

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی دوازدهم بهمن نودونه

مدرس: مزبان حمیبی

موضوع: کراف همبند - دوازدهم ریاضی یک دبیرستان بوعلی شیراز

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

این جزوه گسسته دوازدهم ریاضی ۱ - دبیران بزرگوار

در صنوع آتومات

ایشان به نفع همگی آماده نه

جزوه های حبیبی

مزبان حبیبی



سؤال: مجموعه $\{c \mid c > d, c, d, b, a \in \mathbb{Z}\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

تمام زیر مجموعه ها در دو عضوی \mathbb{Z} را بنویسید.

$$M = \{ \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\} \}$$

$$|M| = 10$$

سؤال: M چند زیر مجموعه دارد؟

مزبان حبیبی



تذکره: مجموعه M عضوی دارای 2^n زیر مجموعه است. $V = \{a, b, c, d\}$

سؤال: یک زیر مجموعه از M بنویسید.

$$E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}\} \subseteq M$$

سؤال: زوج مرتب (V, E) چه خصوصیتی دارد؟

هر عضو E یک زیر مجموعه دو عضوی از V است.

مزبان حبیبی



$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$M = \{ab, ac, ad, bc, bd, cd\} \quad n(M) = 6$$

مثال:

$$\underline{\underline{ab = \{a, b\}}}$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه ها } M = 2^6 = 64$$

$$E = \{ab, ac\}$$

در زوج مرتب (V, E) هر عضو E یک زیر مجموعه (دو عضوی) V است.

مزبان حبیبی



تعریف: هم‌مرتبه کنید \mathcal{V} یک مجموعه دلخواه (عین‌تکلی) باشد، زوج مرتب $G = (\mathcal{V}, E)$
را یک گراف ساده می‌گویند، اگر هر یک از E ، یک زیر مجموعه دلخواه از \mathcal{V} باشد.

$$\mathcal{V} = \{a, b, c, d\} \quad \text{مثال:}$$

$$E = \{ab, ac\}$$

زوج مرتب $G = (\mathcal{V}, E)$ یک گراف ساده است.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{شکل ۲:}$$

$$E = \{12, 13, 14, 15, 16, 23, 24, 34, 45, 56\}$$

$$G = (V, E) \quad \text{گراف ساده}$$

$$V = \{a, b, c, d, e\} \quad \text{شکل ۳:}$$

$$E = \{bc, cd, ca, ce\}$$

مزبان حبیبی

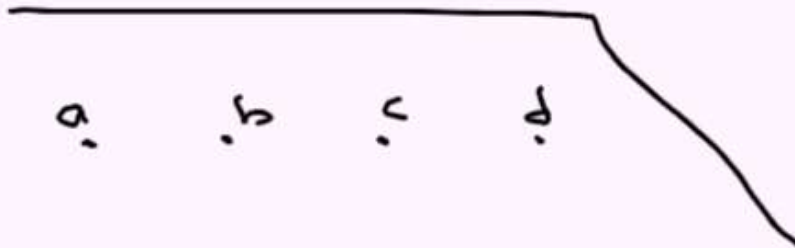
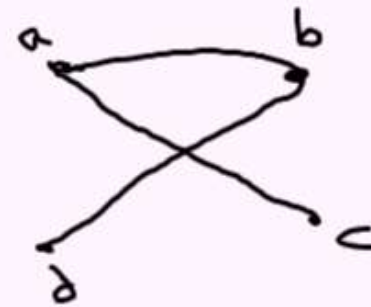


گراف: $G = (V, E)$

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E = \{ \underline{ab}, \underline{ac}, \underline{bd} \}$$

$$G = (V, E)$$



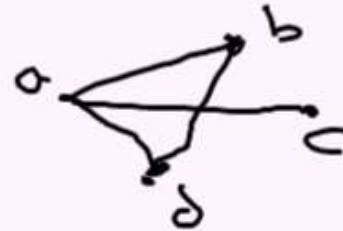
مزبان حبیبی

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E = \{ab, ac, ad, bd\}$$

$$G = (V, E)$$

سگراف جام





تعداد: \mathcal{A} $\mathcal{B} = (V, E)$ یک گراف ساده است.

