

جزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی هفدهم اسفندماه نودون

مدرس: **مزبان حبیبی**

موضوع: **حل تمرین مثلثات- یازدهم ریاضی دبیرستان خورشیدیان- شیراز**

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

حسابان یک ، یازدهم ریاضی

دبیرستان حوزرستان

یکشنبه هفدهم آذرماه ۱۳۹۰

موضوع:

حل تمرین در رفع اشکال

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی





تمرین: اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ و α در ربع دوم باشد، مقدار $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$ را بیابید.

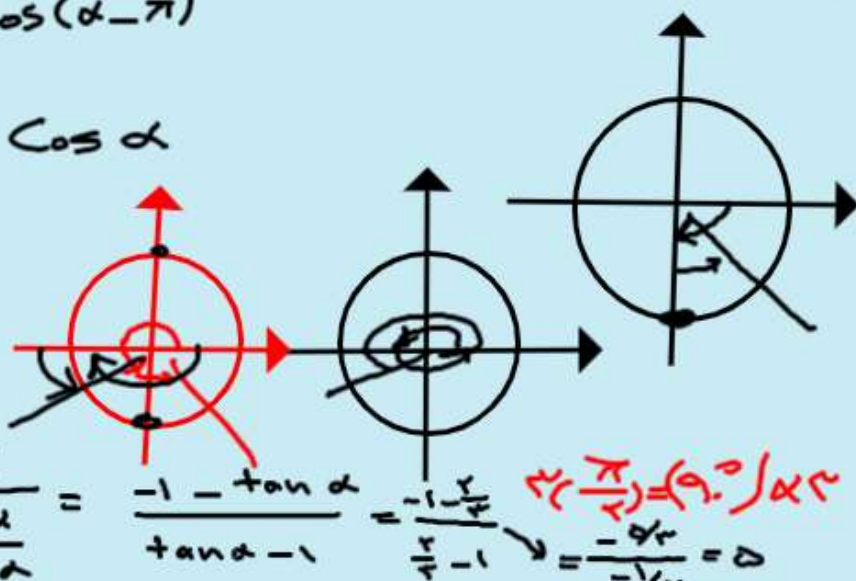
$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{4} + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(3\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha) = +\sin \alpha$$

$$\cos(\alpha - \pi) = \cos(-\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\therefore \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{-\cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{-1 - \tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = \frac{-1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{1}{3}} = 5$$



مزبان حبیبی



تمرین: اگر $\sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} = a$ و $\tan \frac{\pi}{\sqrt{2}} = b$ ، $\frac{\sin \frac{22\pi}{\sqrt{2}} + 2 \cos \frac{14\pi}{\sqrt{2}}}{2 \sin \frac{9\pi}{\sqrt{2}} + \cos \frac{22\pi}{\sqrt{2}}}$ را ساده کنید.

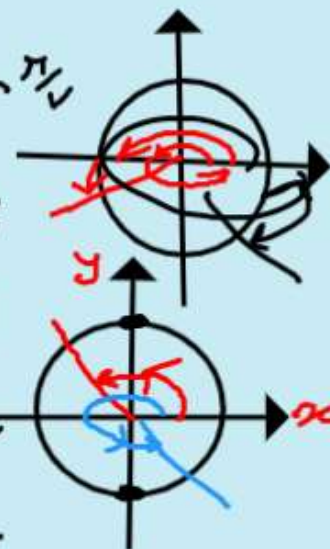
$$\sin \frac{22\pi}{\sqrt{2}} = \sin \left(\frac{21\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) = \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) = -\sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \frac{14\pi}{\sqrt{2}} = \cos \left(\frac{14\pi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) = +\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{9\pi}{\sqrt{2}} = \sin \left(\frac{1\pi}{\sqrt{2}} + \frac{8\pi}{\sqrt{2}} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} + \pi \right) = +\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \left(\frac{22\pi}{\sqrt{2}} \right) = \cos \left(\frac{21\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) = \cos \left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right) = +\sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-\sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} + 2 \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{2 \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{-\sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}} + \frac{2 \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}}}{\frac{2 \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}} + \frac{\sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}}{\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}}} = \frac{-\tan \frac{\pi}{\sqrt{2}} + 2}{2 + \tan \frac{\pi}{\sqrt{2}}} = \frac{-a + 2}{2 + a} = \frac{2 - a}{2 + a}$$



