow AM = \cos\beta$$

$$\Rightarrow BM = \sin\alpha \cdot \cos\beta \quad (2)$$

6 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

$$\triangle MCN: \quad \cos\alpha = \cos M_1 = \frac{MC}{MN} \Rightarrow MC = \cos\alpha \cdot MN \quad (۲)$$

$$\triangle AMN: \quad \sin\beta = \frac{MN}{AN} \Rightarrow MN = \sin\beta \quad (۴)$$

$$(۲)\ (۴) \Longrightarrow \boxed{MC = \cos\alpha \cdot \sin\beta} \quad (۸)$$

7 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

۲، ۵، ۴

$$\sin(\alpha+\beta) = AD = BM + MC$$

$$= \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\boxed{\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta}$$: ک.ه

8 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مثال: سخت: $\sin 75^\circ$ را حساب کنید.

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

یعنی: $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

حبیبی

9 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

نتیجه:

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin(\alpha+(-\beta))$$
$$=\sin\alpha\cdot\cos(-\beta)+\cos\alpha\cdot\sin(-\beta)$$
$$=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$$

یعنی:

$$\boxed{\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta}$$

حبیبی

10 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین: مقدار $\sin 15^\circ$ را حساب کنید.

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

11 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

$\cos(\alpha+\beta)$ ی کنیم :

$$\triangle AND: \quad \cos(\alpha+\beta)=\cos\hat{N}_1=\frac{ND}{AN}=\frac{ND}{1}=ND \quad (1)$$

$$\cos(\alpha+\beta)=ND=CD-CN$$

$$CD=AD=AM.\cos\alpha=\cos\alpha(AM)=\cos\alpha(AN.\cos\beta)$$

$$\Rightarrow CD=\cos\alpha.\cos\beta \quad (8)$$

$$CN=\sin\alpha.MN=\sin\alpha.(AN.\sin\beta)=\sin\alpha.\sin\beta \quad (9)$$

حبیبی

12 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

$$\cos(\alpha+\beta) = CD - CN$$

$$= \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}$$

حبیبی

13 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

نتیجه:

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos(\alpha+(-\beta))$$
$$=\cos\alpha.\cos(-\beta)-\sin\alpha.\sin(-\beta)$$
$$=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$$

$$\boxed{\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta}$$ د ک

14 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

تمرین: مقدار $\cos 75^\circ$ را حساب کنید.

$$\cos 75^\circ = \cos(\underbrace{45^\circ}_{\alpha} + \underbrace{30^\circ}_{\beta})$$

$$= \cos 45^\circ \cdot \cos \beta^\circ - \sin \alpha^\circ \cdot \sin \beta^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

یعنی:

$$\sin 15^\circ = \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

15 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مثال: مقدار $\cos 15^\circ$ را حساب کنید.

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$$
$$= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

در نتیجه: $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

www.mezbanhabibi.ir +989176193511

جمع بندی :

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$$

حبیبی

17 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

مثال مقدار $\sin(1.05)$ را حساب کنید.

$$\sin(1.05)=\sin(60+45)=\sin 60^\circ\cdot\cos 45^\circ+\cos 60^\circ\cdot\sin 45^\circ$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin(1.05)=\sin(135^\circ-30^\circ)=\sin 135^\circ\cos 30^\circ-\cos 135^\circ\cdot\sin 30^\circ$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

حبیبی

18 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha.\tan\beta}$$

تمرین: ثابت کنید.

اثبات:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta}{\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta}$$

$$=\frac{\frac{\sin\alpha.\cos\beta}{\cos\alpha.\cos\beta}+\frac{\cos\alpha.\sin\beta}{\cos\alpha.\cos\beta}}{\frac{\cos\alpha.\cos\beta}{\cos\alpha.\cos\beta}-\frac{\sin\alpha.\sin\beta}{\cos\alpha.\cos\beta}}=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha.\tan\beta}$$

حبیبی

19 www.mezbanhabibi.ir +989176193511

یعنی :

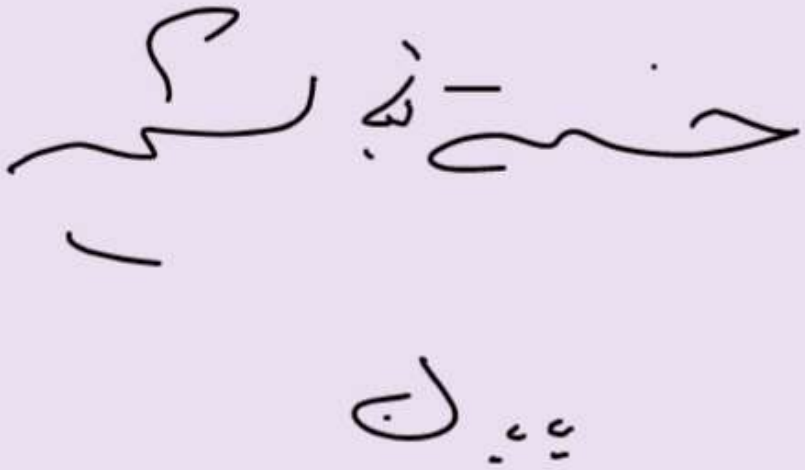
$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha.\tan\beta}$$

نتیجه :

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha.\tan\beta}$$

حبیبی

20 www.mezbanhabibi.ir +989176193511



21 www.mezbanhabibi.ir +989176193511