

جزوه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیبی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی دوازدهم بهمن نودونه

مدرس: **مزبان حمیبی**

بزوه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

موضوع: معرفی کراف ساده - دوازدهم ریاضی یک دبیرستان بوعلی شیراز

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام ، وقت بخیر

این سنیت گسسته دوازدهم ریاضی ۱ - دبیرستان بوعلی شیراز

موضوع کراف

این سنیت نجوم هجرت بوده نه

بزوه های حبیبی





سؤال: مجموعه $\{c \mid c \geq d, c, d, b, a \in \mathbb{Z}\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

تکم زیر مجموعه ها در دو عضوی \mathbb{Z} را بنویسید.

$$M = \{ \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\} \}$$

$$|M| = 10$$

سؤال: M چند زیر مجموعه دارد؟

مزبان حبیبی



تذکره: مجموعه M اعضای دارای 2^n زیر مجموعه است. $V = \{a, b, c, d\}$

سؤال: یک زیر مجموعه از M بنویسید.

$$E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}\} \subseteq M$$

سؤال: زوج مرتب (V, E) چه خصوصیتی دارد؟

هر عضو E یک زیر مجموعه دو عضوی از V است.

مزبان حبیبی



$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$M = \{ab, ac, ad, bc, bd, cd\} \quad n(M) = 6$$

مثال:

$$\underline{\underline{ab = \{a, b\}}}$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه ها } M = 2^6 = 64$$

$$E = \{ab, ac\}$$

در زوج مرتب (V, E) هر عضو E یک زیر مجموعه (دو عضوی) V است.

مزبان حبیبی



تعریف: هم‌مرتبه کنید \mathcal{V} یک مجموعه دلخواه (عین تهی) باشد، زوج مرتب $G = (\mathcal{V}, E)$
را یک گراف ساده می‌گویند، اگر هر عنصر E ، یک زیر مجموعه دلخواه از \mathcal{V} باشد.

$$\mathcal{V} = \{a, b, c, d\} \quad \text{مثلاً:}$$

$$E = \{ab, ac\}$$

زوج مرتب $G = (\mathcal{V}, E)$ یک گراف ساده است.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{شکل ۲:}$$

$$E = \{12, 13, 14, 15, 16, 23, 24, 34\}$$

$$G = (V, E) \quad \text{گراف ساده}$$

$$V = \{a, b, c, d, e\} \quad \text{شکل ۳:}$$

$$E = \{bc, cd, ca, ce\}$$

مزبان حبیبی

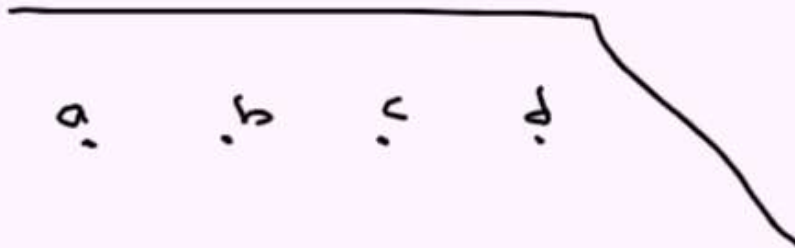
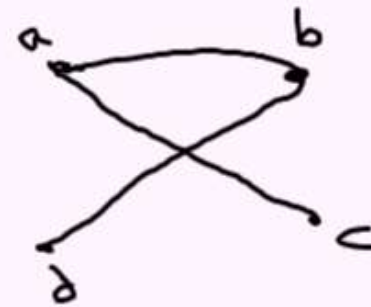


گراف: $G = (V, E)$

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E = \{ \underline{ab}, \underline{ac}, \underline{bd} \}$$

$$G = (V, E)$$



مزبان حبیبی

$$V = \{a, b, c, d\}$$

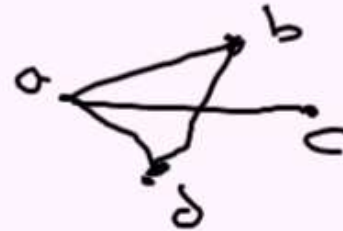
$$E = \{ab, ac, ad, bd\}$$

$$G = (V, E)$$

گراف خنجر



\equiv



مزبان حبیبی





تعداد: \mathcal{A} $\mathcal{C} = (V, E)$ یک گراف ساده است.