مزبان حبیبی



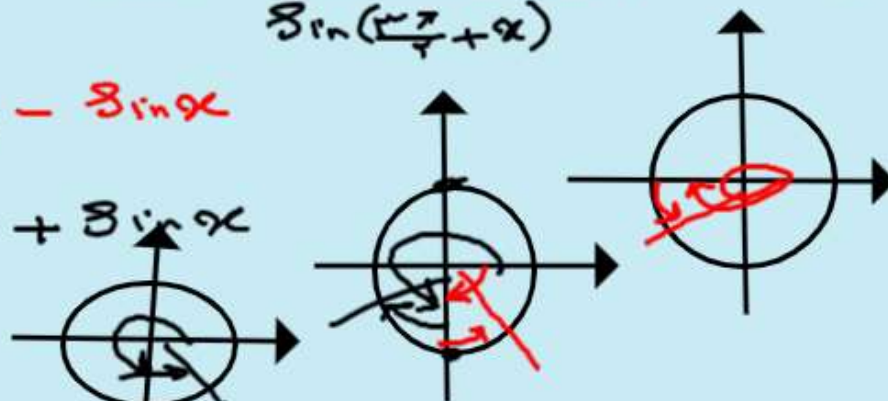
مگر اگر $\frac{2 \sin(x - \frac{3\pi}{4}) + \cos(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(\frac{3\pi}{4} + x)} = 2$ باشد، مقدار $\tan x$ را بیابید.

$$\sin(x - \frac{3\pi}{4}) = \sin(-\frac{3\pi}{4} + x) = -\sin x$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = \cos(-\frac{\pi}{4} + x) = +\sin x$$

$$\sin(\frac{3\pi}{4} + x) = -\cos x$$

$$\frac{-2 \sin x + \sin x}{-\cos x} = 2 \implies \frac{-\sin x}{-\cos x} = 2 \implies \tan x = 2$$



مزبان حبیبی



کمترین مقدار: $\tan 135^\circ + \cos 12^\circ$ را حساب کنید.

$$\tan 135^\circ = \tan(90^\circ + 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$$

$$\cos 12^\circ = \cos(90^\circ - 78^\circ) = \sin 78^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 135^\circ + \cos 12^\circ = (-1) + \left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

مزبان حبیبی



تمرین: حاصل عبارت

بکنند $\tan(44^\circ) \cdot \sin(41^\circ) + \tan(34^\circ) \cdot \cos(1^\circ)$

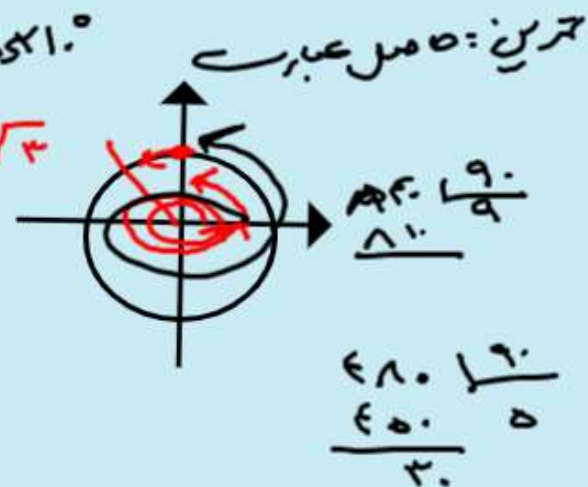
$$\tan 44^\circ = \tan\left(9\left(\frac{\pi}{4}\right) + 4^\circ\right) = -\cot 4^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\sin 41^\circ = \sin\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right) + 4^\circ\right) = +\cos 4^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 34^\circ = \tan(34^\circ - 4^\circ) = -\tan 4^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos 1^\circ = \cos(11^\circ + 4^\circ) = -\cos 4^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

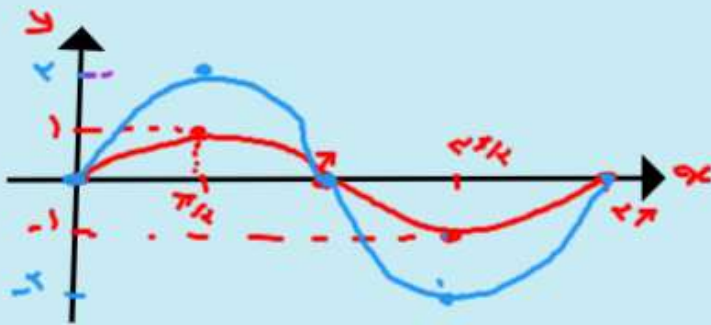
$$\text{جواب} = (-\sqrt{3}) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-\sqrt{3}) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 0$$



مزبان حبیبی

تمرین: محور تابع $y = 2\sin x + 1$ را رسم کنید.