(۱) هر عضو v را رأس می گویند و تعداد راسها را مرتبه گراف می نامند. (P)

(۲) هر عضو E را کمان یا لبه می گویند. تعداد لبهها را اندازه گراف می نامیم. (Q)

تعداد لبهها \equiv مرتبه گراف $\equiv P$

تعداد کمانها \equiv اندازه گراف $\equiv Q$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سؤال: اگر $E = \{ab, ac, ad, b, d, be, c, d, ce\}$ و $V = \{a, b, c, d, e\}$

اخذ نمودار گراف $G = (V, E)$ را رسم کنید.



یا مرتبه و اندرزه گراف را بنویسید.

$\gamma = 7$ لازم
 $\rho = 5$ مرتبه

مزبان حبیبی

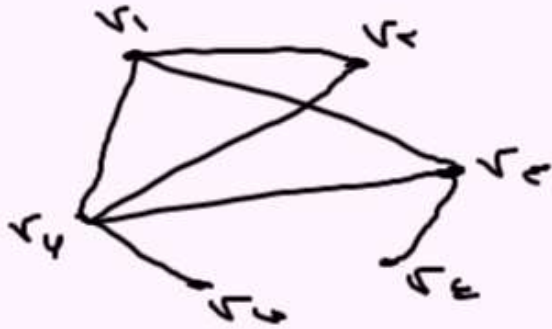
بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

مختصین: نمودار گراف $G = (V, E)$ بصورت زیر است.

الف) مجموعه های V و E را بنویسید.

ب) مرتبه و اندازه گراف را بیابید.

تکالیف



مزبان حبیبی

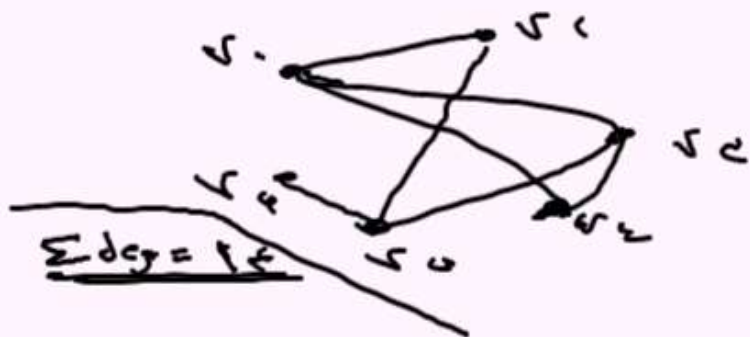




تعریف درجه: تعداد یالهای متصل به هر راس را درجه آن راس می گویند.

درجه راس v را با $deg(v)$ نشان می دهیم.

نمونه:



$$deg(v_1) = 4$$

$$deg(v_2) = 3$$

$$deg(v_3) = 3$$

$$S : 4, 3, 3, 2, 2, 1$$

$$P = 6$$

$$deg(v_4) = 2$$

$$deg(v_5) = 3$$

$$deg(v_6) = 1$$

$$Q = 7$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسّه نباشید
وقت بخیر

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

موضوع:

رده های توابع ساده

ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی

دیرینه نوبت علی حیا

تعیین دوازدهم همزن نوده نه ع ۱۵:۱۴

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

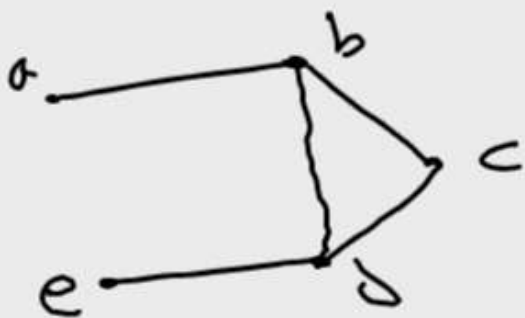


دوراس مجاور (همایه) :
به دوراس حی گویند که دو سبک یال هستند .

دو یال مجاور :

دو یال متقابل سبک را مجاور حی گویند .

مزبان حبیبی



مثال:

دوراس ط و e مجاور هستند.

دوراس d و e مجاور نیستند.

مثال:

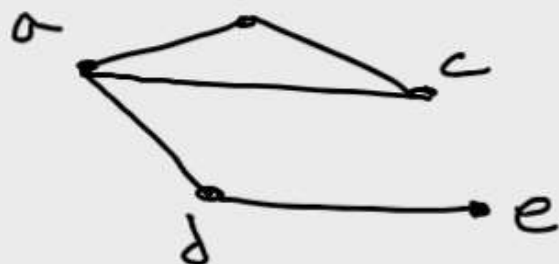
دو یکل ط و c و b مجاور هستند.