(۱) هر عدد v را یک راس کونیو تعداد راسها را مرتبه کونیو می‌نامند. (P)

(۲) هر عدد E را یک بال کونیو تعداد بالها را اندازه کونیو می‌نامند. (Q)

تعداد راسها \equiv مرتبه $\equiv P$

تعداد بالها \equiv اندازه $\equiv Q$

مزبان حبیبی



سؤال: اگر $E = \{ab, ac, ad, b, d, be, c, d, ce\}$ و $V = \{a, b, c, d, e\}$

اخذ نمودار گراف $G = (V, E)$ را رسم کنید.

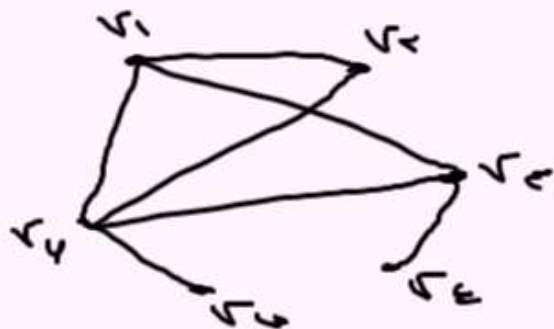


یا مرتبه و اندرزه گراف را بنویسید.

$\gamma = 7$ و $\rho = 5$

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

مختص: نمودار گراف $G = (V, E)$ بصورت زیر است.



الف) مجموعه های V و E را بنویسید.

ب) مرتبه و اندازه گراف را بیابید.

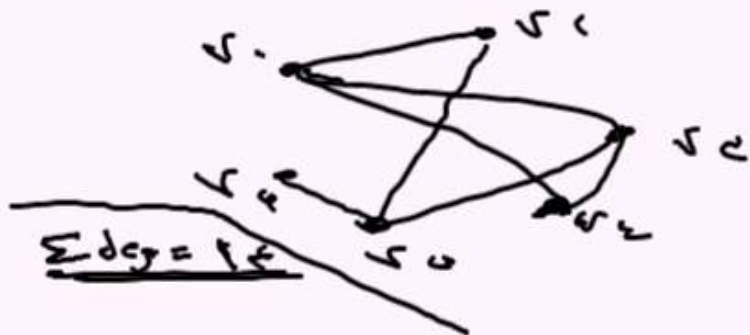
تکالیف



تعریف درجه: تعداد یالهای متصل به هر راس را درجه آن راس می گویند.

درجه راس v را با $deg(v)$ نشان می دهیم.

نمونه:



$$deg(v_1) = 3$$

$$deg(v_2) = 2$$

$$deg(v_3) = 3$$

$$S : 3, 3, 3, 2, 2, 1$$

$$P = 6$$

$$deg(v_4) = 2$$

$$deg(v_5) = 3$$

$$deg(v_6) = 1$$

$$Q = 7$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

حسّه نباشید
وقت بخیر

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

ریاضیات گسسته و آزمون ریاضی

دیرینه نوبت علی حیات

کتابچه و آزمون همزن نوده نه ع ۱۵:۱۴

موضوع:

رده های ترف ساده

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی



بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

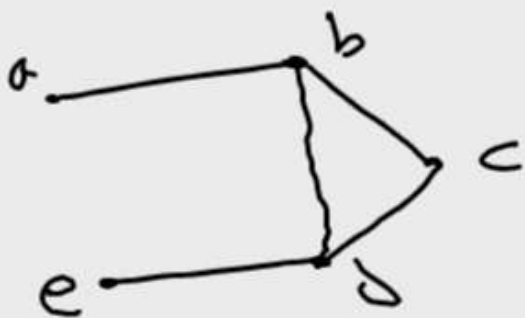


دوراس مجاور (همایه) :
به دوراس حی گویند که دوراس یک یا ل هسند .

دو یال مجاور :

دو یال مقن یک دوراس را مجاور حی گویند .

مزبان حبیبی



مثال :

دوراس ط و e مجاور هستند .

دوراس d و e مجاور نیستند .

