

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی هفدهم اسفند نودونه

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **اصل شمول و عدم شمول - دوازدهم ریاضی یک دبیرستان بوعلی شیراز**

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، رحمت بخیر

ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی ۱

موضوع: اصول شمول و عدم شمول

دبیرستان بوعلی سینا از

تکلیف هفدهم اسفند نودون ساعت ۱۴:۱۵

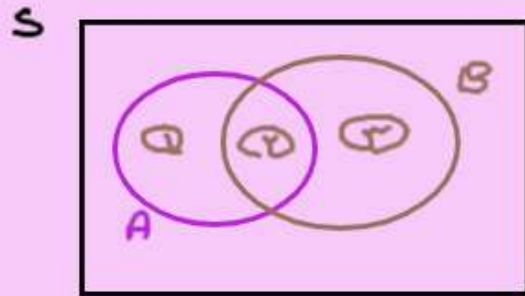
حبیبی

مزبان حبیبی





موضوع کنید A در B بعد زیر مجموعه از خطی، عذنه از ساهی S باشند.



$$① \equiv A - B$$

$$② \equiv A \cap B$$

$$③ \equiv B - A$$

تعداد عذنه A را با  $|A|$  یا  $n(A)$  نشان می دهیم

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

مزبان حبیبی



یادآوری:

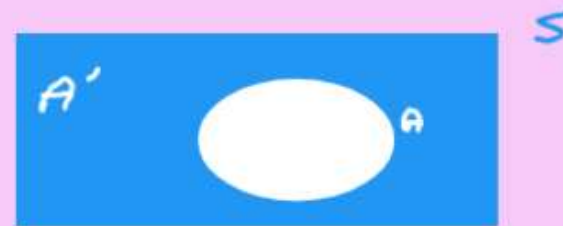
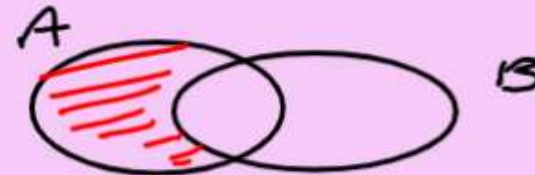
$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

$$A' = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$$

$$A' = S - A$$

$$|A'| = |S| - |A|$$



مزبان حبیبی



تعریف:

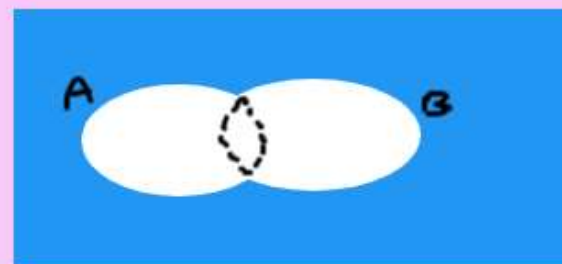
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

نه کفه A معکوسه و نه کفه B

$$(A \cup B)' = S - (A \cup B)$$

$$|(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B|$$

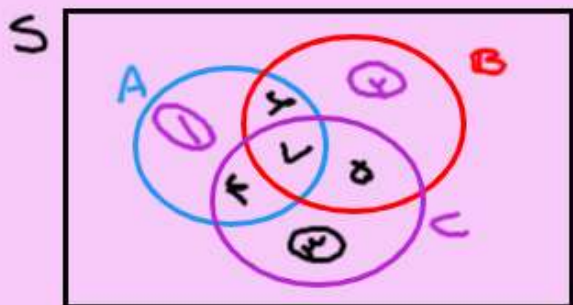
$$|(A \cup B)'| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$



مزبان حبیبی



اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  به این ترتیب از فضای نمونه ای ستاهی  $S$  باشند آنگاه:



$$\alpha \equiv A - (B \cup C) = (A - B) - C$$

$$\beta \equiv B - (A \cup C) = (B - A) - C$$

$$\gamma \equiv C - (A \cup B) = (C - A) - B$$

$$\delta \equiv (A \cap B) - C$$

$$\epsilon \equiv (B \cap C) - A$$

$$\zeta \equiv (A \cap C) - B$$

$$\eta \equiv A \cap B \cap C$$

مزبان حبیبی



و:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

و:

$$|(A \cup B \cup C)^c| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکرمین: در کلاس ۳۰ نفری، ۲۱ نفر برای ریاضی و ۱۷ نفر برای فیزیک و یازده نفر برای هر دو درس دلو طلب شده اند.

$A \equiv$  ریاضی  
 $B \equiv$  فیزیک  
 $S \equiv$  کل

اکنون چند نفر حداقل برای یک درس دلو طلب هستند؟

$$|A| = 21 \text{ و } |B| = 17 \text{ و } |A \cap B| = 11 \text{ و } |S| = 30.$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 21 + 17 - 11 = 27$$

ب) چند نفر برای هیچ درسی دلو طلب نشده اند؟

$$|(A \cup B)^c| = |S| - |A \cup B| = 30 - 27 = 3$$

مزبان حبیبی





ج) چند نفر فقط برای روغن داوطلب هستند؟

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 21 - 11 = 10$$

د) چند نفر فقط برای فزنی داوطلب هستند؟

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 17 - 11 = 6$$

ه) چند نفر دقیقاً برابر یک درس داوطلب هستند؟

$$|A - B| + |B - A| = 10 + 4 = 14$$

$|A - B| \equiv$  فقط ه می  
 $|B - A| \equiv$  فقط بزرگه

$$(\text{ج. د. ه.}): |A \cup B| - |A \cap B| = 27 - 11 = 14$$

مزبان حبیبی

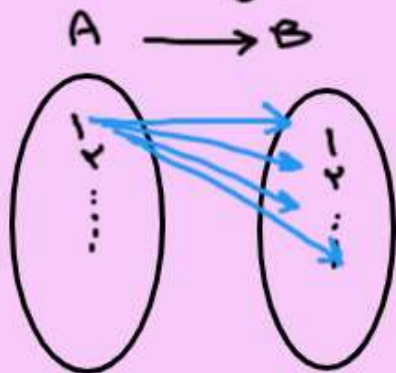
بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: صندلی ج. پوت از  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  و مجری  $B = \{1, 2, 3\}$  وجود دارد؟

