

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی چهاردهم بهمن نودونه

مدرس: **مزبان حمیبی**

موضوع: **رده های کراف ساده- دوازدهم ریاضی 1 دبیرستان خورشیدیان شیراز**

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی، دکترزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی

بهیرستان حوزه سندیان

به کتب هفتم بجهن نود و نه ساعت ... ۱۴

مدرسین
مدرسین

مرکز حسابی

دکترزبان



سؤال: مجموعه $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند زیر مجموعه (و کهنوی دارد)؟

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \checkmark$$

$$\{a, b\} = \{b, a\}$$

$$\{b, b\} = \{b\}$$

تمام زیر مجموعه چهار د و کهنوی V را بنویسید.

$$M = \{ \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\} \}$$

مجموعه



توجه: اگر $\sqrt{2}$ بیخ گسسته باشد آنگاه 10 زیر مجموع دو گسسته دارد.

سوال: $\sqrt{2}$ ر قبیل M چند زیر مجموع دارد؟

$$2^{10} = 1024$$

زبان حبیبی



$$V = \{a, b, c, d, e\}$$

شکل:

$$M = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}$$

$$\{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}\}$$

$$|M| = 10 \quad \text{و} \quad \text{تعداد زیر مجموعه ها} = 2^{|M|} = 1024$$

این زیر مجموعه ها از M تشکیل شده است.

$$E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{c, b\}, \{b, d\}\}$$

مزبان حبیبی



تذکره:

$$V = \{a, b, c, d, e\}$$
$$E = \{ \underbrace{\{a, b\}}, \underbrace{\{a, c\}} \}$$

$x \in E \Rightarrow x \subseteq V$ و $|x| = 2$

پس: هر عضو E یک زیر مجموعه دو عضوی V است.

در مورد زوج مرتب (V, E) چه می توان گفت؟

$V \subseteq E$ X
 $E \subseteq V$ X
 $E \subset V$ X
 $V \in E$ X
 $\{a, b\} \in V$ X
 $\{a, b\} \subseteq V$ ✓



$$\binom{4}{2} = 6$$

$$V = \{a, b, c, d\}$$

نتیجه:

$$M = \{ \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\} \}$$

$$M = \{ ab, ac, ad, bc, bd, cd \}$$

$$ab = \{a, b\}$$

$$E \subseteq M, E = \{ab, ac, cd, bc\}$$

$$ab = ba$$

هر عضو E یک زیر مجموعه (و عضوی) V است.

رتبه مرتب

$$P = 4$$

$$q = 4$$



تعریف: فرض کنید Γ مجموعه ای دلتا (غیر تهی) باشد، زوج مرتب

$$G = (\Gamma, E) \text{ را یک گراف ساده گویند، اگر:}$$

هر دو رأس α و β از Γ به یک

مربوطند



سؤال: با مجموعه $S = \{a, b, c, d, e\}$ چند حرف S می توان

نوشت؟

دو تایی
تعداد زیرمجموعه S $= \binom{5}{2} = 10$

جواب:

تعداد آن ها $= 2^5 = 1024$

مبانی

مسئله: گراف $G = (V, E)$ بصورت زیر معرفی شده است.

$$V = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E = \{ab, ac, ad, bd\}$$

.

مزبان حبیبی





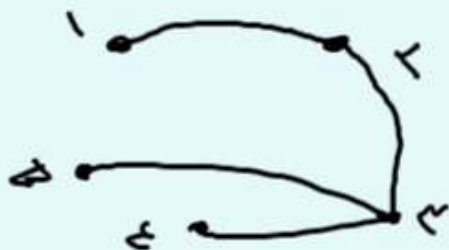
مثال:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{12, 23, 34, 45\}$$

$$G = (V, E)$$

$$p = 5$$
$$q = 4$$



مزبان حبیبی



قرارداد: فرض کنید (\mathbb{Z}_n) یک گراف ساده است.

(۱) عضوهای \mathbb{Z}_7 را a می گوئیم و تعداد رایج ها را سرتبه گراف می نهمیم. (۲)

(۲) عضوهای \mathbb{Z}_5 را a می گوئیم و تعداد رایج ها را اندازه گراف می نهمیم. (۳)

مزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر زبان حبیبی



تمرین: گزاف G با مجموعه رئوس $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ و مجموعه یالهای

$E = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5\}$ معروض است.

