

جزوه های آموزشی، هندسه سه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حمیدی



سلام

وقت بخیر

جزوه های کلاس های مجازی یازدهم اسفند نودونه

مدرس: **مزبان حمیدی**

موضوع: **بردار در فضای سه بعدی - هندسه سه دوازدهم ریاضی دبیرستان شاهد 12 شیراز**

جزوه های آموزشی، هندسه سه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام، وقت بخیر

هندسه سه دوازدهم ریاضی

دیرستان شاهد ۱۳۹۱

روشنه یازدهم الهند نونین ۱۳۹۰

موضوع:

کتاب در مفاهیم جبری

مزبان حبیبی

مزبان حبیبی

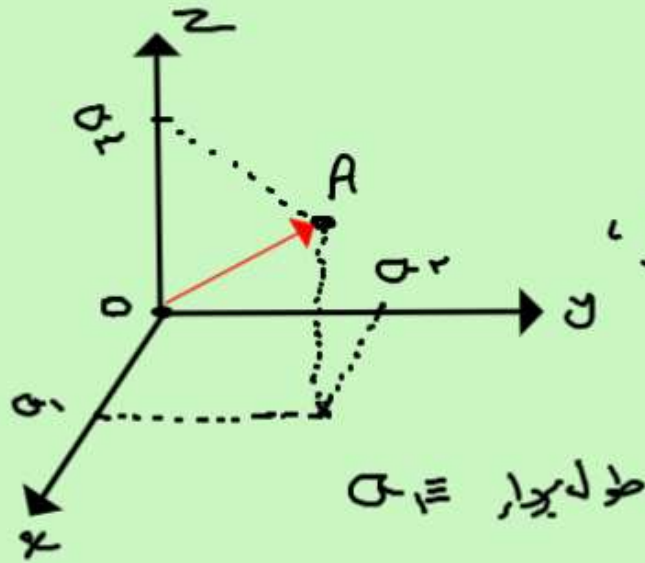


معرفی بردار در فضای \mathbb{R}^3 :

نقطه $A(a_1, a_2, a_3)$ را در فضای \mathbb{R}^3 نقطه بگیریم.

بر دو مکان نقطه A ، برداری از مبانی e_1, e_2, e_3 داریم.

که \vec{OA} نشان دهنده می شود.



$a_1 \equiv$ طول پروجان

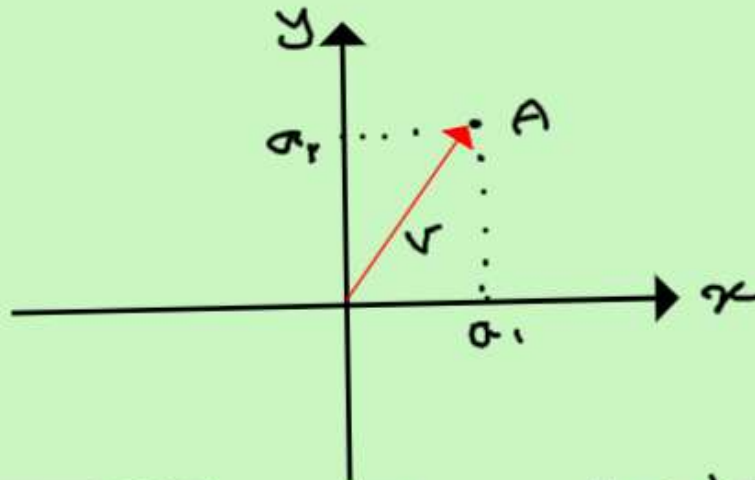
$a_2 \equiv$ عرضی بردار

$a_3 \equiv$ ارتفاع پروجان

مزبان حبیبی



یادآوری: بردار در فضای \mathbb{R}^2 .