یادآوری: تعداد تابع  $f: A \rightarrow B$  برابر با  $|B|^{|A|}$

$$\underbrace{n(B) \times n(B) \times \dots \times n(B)}_{n(A)} = |B|^{|A|}$$



یا یادآوری: تابع  $f: A \rightarrow B$  را پوت می گویند اگر  $R_f = B$

مزبان حبیبی



حل تمرین:  $S = \{f \mid f: A \rightarrow B\}$ ,  $|S| = |B|^{|A|} = 2^4 = 16$

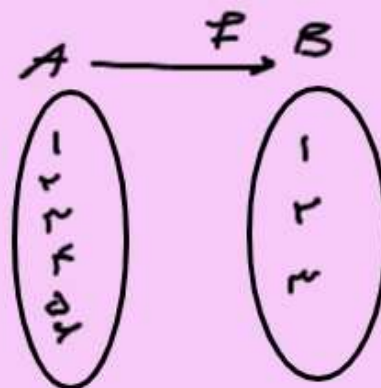
$A_1 = \{f \in S, 1 \notin R_f\}$ ,  $|A_1| = 2^4 = 16$

$A_2 = \{f \in S, 2 \notin R_f\}$ ,  $|A_2| = 2^4 = 16$

$A_3 = \{f \in S, 3 \notin R_f\}$ ,  $|A_3| = 2^4 = 16$

$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 2^4 = 16$

$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2^0 = 0$





$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \equiv \text{توابع یکزیرو}$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 44 + 44 + 44 - 1 - 1 - 1 + 0 = 192 - 3 = 189$$

$$\begin{aligned} \text{جواب} &= |(A_1 \cup A_2 \cup A_3)^c| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| \\ &= 729 - 189 = 540 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی



تذکره: فرض کنید  $|A| = m$  و  $|B| = n$  ( $n \leq m$ )

$$f: A \rightarrow B \text{ تعداد کل توابع} \equiv n^m$$

$$f: A \rightarrow B \text{ تعداد توابع غیر پویش} = n - \left( (n-1)^m - (n-2)^m + (n-3)^m - \dots \right)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ تعداد توابع پویش} = n^m - \left( (n-1)^m - (n-2)^m + (n-3)^m - \dots \right)$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: سه دهکده A و B و C قرار گرفته اند که توسط جاده ها به هم مرتبط شوند.  
به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟ در قرار، هر دهکده حداقل به  
یک دهکده وصل باشد.



$$S = \{ G : G \text{ یک گراف به صورت رئوس } \{A, B, C\} \text{ است} \}$$
$$|S| = 2^3 = 8$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$A_1 = \{G \in S, \text{ و } A \text{ راس } n \text{ تایی باشد}\}$$

$$A_2 = \{G \in S, \text{ و } B \text{ راس } n \text{ تایی باشد}\}$$

$$A_3 = \{G \in S, \text{ و } C \text{ راس } n \text{ تایی باشد}\}$$

⋮

مزبان حبیبی



تقریباً: به چند طریق می توان ۷ شانه کیک را به ۱۰ نفر اهدا کرد که هیچ کس بیش از یک شانه کیک نبرد؟

$$\frac{10}{1} \times \frac{9}{1} \times \frac{8}{1} \times \frac{7}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} = (10)_7$$
$$= P(10, 7) = \frac{10!}{3!} = \dots$$

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: ۳ خودکار را به چند طریق می توان به هفت نفر داد که هیچ کدام بیش از یک خودکار نبردند.

$$(۷)_۳ = \frac{۷}{۱} \times \frac{۶}{۱} \times \frac{۵}{۱} = ۲۱۰$$

مزبان حبیبی



تمرین: چند عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰۰ وجود دارد که:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}, \quad |S| = 1000$$

الف) مضرب ۳ یا مضرب ۵ باشد؟

$$A = \{x \in S : 3|x\}, \quad |A| = \left\lfloor \frac{1000}{3} \right\rfloor = 333$$

$$B = \{x \in S : 5|x\}, \quad |B| = \left\lfloor \frac{1000}{5} \right\rfloor = 200$$

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{1000}{3 \times 5} \right\rfloor = 66$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 333 + 200 - 66 = 467$$



ب) ضمیمه نه عضو ۳ هستند و نه عضو ۵؟

$$|(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = 1000 - 447 = 553$$

ج) ضمیمه ۳ عضو اما عضو ۵ نیستند؟

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 333 - 44 = 247$$

د) ضمیمه ۵ عضو اما عضو ۳ نیستند؟

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 200 - 44 = 156$$

و) ضمیمه ۳ یا عضو ۳ یا عضو ۵ (دقیقاً عضو یکی آنها)

$$|A - B| + |B - A| = 247 + 156 = 403$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرینات آخرفصل سوم کتاب گسسته از کیت تا هفت صورت

حاجه بنیامین

۰۰۰

مزبان حبیبی