مثال :

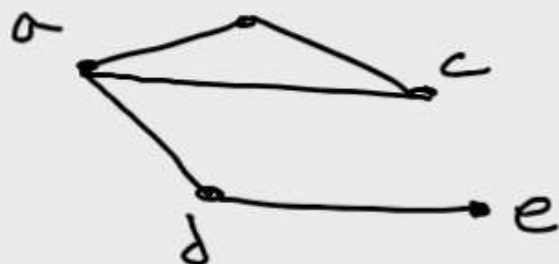
دو یکل ط و c و b مجاور هستند .

دو یکل ط و a و cd مجاور نیستند .

مزبان حبیبی



تعریف: منفرجه کننده یک رأس از گراف G باشد.
 (۱) مجموعه رأسها را a را با $N_G(a)$ نشان می دهیم و آنرا همسایگی a می گویند.



$$N_G[a] = N_G(a) \cup \{a\} \quad \text{همسایگی بسته } a$$

$$N_G(a) = \{b, c, d\}$$

$$N_G[a] = \{a, b, c, d\}$$

$$N_G(b) = \{a, c\} \quad N_G[b] = \{a, c, b\} \quad N_G(f) = \{\} \quad N_G[\#] = \{\#\}$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سؤال: آره ها گتیه باریک راس، تخته با سُر، چه می توان گفت؟

جواب: درجه راس صفر است. (راس ایندونه - راس تنغا)

سؤال: آیا همگتیه بته امکان بیه، تخته با سُر؟ **خیر**

سؤال: آره ها گتیه بته، یک عضو که: سُر، چه می توان گفت؟ **درجه صفر**

مزبان حبیبی



نیم:

۱) درجه راس در گراف G ، صفراست آرد تها از همایی با آن راسی که با آن

۲) درجه راس در گراف G ، صفراست آرد تها از همایی با آن راسی که با آن

مبدا



مبثرترین و لئترین درجه :

در گراف $G(V, E)$:

$\Delta(G) \equiv \Delta \equiv$ مبثرترین درجه

$\delta(G) \equiv \delta \equiv$ لئترین درجه

دک: $\delta \leq \deg(v_i) \leq \Delta$

مزبان حبیبی

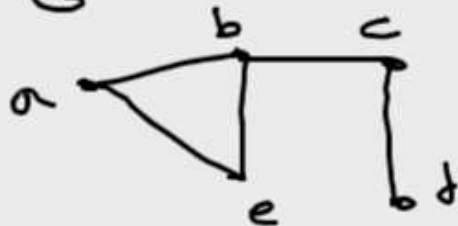


زیرگراف: اگر تعدادی راس و یا لبه را از گراف حذف کنیم، گراف

باقی مانده را یک زیرگراف آن می گویند.

توجه: اگر یک راس را حذف کنیم، باید همه یا همگی لبه های متصل به آن راس حذف کنیم.

مثال: G



G_1



G_2



همه G_2 زیرگراف G هستند.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



گراف مکمل: (V, E) = (V, E) را در تمام بلیه به مکمل (V, E) با (V, E') (V, E) نشان
دهیم و: (V, E) را در تمام بلیه به چهار با (V, E) نشان دهیم و در تمام
بلیه (V, E) را در تمام بلیه به (V, E) نشان دهیم.



بلیه

بزه های آموزشی، ریاضیات کسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



سؤال: اگر $d_1(n)$ و $d_2(n)$ درجه راس n در سگراف هر دو صحیح باشند
آنگاه $d_1(n) + d_2(n)$ کدانه است؟

جواب:

کسیه از تعداد راسها کمتر $\equiv P-1 \equiv d_1(n) + d_2(n)$

مزبان حبیبی



س: گراف P راسی، حداکثر چند یال دارد؟ $(q_{\max} = ?)$

$$q_{\max} = \binom{P}{2} = \frac{P(P-1)}{2}$$

توجه: از آنجایی که ما سیستم را به تمام ارسها به یکدیگر وصل می‌کنیم.

مزبان حبیبی



قضیه: در گراف M راسی که q یال دارد، داریم: $\sum \deg(v_i) = 2q$

اثبات: حی راسیم هر یال دقیقاً به دور اس مقصود اس، پس براسی سبه
سده، $\sum \deg(v_i)$ ، در واقع هر یال را دو بار شش شش کنیم پس

$$\sum \deg(v_i) = 2q$$

یعنی: مجموع درجه از رئوس این گراف، همیشه دو برابر تعداد یالهاست.

