

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیدی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی نوزدهم اسفند نودون

مدرس: مزبان حمیدی

موضوع: اصل شمول و عدم شمول - دوازدهم ریاضی 2 دبیرستان خورشیدیان شیراز

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی دوم

دبیرستان خوارسندین شیراز

به رسمت نوزدهم اسفند فروردین ۱۴۰۰

بر صنف :  
اصل شمول و عدم شمول

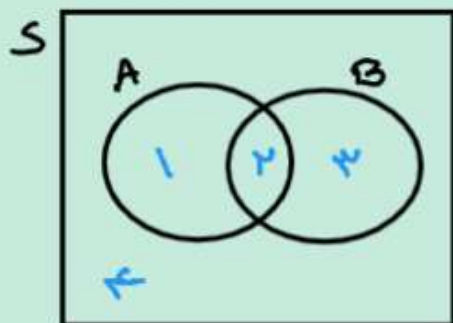
حبیبی

مزبان حبیبی





یادآوری: اگر  $A$  و  $B$  زیر مجموعه های لزغضی نمونه ای متناهی  $S$  باشند، آنگاه



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \cup x \in B\} \equiv \text{تعداد ۲} \text{ منطقه}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\} \equiv \text{تعداد ۱} \text{ منطقه}$$

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\} \equiv \text{تعداد ۱} \text{ منطقه}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\} \equiv \text{تعداد ۱} \text{ منطقه}$$

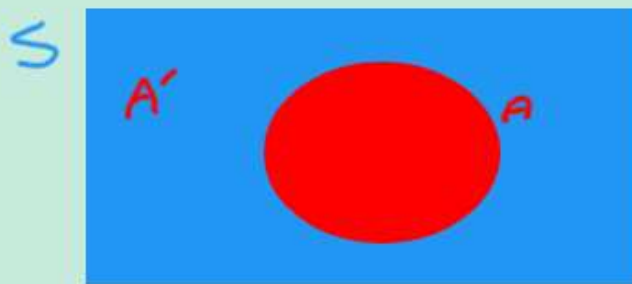
$$(A \cup B)' = S - (A \cup B) \equiv \text{تعداد ۲} \text{ منطقه}$$

میزبان حبیبی



یا  $\overline{A}$  مری:

$$A' = S - A = \{x \in S \mid x \notin A\}$$



توجه:  $x \in S$

$$x \in A \iff x \notin A'$$

$$x \notin A \iff x \in A'$$

مزبان حبیبی



یادآوری:

$$۱) (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$۲) (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$۳) S' = \phi$$

$$۴) \phi' = S$$

قوانین در مبرهان



منظور کنید  $A$  زیر مجموعه  $S$  از فضای نمونه ای متناهی  $S$  باشد. آنجا:

$$|A| = n(A) \equiv \text{تعداد عناصر } A$$

$$|A| + |A'| = |S| \quad (|A'| = |S| - |A|)$$

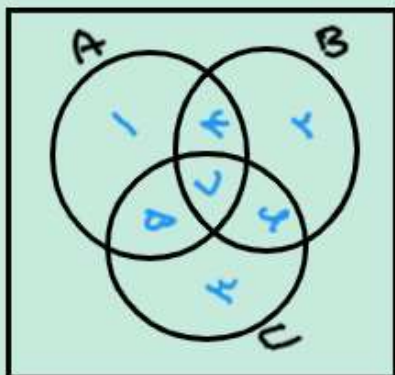
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

مزبان حبیبی



توجه: فرض کنید  $A$  و  $B$  و  $C$  سه زیرمجموعه از مجموعه  $S$  باشند. نگاه:

$S$



$$A \equiv \text{مستعار اعداد ۷ و ۵}$$

$$A \cap B \equiv \text{مستعار اعداد ۷}$$

$$A - B \equiv \text{مستعار اعداد ۵}$$

$$1 \equiv (A - B) - C = A - (B \cup C)$$

$$4 \equiv (A \cap B) - C = A \cap B \cap C' = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$$

$$7 \equiv A \cap B \cap C$$

میزبان



اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه زیرمجموعه از فضای نمونه باشند، آنگاه:

حداقل درگیری از سه مجموعه عضو باشد  $A \cup B \cup C \equiv$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

توجه: این رابطه قابل تعمیم است.