الف: نمودار گراف را رسم کنید.

ب: مرتبه و اندازه گراف را بنویسید.

$$d = 4 \text{ و } p = 5$$



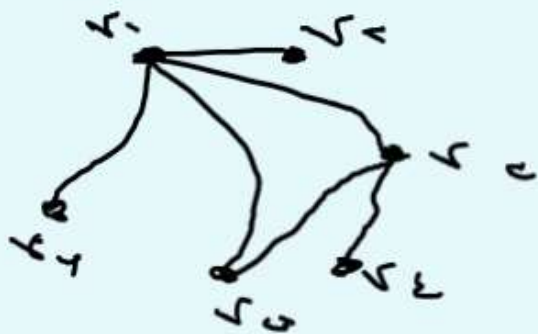
زبان حبیبی



تمرین: بخودار ذات (E, \sim) به صورت زیر است .

الف) مجموعه اژانس در مجموعه E را بنویسید .

ب) 4 و 6 را بنویسید .



تکلیف

مزبان حبیبی

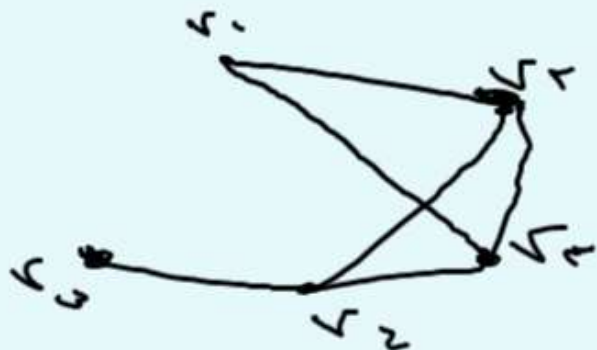
جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تعریف درجه راس:

مجموعه (a, b) = یک حرف a و b ، تعداد راس متصل به
راس a را درجه a نسبت به b و بالعکس می گویند.

مزبان حبیبی



مثال: $\text{degree} = \text{deg}$

$$\text{deg}(v_1) = 4$$

$$\text{deg}(v_2) = 4$$

$$\text{deg}(v_3) = 4$$

$$\text{deg}(v_4) = 4$$

$$\text{deg}(v_5) = 2$$

$$V: v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$$

$$p = 6$$

$$q = 10$$

$$\sum \text{deg} = 20$$

حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسین حبیبی

۱۳۹۰

مزبان حبیبی



جزوه های آموزشی، ریاضیات کسسته، دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ریاضیات کسسته دوازدهم ریاضی ۲

دبیرستان خورشید زان ریاض

شنبه ۱۶ شهریور ماه ۱۳۹۸

موضوع:

رده حسابی از گویاها

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و ازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



تعریف:

دوراس مجاور:

به دوراس گفته می شود که دو سبک یا ل باشند.

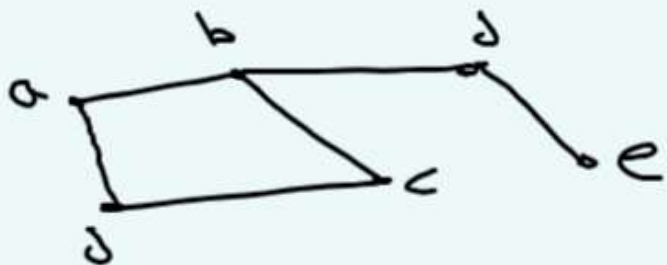
دو یال مجاور:

به دو یالی گفته می شود که به یک راس متصل باشند.

جدیدی



مثال:



دوراس a, b, c, d چهارگانه:

دوراس a, d, e مجاور نیستند.