دو یکل ط و a و cd مجاور نیستند.

مزبان حبیبی



تعریف: منفرجه کننده یک رأس از گراف G باشد.
 (۱) مجموعه رأسها را a را با $N_G(a)$ نشان می دهیم و آنرا همسایگی a می گویند.



$$N_G[a] = N_G(a) \cup \{a\}$$

$$N_G(a) = \{b, c, d\}$$

$$N_G[a] = \{a, b, c, d\}$$

$$N_G(b) = \{a, c\}$$

$$N_G[b] = \{a, c, b\}$$

$$N_G(f) = \{\}$$

$$N_G[\#] = \{\#\}$$



بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سؤال: آره ها گتیه باریک راس، تخته با سُر، چه می توان گفت؟

جواب: درجه راس صفر است. (راس ایندونه - راس تنغا)

سؤال: آیا همگتیه بته امکان بیه، تخته با سُر؟ **خیر**

سؤال: آره ها گتیه بته، یک عضو: سُر، چه می توان گفت؟ **درجه صفر**

مزبان حبیبی



نتیجه:

۱) درجه راس در گراف G ، صفراست آرد تئو از همایی باز آن را می گوییم.

۲) درجه راس در گراف G ، صفراست آرد تئو از همایی بسته آن یک گنوی می گوییم.

مزبان حبیبی



مبثرترین و لئترین درجه :

در گراف $G(V, E)$:

$\Delta(G) \equiv \Delta \equiv$ مبثرترین درجه

$\delta(G) \equiv \delta \equiv$ لئترین درجه

دک: $\delta \leq \deg(v_i) \leq \Delta$

مزبان حبیبی

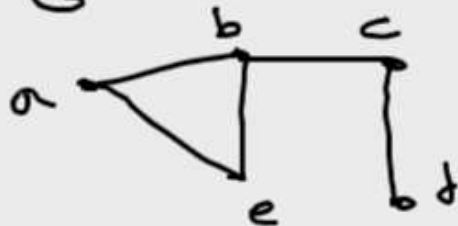


زیرگراف: اگر تعدادی راس و یال را از گراف G حذف کنیم، گراف

باقی مانده را یک زیرگراف آن می گویند.

توجه: اگر یک راس را حذف کنیم، باید همه یال‌ها متصل به آن راس حذف کنیم.

مثال: G



G_1



G_2



همه G_1 و G_2 زیرگراف G هستند.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



گراف ممکن: (V, E) \Rightarrow G را در تمام بلیه های ممکن $G, R, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$ (حرف Γ)
در هم و: \Rightarrow آرد و اس در حرف G چهار بار باشند و در حرف
 G چهار بار نباشند و برعکس.



بلیه

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سؤال: اگر $d_1(n)$ و $d_2(n)$ درجه راس n در سرف هر n و n باشند
آنگاه $d_1(n) + d_2(n)$ کدانه است؟

جواب:

کویه از تعداد راسها کمتر $\equiv P-1 \equiv d_1(n) + d_2(n)$

مزبان حبیبی



س: گراف P راسی، حداکثر چند یال دارد؟ $(q_{max} = ?)$

$$q_{max} = \binom{P}{2} = \frac{P(P-1)}{2}$$

توجه: زنی q تا سیماب که تمام ارسها به یکدیگر وصل باشند.

مزبان حبیبی



قضیه: در گراف M راسی که q یال دارد، داریم: $\sum \deg(v_i) = 2q$

اثبات: حی راسیم هر یال دقیقاً به دو راس متصل است، پس برای هر یال e در گراف، $\sum \deg(v_i)$ در دو راس هر یال را دو بار شش شش می کنیم پس

$$\sum \deg(v_i) = 2q$$

یعنی: مجموع درجه از راسی که q یال دارد، همیشه دو برابر تعداد یالهاست.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