مزبان حبیبی





تمرین: چند عدد طبیعی کوچکتر از ۲۰۰ وجود دارد که :

الف) مضرب ۳ یا مضرب ۵ باشند؟  $S = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 200\} = \{1, 2, \dots, 200\}$

$A = \{x \in S : 3|x\}$  ،  $B = \{x \in S : 5|x\}$

$$|S| = 200 \quad \text{و} \quad |A| = \left\lfloor \frac{200}{3} \right\rfloor = 66 \quad \text{و} \quad |B| = \left\lfloor \frac{200}{5} \right\rfloor = 40$$

$$(3, 5) = 1 \Rightarrow |A \cap B| = \left\lfloor \frac{200}{3 \times 5} \right\rfloor = 13$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 66 + 40 - 13 = 93$$

مزبان حبیبی



ب) چند عدد نه مضرب ۳ هستند و نه مضرب ۵؟

$$|A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = 200 - 93 = 107$$

ج) چند عدد مضرب ۳ هستند اما مضرب ۵ نیستند؟

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 64 - 13 = 51$$

د) چند عدد مضرب ۵ هستند اما مضرب ۳ نیستند؟

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 40 - 13 = 27$$

ه) چند عدد یا مضرب ۳ هستند یا مضرب ۵؟

$$|(A \cup B) - (A \cap B)| = |A - B| + |B - A| = 51 + 27 = 78$$

میزبان

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: از میان اعداد طبیعی کمتر از ۱۵۰۰  
الف) چند عدد مضرب ۳ و ۷ هستند؟  
ب) چند عدد نه مضرب ۳ هستند نه مضرب ۷؟  
ج) چند عدد مضرب ۳ هستند و مضرب ۵ نیستند؟

کاملی

کاملی



پیکرین: چند عدد صحیح مثبت کمتر از ۲۰۰ وجود ندارد که:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 200\} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 200\}$$

$$A = \{x \in S, 2|x\}, B = \{x \in S, 3|x\}, C = \{x \in S, 5|x\}$$

$$|A| = \left[ \frac{200}{2} \right] = 100, |B| = \left[ \frac{200}{3} \right] = 66, |C| = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40$$

$$|A \cap B| = \left[ \frac{200}{2 \times 3} \right] = 33, |A \cap C| = \left[ \frac{200}{2 \times 5} \right] = 20, |B \cap C| = \left[ \frac{200}{3 \times 5} \right] = 13$$

$$|A \cap B \cap C| = \left[ \frac{200}{2 \times 3 \times 5} \right] = 6$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$= 100 + 66 + 40 - 33 - 20 - 13 + 6 = 146$$

مزبان حبیبی

(ب) چند عدد از هر یک از مجموعه های  $A$ ،  $B$  و  $C$  در هر یک از این مجموعه ها؟

$$|(A \cup B \cup C)^c| = |S| - |A \cup B \cup C| = 30 - 22 = 8$$

(ج) چند عدد از هر یک از مجموعه های  $A$ ،  $B$  و  $C$  در هر یک از این مجموعه ها؟

$$\begin{aligned} |(A - B) - C| &= |A - (B \cup C)| = |A| - |A \cap B| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ &= 15 - 5 - 3 + 1 = 8 \end{aligned}$$

(د) هر یک از  $A$ ،  $B$  و  $C$  را در هر یک از این مجموعه ها بنویسید؟

$$\begin{aligned} |(A \cup B) - C| &= |A \cup B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ &= |A| + |B| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ &= 15 + 10 - 5 - 3 - 2 + 1 = 14 \end{aligned}$$
$$|(A \cup B) \setminus C| = |A \cup B \cup C| - |C| =$$

میزبان

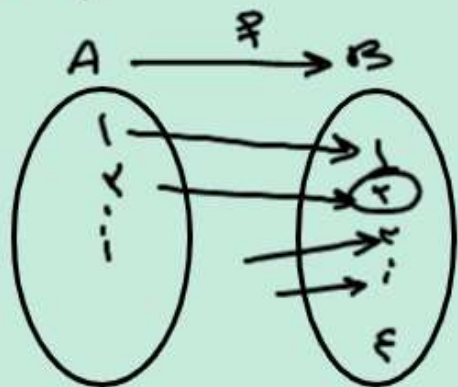


تذکره:

وایچ گونید، آر  $R_f = B$

$$f: A \rightarrow B$$

۱- تابع



$$f: A \rightarrow B$$

۲- تعداد توابع

$$|B|^{|A|}$$

کامپا با :

تذکره



تمرین: چند تابع پوشت از مجموع  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  به مجموعه  $B = \{a, b, c\}$  وجود دارد؟

$$S = \{f \mid f: A \rightarrow B\} \quad , \quad |S| = |B|^{|A|} = 3^5 = 243$$

$$A_1 = \{f \in S : a \in R_f\} \quad , \quad |A_1| = (|B| - 1)^{|A|} = 2^5 = 32$$

$$A_2 = \{f \in S : b \in R_f\} \quad , \quad |A_2| = 2^5 = 32$$

$$A_3 = \{f \in S : c \in R_f\} \quad , \quad |A_3| = 2^5 = 32$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1^5 = 1 \quad \text{و} \quad |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

مزبان حبیبی



تعداد روابط غیر پویش  $|A_1 \cup A_2 \cup A_3|$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| +$$

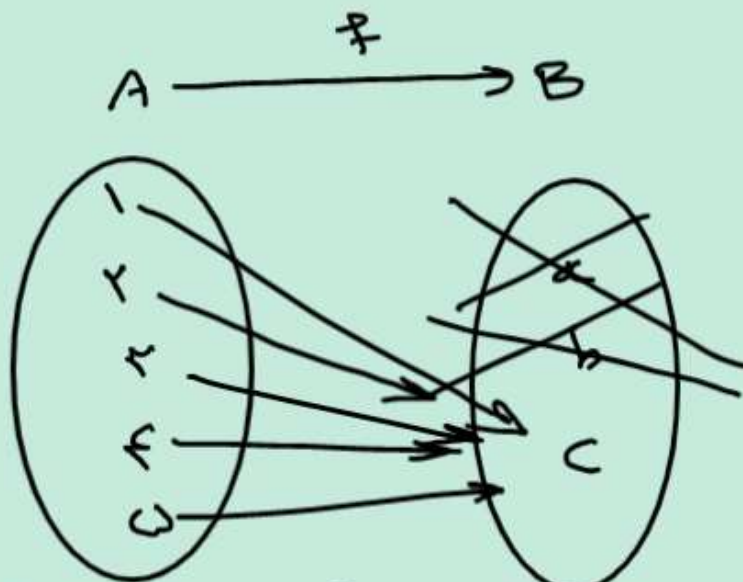
$$= 22 + 22 + 22 - 1 - 1 - 1 + 0 = 93$$

تعداد کل توابع  $|S| = 243$

$$\begin{aligned} \text{تعداد روابط پویش} &= |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| \\ &= 243 - 93 = 150 \end{aligned}$$

مبانی





$$[A, \cap A \cap] = ?$$

$$a \notin R_f$$

$$b \notin R_f$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = f(5) = c \rightarrow f = \{c, c\}, \{c, c\} \text{ --- } \times \text{ --- } \{c, c\}$$

مزبان حبیبی



معرفی نماد:

اگر بخواهیم  $r$  شی را بین  $n$  نفر تقسیم کنیم و به هر نفر حداکثر یک شی رسیده باشد.  
تعداد حالتها را با  $(n)_r$  نشان می دهیم.

$$(n)_r = \underbrace{n \times (n-1) \times \dots \times (n-r+1)}_{\text{حالتها}} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مبانی



سؤال: سه خود رو را به چند طریق می توان در ده به یک قرار داد؟

$$(10)_3 = 10 \times 9 \times 8 = \frac{10!}{7!} = 720$$

سؤال: چهار تخته گل را به چند طریق می توان بین ۹ نفر تقسیم کرد؟ شرط اینکه هیچ کسی بیش از یک تخته گل نبرد.

$$(9)_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

مزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آردوم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مترین و آخر فصل سوم از بهترین یک تا آخرین هفت حل شود .

حسین مزبان

۹۴۰

مزبان حبیبی