$y = \sin x \rightarrow y = 2\sin x$

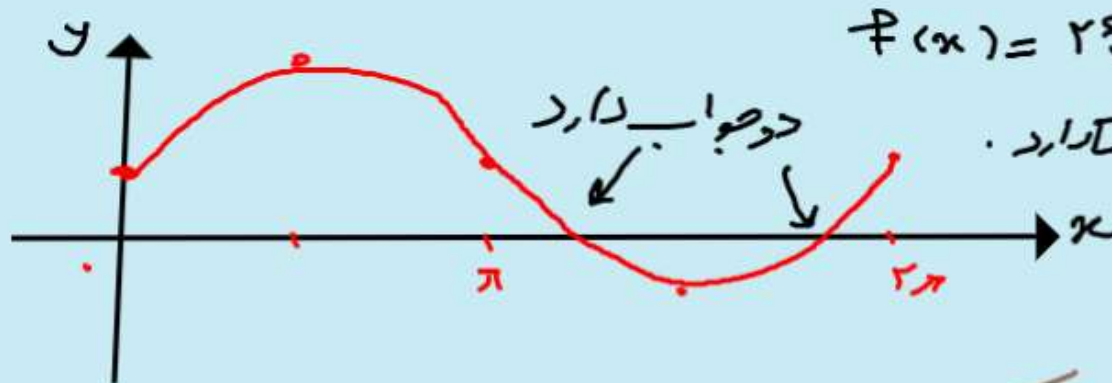


$y = 2\sin x + 1$





تمرین: معادله $28\sin x + 1 = 0$ را بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟



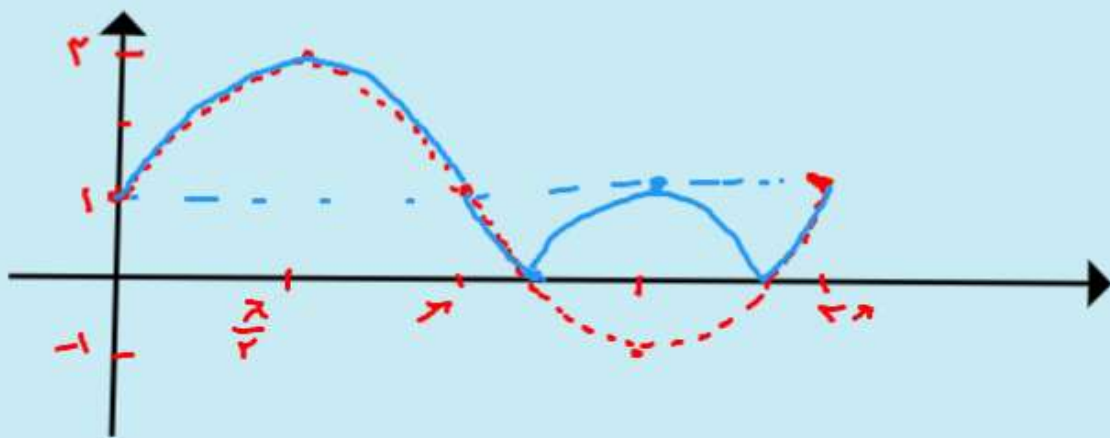
$$f(x) = 28\sin x + 1$$

دو جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارد.

نکته: طولی‌ها زنگا ط سترک همزادارت هج P با جو رها ها، جواب ها معادله $f(x) = 0$ هستند.

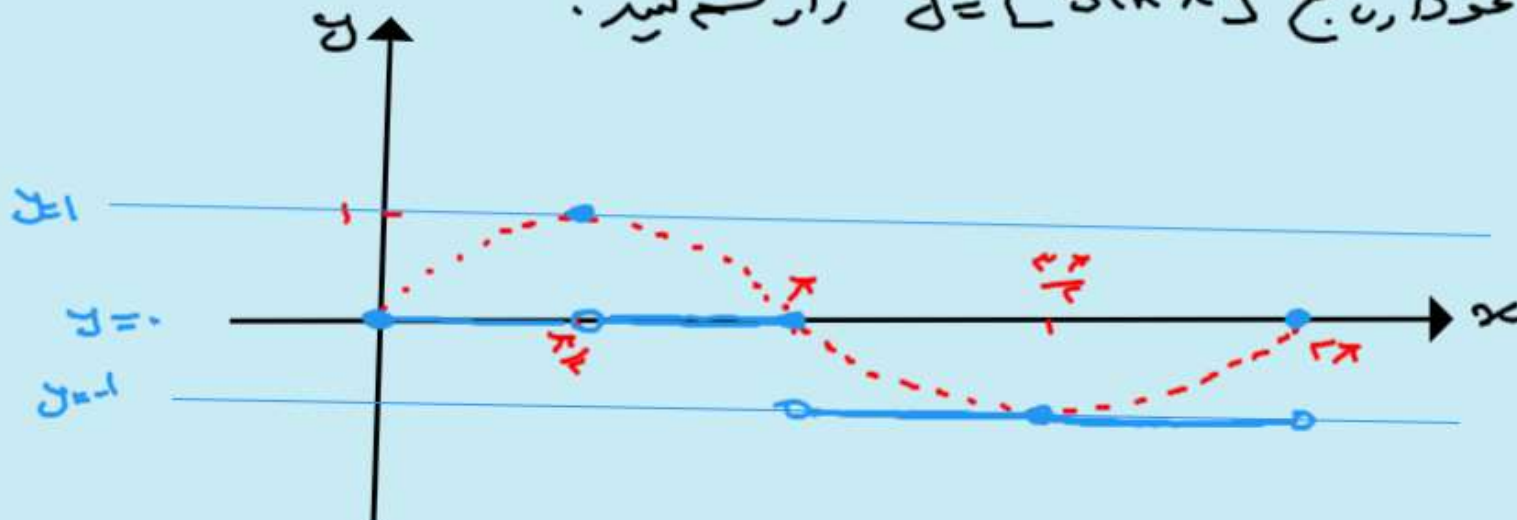
بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