نتیجه صحیح:

$$\frac{29}{p} = \text{میانگین درجه}$$
$$\Delta = \text{بیشترین درجه}$$
$$\delta = \text{کمترین درجه}$$
$$p = \text{تعداد راس ها}$$
$$q = \text{تعداد یال ها}$$
$$29 = \text{مجموع درجه ها}$$

$$\delta \leq \frac{29}{p} \leq \Delta$$

مزبان حبیبی



تمرین: در یک گراف با ۲۱ یال، حداکثر درجه هر رأس ≤ 5 می باشد، این گراف
حداقل چند رأس دارد؟
 $\Delta = 5, \quad \gamma = 21, \quad P = ?$

$$\Delta \leq \frac{\gamma}{P} \leq \Delta \Rightarrow \Delta \leq \frac{2(21)}{P} \leq \Delta \Rightarrow 42 \leq 5P$$
$$\Rightarrow \frac{42}{5} \leq P \Rightarrow 12.4 \leq P$$
$$P_{\min} = 13$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزمین ندرت کراف ۱۹ راسی ک، درجه حرارت حد اقل $\frac{3}{4}$ می باشد، این کراف
حد اکثر خید راس دارد؟

تکلیف

$$5 \leq \frac{2P}{9} \leq 5$$

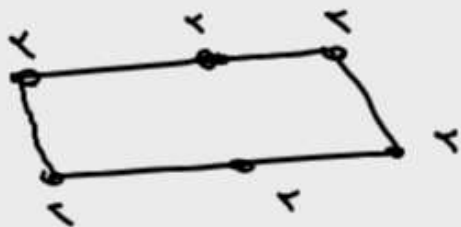
مزبان حبیبی



گراف منتظم:

گراف n راس که درجه هر راس آن k باشد را گراف k منتظم از مرتبه n می گویند.

مثال: گراف 2 منتظم از مرتبه 4 :



مزبان حبیبی



مثال: گراف ۳- منظم از مرتبه ۶ :



$$q = \frac{k \cdot P}{r}$$

قضیه: در گراف ۳- منظم از مرتبه P و اندازه q داریم:

$$r \cdot q = \sum \deg(v_i) = \underbrace{d(v_1) + \dots + d(v_P)}_{= kP} = \underbrace{k + \dots + k}_{= r \cdot P} = kP$$

$$\Rightarrow r \cdot q = kP \Rightarrow q = \frac{kP}{r}$$

مزبان حبیبی



گراف کامل: گراف P راسی که همه راسهایش مجاور باشند راس گراف کامل
نموده و با K_P نشان داده می شود.
یا: گراف P راسی که حداکثر یال ممکن را دارد.

K_1



K_2



K_3



K_4



K_5



نشان:

مزبان حبیبی



توجه: گراف P را کسی که درجه هر رأس آن $(P-1)$ ؛ شد، گراف K_P می نامند.

$$\varphi(K_P) = \frac{P(P-1)}{2} \quad \text{قضیه: ثابت کنید}$$

$$2\varphi = \sum \deg(v_i) = \deg(v_1) + \dots + \deg(v_P) = \underbrace{(P-1) + \dots + (P-1)}_{P \cdot (P-1)} \quad \text{اثبات:}$$

$$\Rightarrow 2\varphi = P(P-1) \Rightarrow \varphi = \frac{P(P-1)}{2}$$

$$\varphi(K_7) = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$\varphi(K_{10}) = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

مثال:

مزبان حبیبی



تمرین: گراف حاصل P براسی از گراف کامل $(P+2)$ براسی $\frac{P+1}{2}$ یا کمتر دارد.

P که را میسر؟

$$g(P) = \frac{P(P-1)}{2}, \quad g(P+2) = \frac{(P+2)(P+1)}{2}$$

$$\frac{P(P-1)}{2} = \frac{(P+2)(P+1)}{2} - 42 \Rightarrow P(P-1) = (P+2)(P+1) - 84$$

$$\Rightarrow P - P = P + 2P + 2 - 84 \Rightarrow 42 = 3P + 2 \Rightarrow P = \frac{40}{3} = 13$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

خانه بناسد

بنا

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

۱۰۰ ریاضیات گسسته - دوازدهم ریاضی

دبیرستان بوعلی - قم

کتابچه نوزدهم بهمن نمودارهای ۱۴:۳

موضوع:

گراف هم بند

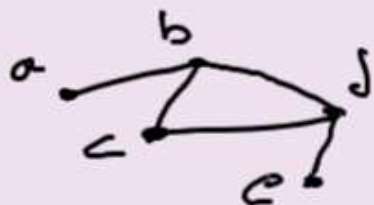
دکتر مزبان حبیبی

مزبان حبیبی





مسئله: دنباله ای از اس از اس در دو به دو ستون (معمولاً اجتنافاً) که هر دو را می توانی، در سطر یک به یک بخوانی.