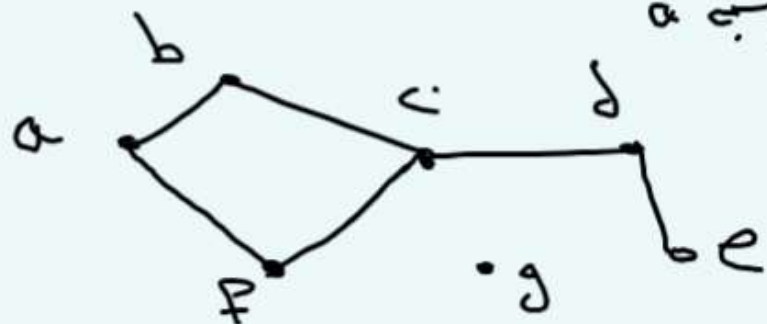
مثال: دور اول a, b, c, d مجاورند

دور اول a, b, c, d, e مجاور نیستند.

حبیبی



تعریف: فرض کنید یک راس از گراف G باشد.
 ۱) مجموعه راسها مجاور a را همسایگی باز a می گویند و با $N_G(a)$ نشان می دهیم.
 ۲) $N_G[a] = N_G(a) \cup \{a\}$ همسایگی بسته a است.



$$N_G(c) = \{b, d, f\}$$

$$N_G[c] = \{c, b, d, f\}$$

$$N_G(a) = \{b, f\}$$

$$N_G[a] = \{a, b, f\}$$

$$N_G(g) = \{\}$$

$$N_G[g] = \{g\}$$

مزبان حبیبی



تذکره:

۱- اگر همایی باز یک راس، محض باشد آنگاه درجه آن راس صفر است.

۲- اگر همایی بسته یک راس، یک عضو باشد آنگاه درجه آن راس صفر است.

$$(۳) : \deg(a) = 0 \iff N_G(a) = \{a\} \iff N_G[a] = \{a\}$$

(۴) تعداد عضوهای همایی باز راس a برابر درجه راس a است.

(۵) همایی بسته یک راس، هرگز تهی نیست.

مبانی



بیشترین و کمترین درجه راس:

معرضه کنید $G = (V, E)$ که n راس دارد.

$$\Delta(G) \equiv \Delta \quad \text{بیشترین درجه در بین رئوس}$$

$$\delta(G) \equiv \delta \quad \text{کمترین درجه در بین رئوس}$$

$$0 \leq \delta \leq \deg(v_i) \leq \Delta \leq n-1$$

میزبانی



گنجه: هر $5 = 5$ آنگاه درجه هر رئوس با هم برابر است.

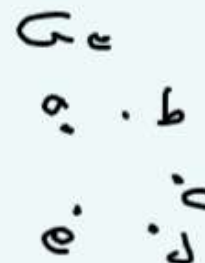
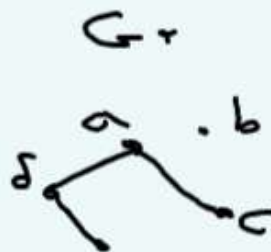
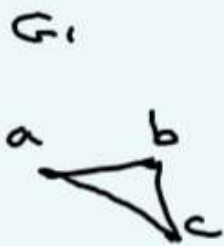
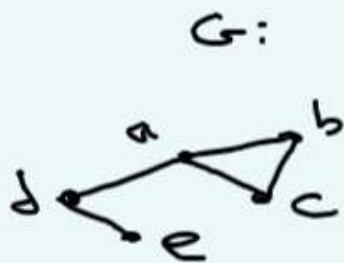
مثال: اگر $5 = 5 = 5$ یعنی درجه هر رأس پنج است.

مزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر زبان حبیبی



زیرگراف: اگر $(V, E) = G$ یک گراف باشد آنگاه به حذف یا اضافه کردن
 گراف های G_1 و G_2 به G می گویند که G_1 و G_2 از زیرگراف های G هستند.
 مثال: اگر G را حذف کنیم باید یا G_1 یا G_2 را جمع حذف کرد.
 مثال: G_1 و G_2 و G_3 از زیرگراف های G هستند.