کمترین: نمودار تابع $f(x) = |2\sin x + 1|$ را رسم کنید.



بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

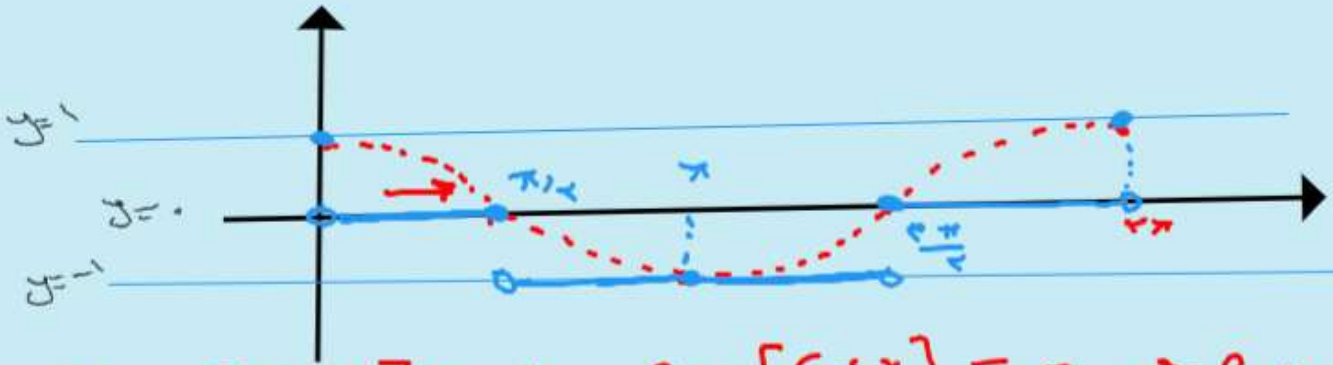
تمرین: نمودار تابع $y = [\sin x]$ را رسم کنید.





$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [\cos x]$$

تمرین: با رسم نمودار، حد زیر را بیابید.



$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} [\cos x] = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} [\cos x] = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [\cos x] = \text{وجود ندارد}$$

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسب بناگرم
پیل

مزبان حبیبی



بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

ریاضی در یازدهم تجربی؟

دبیرستان خوارساز

کتاب ، هفدهم العقد نودون علی ۸:۰۰

بوصفح : رفع اشکال

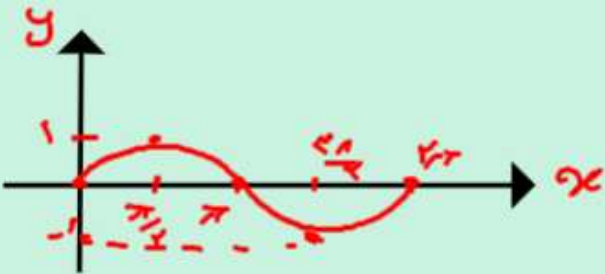
حبیبی
مزبان



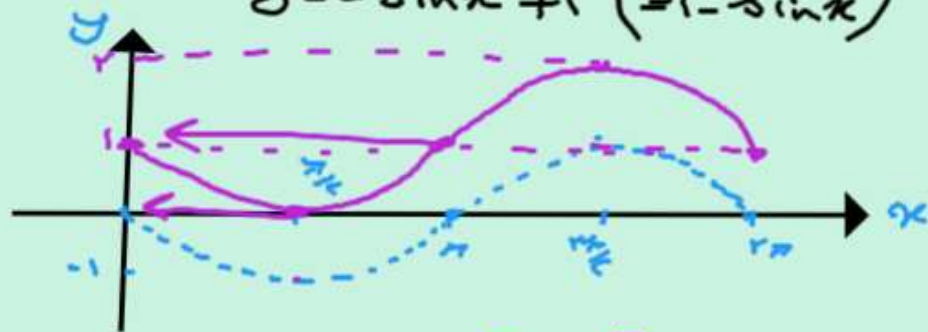


تمرین ۱: نمودار تابع $F(x) = 1 - \sin x$ را رسم کنید.