مثال: سطر اول به سطر دوم:

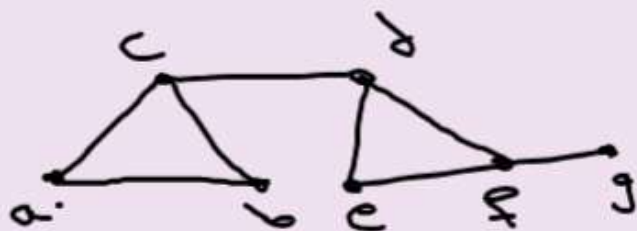
abcde و edcb

مثال: سطر اول به سطر دوم و سطر دوم به سطر اول: edcb و cde

مزبان حبیبی



سؤال: گراف معادل را در رسم کنید.



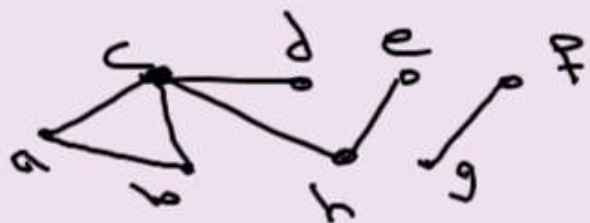
$$S = 1 \quad R = 3 \quad C_1$$

$$q = 1 \quad p = 7 \quad C_2$$

∴ فرمولها: a, b, c, d, e, f

$acd \neq, acde \neq, abcd \neq, abcde \neq$

مزبان حبیبی



مثال: گراف گلابوردی مقابل:

$$q = 7$$

$$p = 8 \quad (1)$$

$$s = 1$$

$$\Delta = 4 \quad (2)$$

$\textcircled{a c h e}$, a b c h e

(3) سیر از a به e :

نکته:

$$d(a, e) = 3$$

$$d(a, f) = \infty$$

(4) سیر از a به f : وجود ندارد

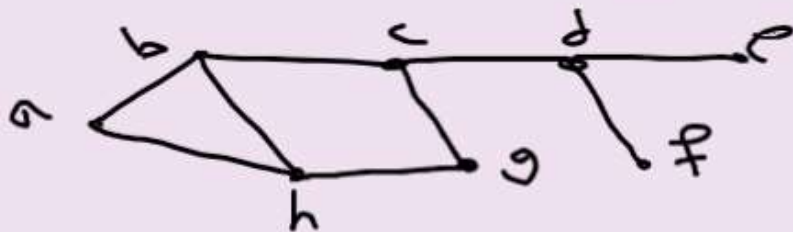
مزبان حبیبی



تعریف دور :

سیرکاتی که ابتدا و انتها یکی بر حجم منطبق هستند .

یا: سیرکاتی که از یک رأس شروع و به خودش ختم شود

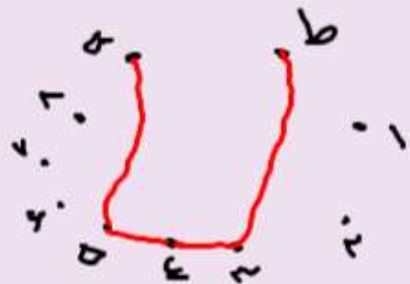


مثال :

$$abha \equiv bhah \equiv hba$$
$$abcgha, bcghb$$



مکزی: در گراف کامل K_n ، چندی از رأس به رأس، به طول یک وجود دارد.



$$\binom{6}{2} = \text{نتیجه ۳ رأس از ۶}$$

$$= 2! \times \binom{6}{2} = \text{جواب}$$

$$\Rightarrow \text{روش دوم} \quad \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1}$$

مزبان حبیبی



تذکره:

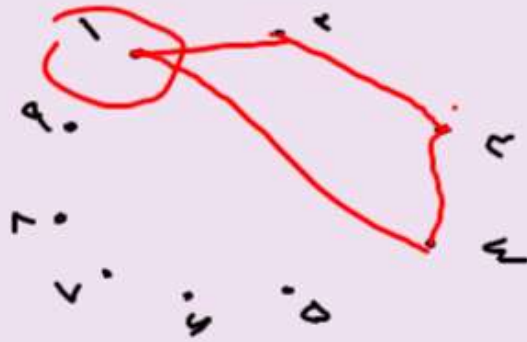
در مورد راسی متمایز در حروف p با k نشانه k نشانه

$$\text{تعداد راسی متمایز به طول } m = \binom{p-1}{m-1} \times (m-1)!$$

مزبان حبیبی



تخمین: در سرفاف K_9 ، چند دوره طول ≤ 4 وجود دارد؟



$$\binom{9}{4} \equiv \text{انتخاب 4 رأس از 9 رأس}$$

$$(3!) \equiv \text{جایگاه 3}$$

$$\binom{9}{4} \propto 3!$$

مزبان حبیبی



تعریف گراف هم بند:

گراف ساده G را هم بند می گویند، اگر بین هر دو رأس متمایز آن، حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.



مثال:

مبانی



تذکره ۱: حروف کامل، هم بند است.

۲) در حروف هم بند از مرتبه P و انداز q ، $q \geq P - 1$

۳) اگر P انفرادی P در $P - 1$ باشد، q انفرادی هم بند است.

۴) اگر $q < P - 1$ q انفرادی q حروف هم بند است.

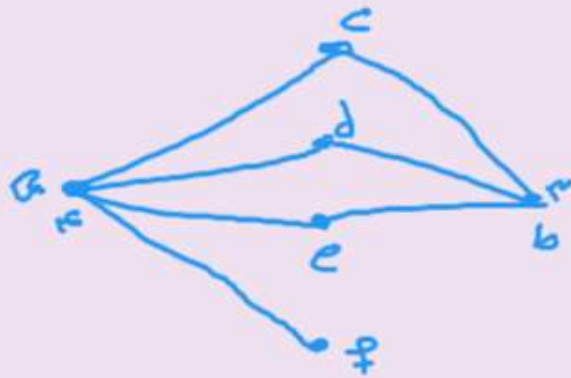
مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزی: دنباله درجه های مرتبه اول - صورت ۱، ۲، ۲، ۳، ۴: K می باشد.

دورانی: بهترین درجه - چهارمین است. این نوع چند دور به طول ۲ یا ۳ دارد؟



دور ۲: سه دور به طول ۴ دارد.

ac bda , ad bea , achea

دور به طول ۳ ندارد

مزبان حبیبی



فصل: تعداد راس ها، درجه ها، عددی زوج است.

اثبات: فرض کنیم A و B به ترتیب مجموع درجه راس فرد و مجموع درجه راس زوج. بنابراین:

$$A \equiv \text{مجموع درجه های راس های فرد}$$

$$B \equiv \text{مجموع درجه های راس های زوج}$$

$$A + B = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2E$$

مزبان حبیبی



$$A+B=29 \Rightarrow A=29-B$$

از آنجا که B مجموع درجه ها را نشان می دهد پس B زوج است.

$$A \text{ زوج} \Rightarrow 29-B \text{ زوج} \Rightarrow \begin{cases} B \text{ زوج} \\ 29 \text{ زوج} \end{cases}$$

یعنی جمع اعداد زوج و فرد عددی زوج است و لذا تعداد آنها باید زوج باشد.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تحریر: چندگراف ۱۳۹۹ - منتظم از مرتبه ۲۰۲۱ وجود دارد؟

جواب: صفر

چون در صورت وجود چنین چیزی، تعداد را سه مرتبه ۲۰۲۱ خواهد بود
که غیر ممکن است.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکرمین: در دید محمادی ۱۳ نفر حضور دارند به چند طریق ممکن است حرکت از
مهمانان دقیقاً با ۵ نفر دیگر دوست باشد؟

جواب: چنین اتفاقی غیر ممکن است چون در صورت وجود چنین فردی
۱۳ راس دیگر ۵ ضرایب داشته که غیر ممکن است.

مکتب



تکدر: آر ۲ و P مزده بسزا نگاه گراف ۲ - منتظم از مرتبه P وجود ندارد.

تمرین: آر حاکم گراف ۲ - منتظم از مرتبه ۹. هر آنگاه چند عدد، برای P وجود دارد.

$$P \text{ مزده} \Rightarrow 0 \leq v \leq P-1 \xrightarrow{\text{آر ۲}} v = 0, 2, 4, 6, 8$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



حسین نجاری
۱
ب.ب.

مزبان حبیبی