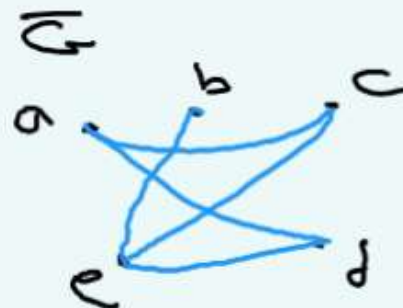
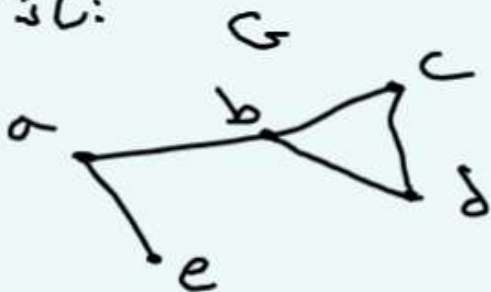


مکتب



گراف مکمل: فرض کنید $G = (V, E)$ یک گراف ساده به صورت (V, E') باشد
را میهن می توانیم به شرط آنکه: اگر دو رأس در G مجاور باشند آن دو
در G' مجاور نباشند و برعکس.

مثال:



مکمل



تذکره:
اگر $d_G(a)$ و $d_H(a)$ به ترتیب درجه رأس a در گراف G و H
باشد آنگاه
تیمه از تعداد اشیاء کمتر
$$d_G(a) + d_H(a) = p - 1 =$$

مکتب

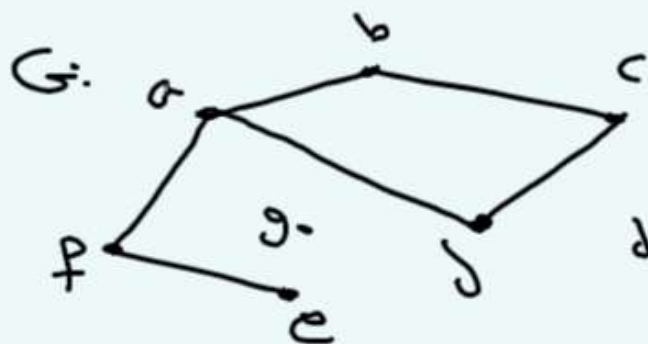


سؤال: تعداد پیکربندی‌های P راسی، حداکثر چند می‌تواند باشد؟

$$q_{\max} = \binom{P}{2} = \frac{P(P-1)}{2}$$

حداکثر q ، زمانی اتفاق می‌افتد که همه راسها مجاور باشند.

مزبان حبیبی



سؤال :
 $p = 7$
 $q = 4$ ← $\sum \deg(v_i) = 12$

$$\deg(a) = 4, \deg(b) = 2, \deg(c) = 2$$

$$\deg(e) = 1, \deg(d) = 2, \deg(f) = 2$$

$$\deg(g) = 0$$

$$\Delta(G) = 4, \delta(G) = 0$$

$$N_G(a) = \{b, d, f\}$$

$$N_G(a) = \{b, d, f\}$$

مزبان حبیبی



حقیقه: در گراف $G = (V, E)$ از مرتبه P و اندازه ۲۹ داریم:

$$\sum \deg(v_i) = ۲۹$$

اثبات: می دانیم هر یال دقیقاً به دو رأس متصل است پس برای هر یال e مجموع
درج رأس‌های را دو بار شمرده ایم و لذا $\sum \deg(v_i) = ۲۹$.

مبانی



$$\left. \begin{array}{l} p = \text{تعداد راسها} \\ q = \text{تعداد یالها} \\ 2q = \text{مجموع درجات} \end{array} \right\}$$

$$\frac{2q}{p} = \text{میانگین درجه ها}$$

$$\Delta = \text{بیشترین درجه}$$

$$\delta = \text{کمترین درجه}$$

نتیجه:

$$\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$$

مزبان حبیبی



بمکثرین: اگر یک حرف P به با ۱۹ یال، حداقل درجه هر رأس ≥ 3 می باشد.