$$y = \sin x$$



$$y = -\sin x + 1 \quad (= 1 - \sin x)$$



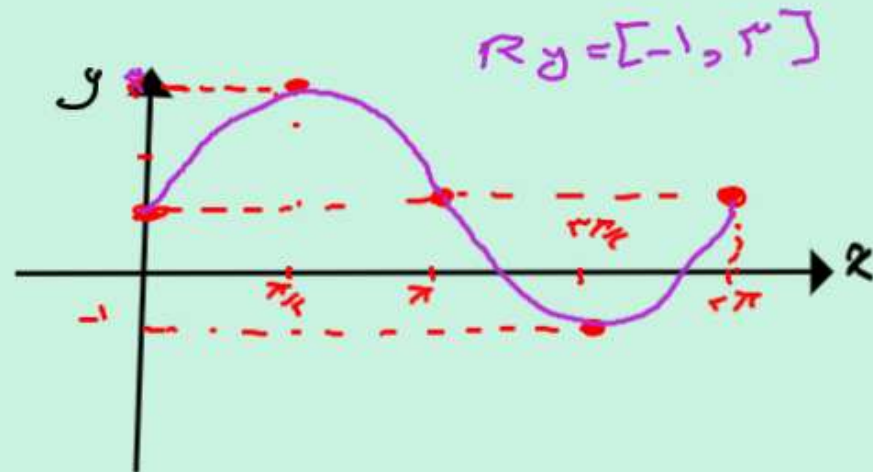
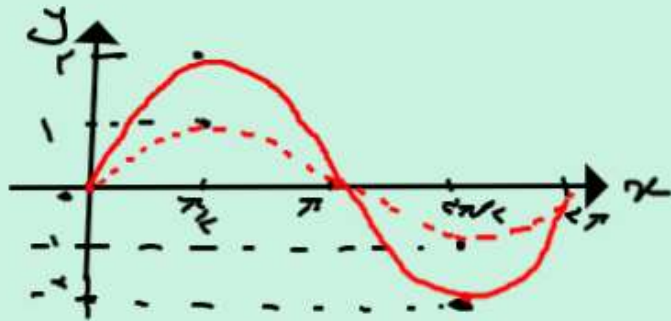
$$R_y = [0, 2]$$

مزبان حبیبی



تمرین ۲: محور تناوب $y = 2\sin x + 1$ را رسم کنید.

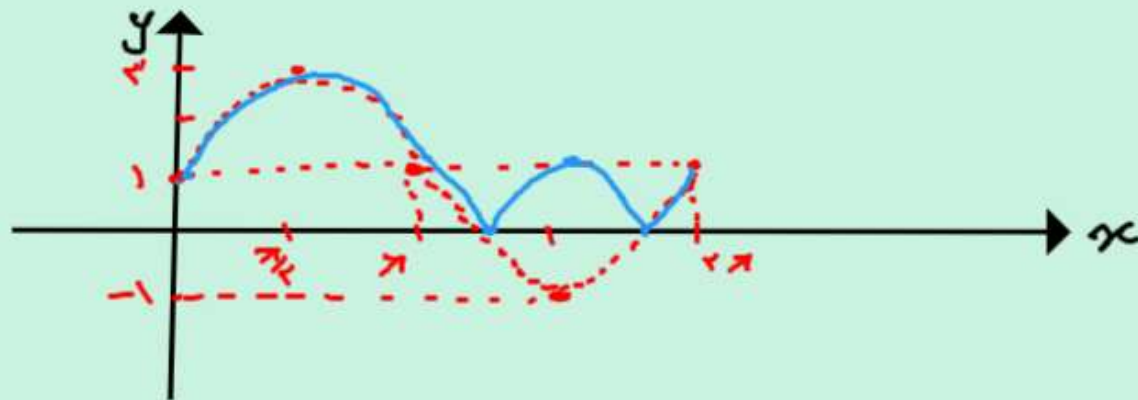
$$y = \sin x \rightarrow y = 2\sin x \rightarrow y = 2\sin x + 1$$



مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرین ۳: نمودار تابع $y = |2.8 \sin x|$ را رسم کنید.

