

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی هفدهم اسفند نودونه

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **اصل شمول و عدم شمول - دوازدهم ریاضی دو دبیرستان بوعلی شیراز**

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

۱۰۰ صیغات گسسته دوازدهم ریاضی ۲

بهرت آن بوعلی رح از

کتابچه هفدهم الفبای نوروزی ۱۳۰۰

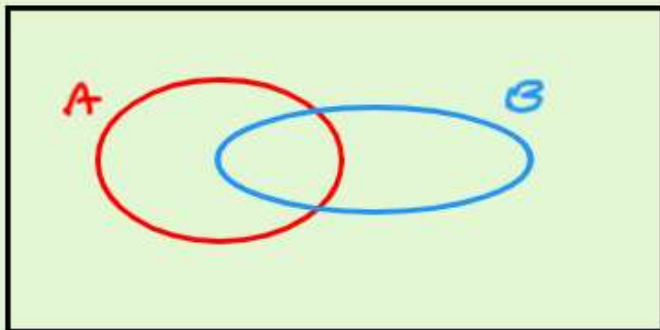
بوصف:
اصل شمول و عدم شمول

حبیبی
مزبان





مفروض کنید A و B دو زیر مجموعه از فضای نمونه ای متناهی S باشند. مقدار اعضای $A \cup B$ را با $|A \cup B|$ نشان می دهیم و



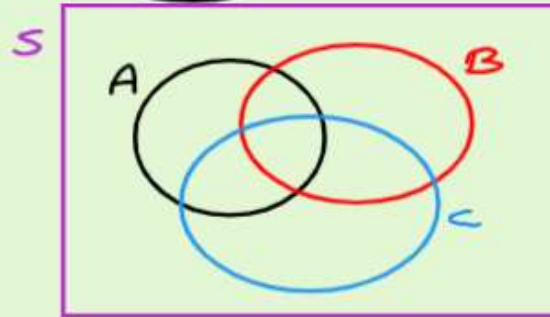
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$(n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

رابطه فوق را اصل شمول و عدم تداخل می گویند.



اگر A و B و C زیر مجموعه از فضای نمونه ای متناهی S باشند نگاه:



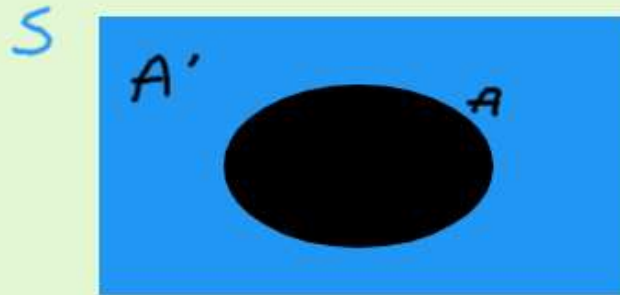
$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

مزبان حبیبی



مستقیم $A' \equiv A$

یادآوری:



$$A' = S - A \\ = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$$

$$x \in S. \quad \text{پس:}$$

$$x \in A \iff x \notin A'$$

$$x \notin A \iff x \in A'$$

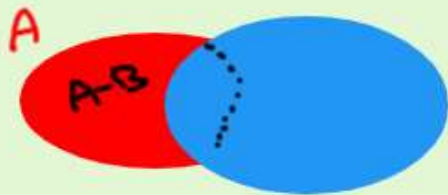
مزبان حبیبی



یادآوری:

$$\begin{aligned} |(A \cup B)'| &= |S| - |A \cup B| \\ &= |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) \end{aligned}$$

$$|(A \cup B)'| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$



$$A - B = A \cap B'$$

$$|A - B| = |A| - |A \cap B|$$

و یادآوری:

مزبان حبیبی

تمرین ۱: چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۵۰۰ وجود دارد که:

الف) مضرب ۲ یا مضرب ۳ باشند.

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 500\}, \quad |S| = 500$$

$$A = \{x \in S : 2|x\} \quad \text{و} \quad |A| = \left\lfloor \frac{500}{2} \right\rfloor = 250 \quad \text{مضرب ۲}$$

$$B = \{x \in S : 3|x\} \quad \text{و} \quad |B| = \left\lfloor \frac{500}{3} \right\rfloor = 166 \quad \text{مضرب ۳}$$

$$A \cap B = \{x \in S, 2|x, 3|x\}, \quad |A \cap B| = \left\lfloor \frac{500}{2 \times 3} \right\rfloor = 83$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 250 + 166 - 83 = 333$$

مزبان حبیبی

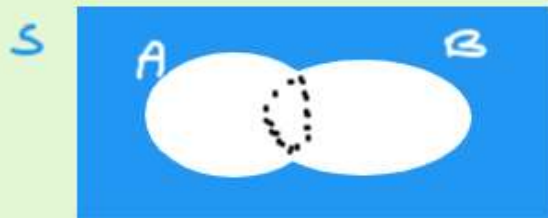


بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



ب) مزرع ۲۵۰، شهر ۸۳ مزرع ۳ بنا شد.