این گراف حداکثر چند رأس دارد؟

$$P = ?$$

$$g = 19$$

$$\delta = 3$$

$$\delta \leq \frac{2g}{P} \leq \Delta \Rightarrow 3 \leq \frac{38}{P} \leq \Delta$$

$$\Rightarrow 3P \leq 38 \Rightarrow * P \leq \frac{38}{3}$$

$$\Rightarrow P \leq 12.6 \Rightarrow P_{\max} = 12$$

مزبان حبیبی



تمرین: در کتب گراف با ۳۱ یال، درجه هر رأس حداکثر ۵ می باشد.
این گراف حداکثر چند رأس دارد؟

گزینه

$$\text{توجه: } 5 \leq \frac{29}{p} \leq 8$$

مزبان حبیبی

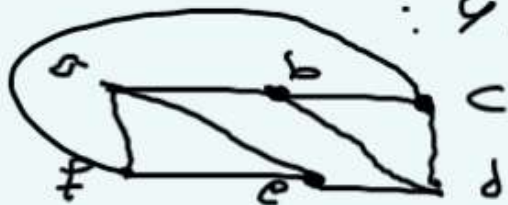


گراف k -منتظم:

گراف k راسی که در هر راس آن k باشد.

یا: گراف k راسی که در آن $k = \delta = \Delta$.

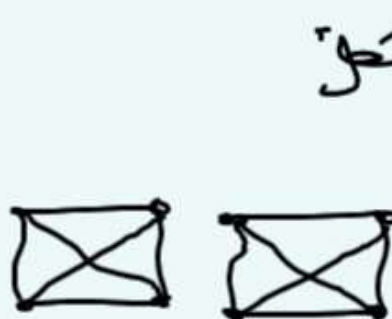
مثال: گراف 3 -منتظم از رتبه 4 :



مزبان حبیبی



مثال: n گویا n مستطیم از مرتبه ۸ :



مزبان حبیبی



قضیه: اگر K - معنظم از مرتبه P و اندازه q داریم

$$q = \frac{k \cdot P}{r}$$

اثبات: $rq = \sum \deg(v_i) = \deg(v_1) + \dots + \deg(v_p)$

$$= \underbrace{k + \dots + k}_{r \cdot P} = kP$$

$$rq = k \cdot P \Rightarrow q = \frac{k \cdot P}{r}$$

مزبان حبیبی



نمودار: سه کسب مختلف ۳ - منتظم از مرتبه ۲ و اندازه ۴ داریم: $q = p + 4$.

$p - q$ را بیابید.

$$q = \frac{2p}{2} \Rightarrow q = p \text{ منتظم}$$

$$q = p + 4 \Rightarrow \frac{2p}{2} = p + 4 \Rightarrow 2p = 2p + 8 \Rightarrow \boxed{p = 8}$$

$$q = \frac{2 \times 8}{2} = 8$$

مکتب



سگراف کامل:

سگراف K_n را می گویند که در هر رأس آن $(n-1)$ رأس دیگر

یا: گراف آن که هر دو رأس آن به هم وصل شده.

سگراف کامل K_n را با K_n نشان می دهیم.

K_1

.

K_2

—

K_3



K_4



مثال: K_5



مزبان حبیبی



$$q(k_p) = \frac{p(p-1)}{2} \quad \text{قضیه:}$$

$$\begin{aligned} 2q &= \sum \deg(v_i) = \deg(v_1) + \dots + \deg(v_p) \quad \text{اثبات:} \\ &= \underbrace{(p-1) + \dots + (p-1)}_{p} = p(p-1) \end{aligned}$$

$$2q = p(p-1) \implies q = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$q(k_v) = \frac{vkv}{2} = 21$$

$$q(k_{11}) = \frac{1 \times 9}{2} = 4.5 \quad \text{تناقذ}$$

مزبان حبیبی



مکزی: اگر تعداد کامل P راسی از گراف کامل $(P+2)$ راسی، 31 یال کمتر دارد.

$$q(k_p) = \frac{P(P-1)}{2}$$

P کد را ا ب ؟

$$q(k_{p+2}) = \frac{(P+2)(P+2-1)}{2} = \frac{(P+2)(P+1)}{2}$$

$$q(k_p) = q(k_{p+2}) - 31$$

$$\frac{P(P-1)}{2} = \frac{(P+2)(P+1)}{2} - 31 \Rightarrow P(P-1) = (P+2)(P+1) - 62$$

$$\Rightarrow \cancel{P^2} - P = \cancel{P^2} + 3P + 2 - 62 \Rightarrow -4P = -60 \Rightarrow \boxed{P=15}$$

مزبان حبیبی

جزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسب بنام
۱
۱۱

مزبان حبیبی