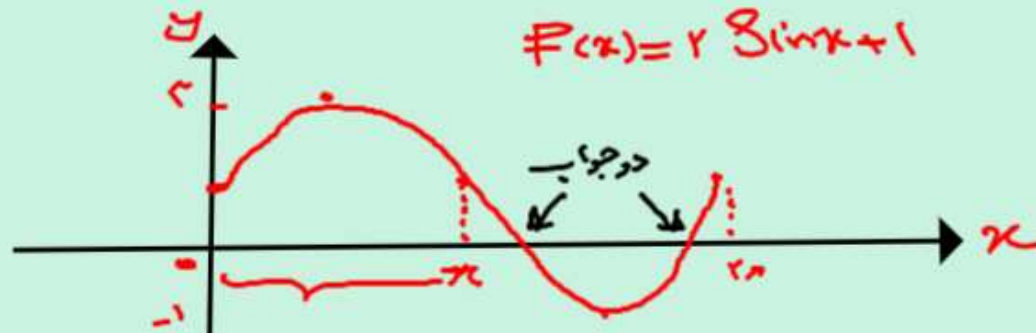


مزبان حبیبی





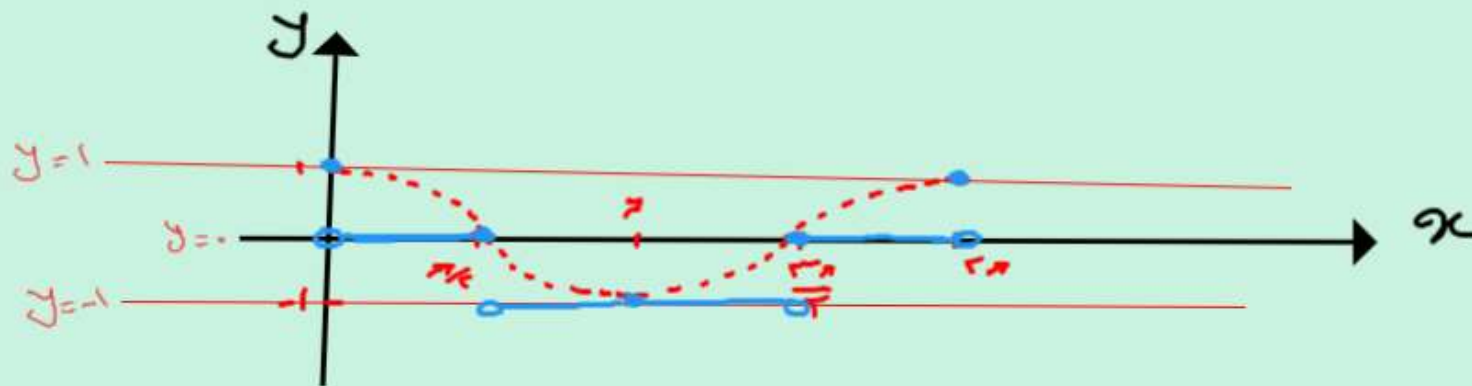
تمرین ۴: معادله $2 \sin x + 1 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟



تذکر: طول نقطه‌ها را برحسورد نمودار تابع f ، ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ هستند.



تمرین ۵: نمودار تابع $f(x) = [\cos x]$ را رسم کنید. ($x \in [0, \pi]$)

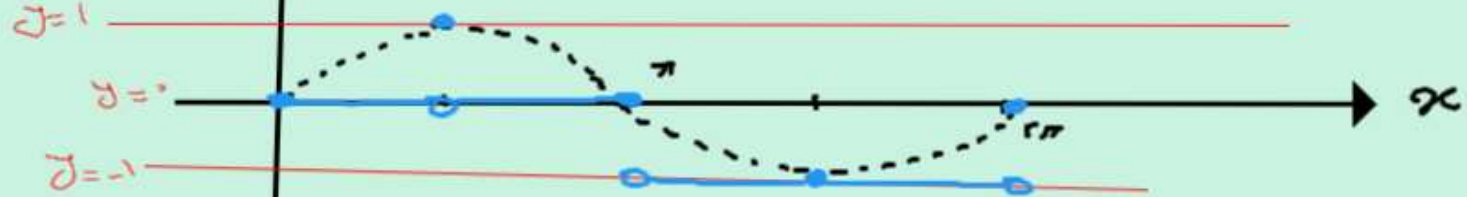


مزبان حبیبی



تمرین: بارسم نمودار، رفتار حد را تعیین کنید.

$$f(x) = [\sin x]$$



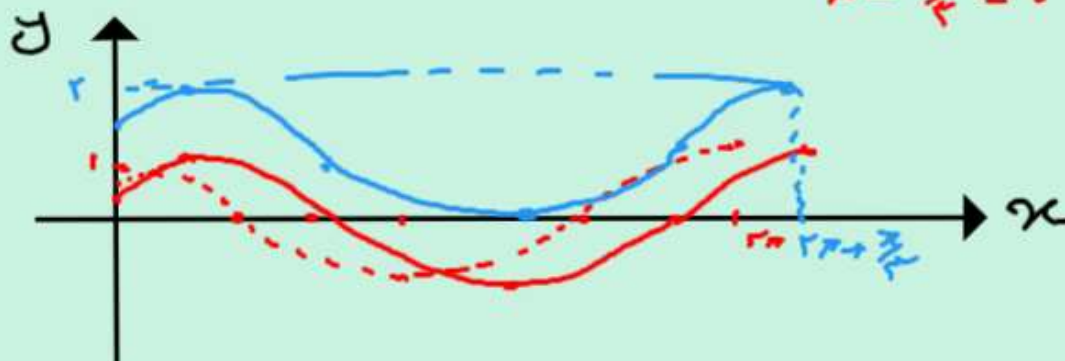
$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\sin x] = -1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} [\sin x] = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x \rightarrow \pi} [\sin x] = \text{وجود ندارد}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