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



نتیجه صحیح:

$$\frac{29}{p} = \text{میانگین درجه}$$
$$\Delta = \text{بیشترین درجه}$$
$$\delta = \text{کمترین درجه}$$
$$p = \text{تعداد راس ها}$$
$$q = \text{تعداد یال ها}$$
$$29 = \text{مجموع درجه ها}$$

$$\delta \leq \frac{29}{p} \leq \Delta$$

مزبان حبیبی



تمرین: در یک گراف با ۲۱ یال، حداکثر درجه هر رأس ≤ 5 می باشد، این گراف
حداقل چند رأس دارد؟
 $\Delta = 5, \quad \gamma = 21, \quad P = ?$

$$\Delta \leq \frac{\gamma}{P} \leq \Delta \Rightarrow \Delta \leq \frac{2(21)}{P} \leq \Delta \Rightarrow 42 \leq 5P$$
$$\Rightarrow \frac{42}{5} \leq P \Rightarrow 12.4 \leq P$$
$$P_{\min} = 13$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



مکزمین ندرت کراف ۱۹ راسی ک، درجه حرارت حد اقل $\frac{3}{2}$ می باشد، این کراف
حد اکثر خید راس دارد؟

تکلیف

$$5 \leq \frac{2P}{P} \leq 5$$

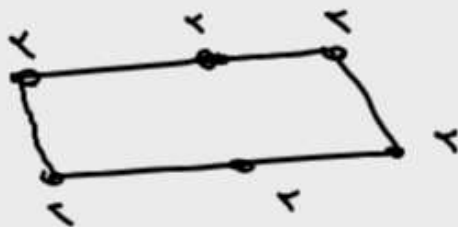
مزبان حبیبی



گراف منتظم:

گراف n راس که در هر راس k یال باشد k به n راس گراف k منتظم از مرتبه n می باشد.

مثال: گراف 2 منتظم از مرتبه 4 :



مزبان حبیبی



مثال: گراف ۳- منظم از مرتبه ۶ :



قضیه: در گراف ۳- منظم از مرتبه P و اندازه q داریم:

$$q = \frac{k \cdot P}{r}$$

اثبت: $2q = \sum \deg(v_i) = \underbrace{d(v_1) + \dots + d(v_P)}_{= kP} = \underbrace{k + \dots + k}_{= kP} = kP$

$$\Rightarrow 2q = kP \Rightarrow q = \frac{kP}{2}$$

مزبان حبیبی



گراف کامل: گراف P راسی که همه راسهایش مجاور باشند راس گراف کامل
نموده و با K_P نشان داده می شود.
یا: گراف P راسی که حداکثر یال ممکن را دارد.

K_1



K_2



K_3



K_4



K_5



نشان:

مزبان حبیبی



توجه: گراف P را می‌توان درجه هر رأس آن $(P-1)$ ؛ شد گراف K_P برابر.

$$\varphi(K_P) = \frac{P(P-1)}{2} \quad \text{قضیه: ثابت کنید}$$

$$2\varphi = \sum \deg(v_i) = \deg(v_1) + \dots + \deg(v_P) = \underbrace{(P-1) + \dots + (P-1)}_{P \text{ بار}} \quad \text{اثبات:}$$

$$\Rightarrow 2\varphi = P(P-1) \Rightarrow \varphi = \frac{P(P-1)}{2}$$

$$\varphi(K_7) = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$\varphi(K_{10}) = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

مثال:

مزبان حبیبی



تمرین: گراف حاصل P براسی از گراف کامل $(P+2)$ براسی $\frac{P+1}{2}$ یا کمتر دارد.

P که را می‌سازد؟

$$g(P) = \frac{P(P-1)}{2}, \quad g(P+2) = \frac{(P+2)(P+1)}{2}$$

$$\frac{P(P-1)}{2} = \frac{(P+2)(P+1)}{2} - 42 \Rightarrow P(P-1) = (P+2)(P+1) - 84$$

$$\Rightarrow P - P = P + 2P + 2 - 84 \Rightarrow 42 = 3P + 2 \Rightarrow P = \frac{40}{3} = 13$$

مزبان حبیبی

بزه های آموزشی، ریاضیات گسسته و دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

خانه بناسد

باز

مزبان حبیبی