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 250 - 83 = 147$$



ج) نه مزرع ۲۳۳، شهر و نه مزرع ۳.

$$\begin{aligned} |(A \cap B)'| &= |S| - |A \cap B| \\ &= 500 - 233 = 147 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

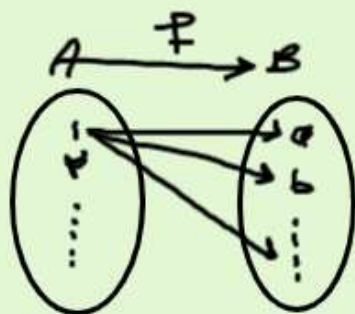


مکثرین: چند تابع پوئن از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$

وجود دارد؟

یا تابعی: تابع $f: A \rightarrow B$ را پوئن می گویند اگر $R_f = B$.

یا تابعی: اگر A و B دو مجموعه متناسب باشند.



$$|B| = |A| \quad \text{تعداد توابع از } A \text{ به } B$$

مزبان حبیبی

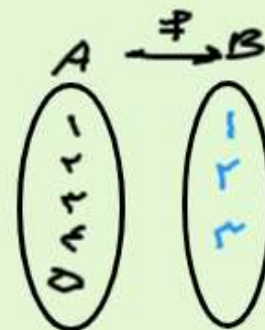


حزب پسرین: $S = \{f \mid f: A \xrightarrow{f} B\}$ ، $|S| = 2^5 = 32$

$A_1 = \{f \in S : 1 \notin R_f\}$ ، $|A_1| = 2^5 = 32$

$A_2 = \{f \in S : 2 \notin R_f\}$ ، $|A_2| = 2^5 = 32$

$A_3 = \{f \in S : 3 \notin R_f\}$ ، $|A_3| = 2^5 = 32$



$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 2^4 = 16$

$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2^3 = 8$

$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$
 $= 32 + 32 + 32 - 16 - 16 - 16 + 8 = 96 - 48 = 48$ *به اضافة عنصر 3*

مزبان حبیبی



$$\begin{aligned} \text{تعداد کل تباع} &= |S| = 2^3 \\ \text{تعداد تباع غیر پویش} &= |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 9 \\ \text{تعداد تباع پویش} &= |(A_1 \cup A_2 \cup A_3)^c| \\ &= |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 2^3 - 9 = 10 \end{aligned}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین : سه شهر A و B و C در مجاور هم قرار دارند. می خواهیم به وسیله جاده های
آنجا را به هم وصل کنیم به گونه ای که هر شهر حداقل یک راه دیگر متصل شود.
چند طریق می توان اینکار را انجام داد؟



$$S = \{G : V(G) = \{A, B, C\}\}$$

$$|S| = 2^2 = 4$$

مزبان حبیبی



$$A_1 = \{ G \in S : \text{راس } A \text{ تنها باشد} \}$$

$$A_2 = \{ G \in S : \text{راس } B \text{ تنها باشد} \}$$

$$A_3 = \{ G \in S : \text{راس } C \text{ تنها باشد} \}$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^1 = 2$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$



مزبان حبیبی



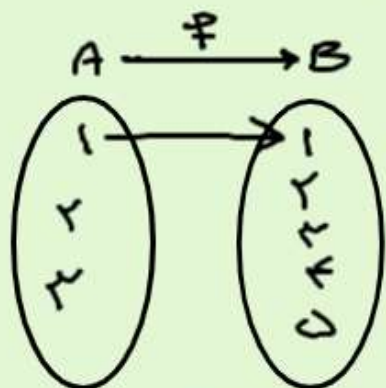
$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$|(A_1 \cup A_2 \cup A_3)'| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$
$$= \dots$$

مزبان حبیبی



تمرین: چند تابع یک به یک از مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



مصدر دارد؟
 $S = \{ f \mid f: A \rightarrow B \}$, $|S| = 5^3 = 125$

$M = \{ f \in S, f \text{ یک به یک} \}$

$|M| = 5 \times 4 \times 3 = 60 = P(5, 3)$

تعداد توابع یک به یک از $A = \{1, 2, 3\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$|M'| = |S| - |M| = 125 - 60 = 65$

مزبان حبیبی



کمترین : ۵ خودکار را به چند طریق می توان بین ۹ نفر تقسیم کرد به گونه ای
که هیچ کس بیش از یک خودکار را به نفع خود نگذرد.

$$P(9, 5) = (9)_5 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین: دو تیم کلاس ۳۱ نفری، ۱۲ نفر برابر فوتبال و ۲۱ نفر برای بسکتبال در ۵ نفر برای هر دو رشته - نسبت نام آورده اند.

A = فوتبال

$|A| = 12$

B = بسکتبال

اندازه (تیم) غیر صاف برابر است - نسبت نام آورده اند.

$$|A| = 12, |B| = 21, |A \cap B| = 5$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 12 + 21 - 5 = 28$$

یعنی ضد نفر فقط برابر فوتبال است - نسبت نام آورده اند.

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 12 - 5 = 7$$

مزبان حبیبی



ج) ضد تفاضل برابر کتبال نسبت نام کرده اند؟

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 21 - 5 = 16$$

د) ضد تفاضل برابر جمع و دز نسبت نام نکرده اند؟

$$|(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = 31 - 28 = 3$$

ه) ضد تفاضل دقیقاً برابر جمع و نسبت نام کرده اند؟

$$|A - B| + |B - A| = 7 + 14 = 21$$

$$(|A \cup B| - |A \cap B| = 28 - 5 = 23)$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



موضوعات کتاب ریاضیات گسسته - ۵۳ از دیدگاه هفت

حجت بنیادگیر

۵۵

مزبان حبیبی