تمرین: ^v مقدار تابع $f(x) = \cos(x - \frac{3\pi}{4}) + 1$ را رسم کنید.

$$x - \frac{3\pi}{4} = 0 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}$$



مزبان حبیبی





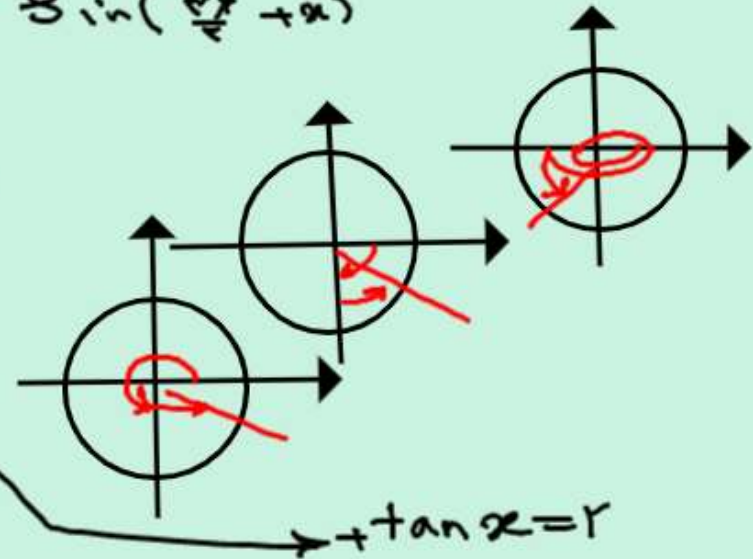
تمرین ۸: آر = ۲، $\frac{2 \sin(\pi - \frac{3\pi}{4}) + \cos(\pi - \frac{\pi}{4})}{\sin(\frac{5\pi}{4} + \alpha)}$ ؛ نام مقدار، ρ $\tan \alpha$

$$\sin(\pi - \frac{3\pi}{4}) = \sin(-\frac{3\pi}{4} + \pi) = -\sin \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos(\pi - \frac{\pi}{4}) = \cos(-\frac{\pi}{4} + \pi) = +\sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin(\frac{5\pi}{4} + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{-2 \sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}}{-\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{-\sin \frac{3\pi}{4}}{-\cos \alpha} = 2$$



مزبان حبیبی

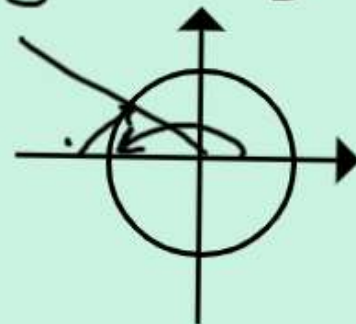


تمرین ۹: حاصل $\tan 135^\circ + \cos 120^\circ$ را حساب کنید.

$$\tan 135^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 135^\circ + \cos 120^\circ = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$



مزبان حبیبی



تثبت نفعد ۹۹ تجرہ - ت ۱۴۰

مکثرین: حاصل عبارت زیر را بیابید .

$$\tan(21^\circ) \cdot \cos 21^\circ + \tan(4^\circ) \sin(14^\circ) = ?$$

$$\tan 21^\circ = \tan(36^\circ - 15^\circ) = -\tan 15^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos 21^\circ = \cos(18^\circ + 3^\circ) = -\cos 3^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 4^\circ = \tan(36^\circ + 12^\circ) = \tan 48^\circ = \tan(18^\circ - 6^\circ) = -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\sin 14^\circ = \sin(2(36^\circ) + 12^\circ) = \sin 84^\circ = \sin(18^\circ - 6^\circ) = +\sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = (-\sqrt{3}) \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-\sqrt{3}) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، سلمان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تمرین « : آر » $\sin x \cdot \cos x < 0$. اگر که از این صیغه اس .

$$\sin x \cdot \cos x < 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0, \cos x < 0 \Rightarrow \text{نیمه دوم} \\ \sin x < 0, \cos x > 0 \Rightarrow \text{نیمه چهارم} \end{cases}$$

∴ $\sin x \cdot \cos x < 0 \Rightarrow$ ^{الفلا} \sin و ^{العلا} \cos مختلف \Rightarrow x در ^{الفلا} ربع اول و ^{العلا} ربع دوم و ^{الفلا} ربع سوم و ^{العلا} ربع چهارم

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



حسب نیاز
یک

مزبان حبیبی

بزوه های آموزشی، حسابان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سدام، وقت بخیر

حسابان یک - یازدهم ریاضی

دبیرتہ ن خود سدا ن لکیم از

آینے سوم الفظہ فو لونه - سے ۹:۴۵

موضوع :
حل تمرین شدت

حبیبی
مزبان

مزبان حبیبی





یادآوری:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \quad \text{و} \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

مزبان حبیبی



نسبت سینوس زاویه 2α :

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

تمرین: ثابت کنید :

$$\text{تایید: } \cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

مزبان حبیبی



$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha\end{aligned}$$

نتیجه:

مزبان حبیبی



مثال: مقدار $\sin 22,5^\circ$ را حساب کنید.

$$\alpha = 22,5 \Rightarrow 2\alpha = \underline{\underline{45^\circ}}$$

$$\sin 45^\circ = 2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ \quad (1)$$

$$\cos 45^\circ = 2 \cos^2 22,5^\circ - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cos^2 22,5^\circ - 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \Rightarrow \cos^2 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 22,5^\circ = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}}$$

$$(1) \Rightarrow \sin 22,5^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{2 \cos 22,5^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}}}$$

مزبان حبیبی



کمترین: مقدار $\tan 22,5^\circ$ را حساب کنید.

$$\alpha = 22,5 \rightarrow 2\alpha = 45^\circ$$

$$\tan 2\alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\left(\tan 2\alpha = \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \right)$$

$$\tan 45^\circ = m$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\tan 45^\circ = \frac{r \tan 22,5}{1 - \tan^2 22,5} \rightarrow 1 = \frac{r m}{1 - m^2}$$

$$1 = \frac{r m}{1 - m^2} \Rightarrow r m = 1 - m^2$$

$$\Rightarrow m^2 + r m - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \tan 22,5 = -1 + \sqrt{2} \\ \tan 22,5 = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 4}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

مزبان حبیبی

بزوه هی آموزشی، حبلان یک یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



کتابیں: حصار
tan ۴۰°، ابہ لگ tan ۶۰°، بیابید (tan ۶۰° = √۳)

تکلیف

مزبان حبیبی



مگرین: اگر $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ ، $\cos \beta = -\frac{2}{5}$ دانسته که α در ربع اول و انتهای
کمان β در ربع دوم است. مقادیر زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25} \xrightarrow{\text{نیگار } \alpha} \sin \alpha = +\sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \xrightarrow{\text{نیمه } \beta} \sin \beta = +\sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{5} \times \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{2\sqrt{6}}{5} \times \frac{\sqrt{21}}{5} = -\frac{2}{25} - \frac{2\sqrt{126}}{25}$$

مزبان حبیبی



$$\begin{aligned} \rightarrow) \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{5} \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right) = \frac{-4\sqrt{2}}{15} + \frac{\sqrt{21}}{15} \end{aligned}$$

چون آنکه زاویه $\alpha + \beta$ در کمانه اول است؟

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{15} < 0 \Rightarrow \alpha + \beta \text{ در ربع دوم است}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{-4\sqrt{2} + \sqrt{21}}{15} < 0 \Rightarrow \alpha + \beta \text{ در ربع سوم است}$$

زاویه سوم \Rightarrow

مزبان حبیبی



تمرین : معادله $\sin 12^\circ$ را به چهار روش مختلف حل کنید.

$$\sin 12^\circ = \sin(180^\circ - 168^\circ) = + \sin 168^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin 12^\circ &= \sin(6^\circ + 6^\circ) = \sin 6^\circ \times \cos 6^\circ + \cos 6^\circ \times \sin 6^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{2\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\sin 12^\circ = \sin 2(6^\circ) = 2 \sin 6^\circ \times \cos 6^\circ = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 12^\circ = \sin(9^\circ + 3^\circ) = + \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مزبان



$$\begin{aligned}\sin 14^\circ &= \sin(2^\circ + 9^\circ) = \sin 2^\circ \times \cos 9^\circ + \cos 2^\circ \times \sin 9^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\sin 12^\circ = \dots$$

مزبان حبیبی



تمرین: اگر $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ و α در ربع دوم باشد و $\cos \beta = \frac{1}{4}$ و β در ربع اول باشد،

الف) $\cos \alpha$ ، $\sin \beta$

ب) $\cos(\alpha + \beta)$ ، $\sin(\alpha - \beta)$

ج) $\sin^2 \alpha$ ، $\cos^2 \alpha$

د) $\tan(\alpha + \beta)$

تعلیمی

مزبان حبیبی