$$A(a_1, a_2)$$

$a_1 \equiv$ طول بردار

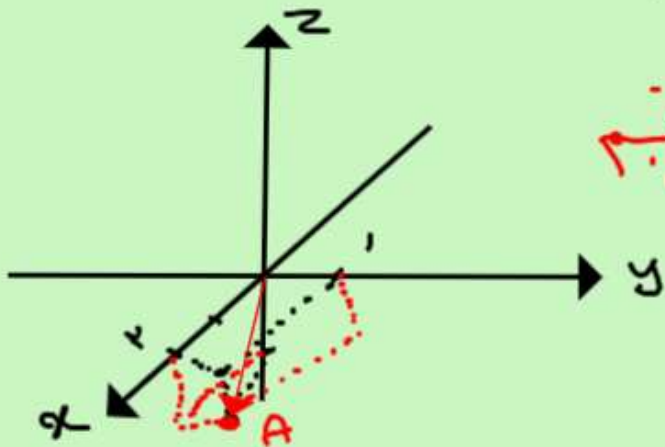
$a_2 \equiv$ عرض بردار

اندازه بردار \equiv فاصله آن از ابتدا \equiv بردار \equiv $|\vec{r}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

مزبان حبیبی



مثال: بردار $\vec{v} = (1, 2, -1)$ را در فضای \mathbb{R}^3 نمایش دهید.



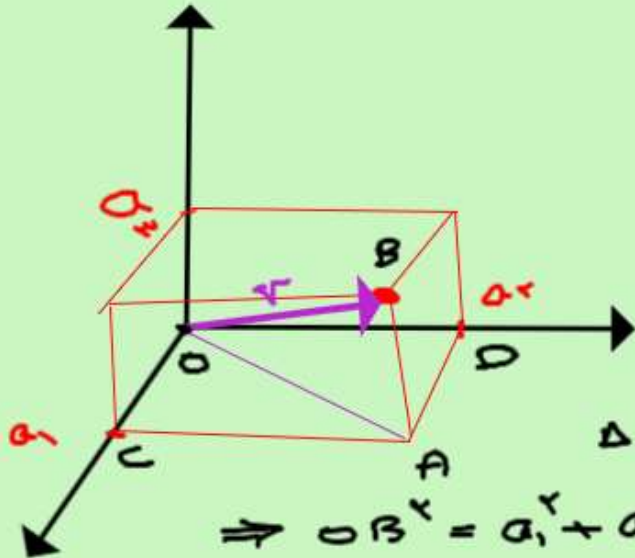
انتساقی بردار \vec{v} در کدام صفحه است؟ **ناصیه یخیم**

مزبان حبیبی



اندازه بردار: (طول بردار)

بردار $\vec{v} = (a_1, a_2, a_3)$ را در نظر بگیریم:



$$\Delta OAC: \vec{OA} = \vec{OC} + \vec{AC}$$

$$\vec{OA} = a_1^r + a_2^r \quad \checkmark$$

$$\Delta OAB: \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

$$\Rightarrow \vec{OB} = a_1^r + a_2^r + a_3^r \Rightarrow |\vec{v}| = |\vec{OB}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$



$$\vec{V} = (2, -1, 5)$$

مثال :

$$|\vec{V}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 1 + 25} = \sqrt{30}$$

$$\vec{U} = (-1, 4, 2)$$

مثال :

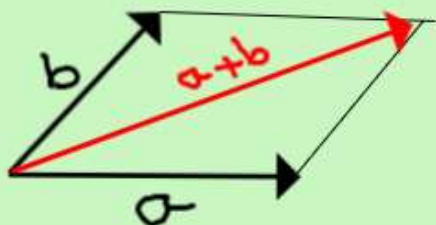
$$|\vec{U}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 16 + 4} = \sqrt{21}$$

مزبان حبیبی

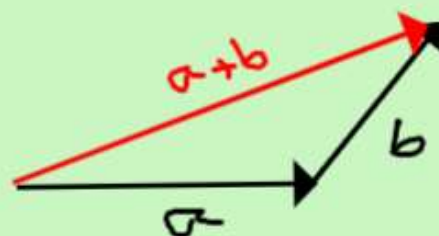


جمع دو بردار در فضای \mathbb{R}^3 :

۱. روش هندسی (برآیند)



روش متوالی الاصلع



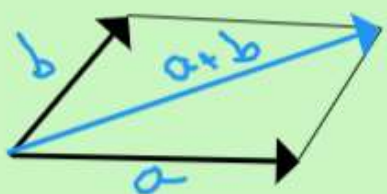
روش مثلث

مزبان حبیبی



یعنی :

۱- اگر ابتدای دو بردار بر هم منطبق باشند $a \neq 0$ ، مجموع دو بردار قطر متوازی الاضلاعی است که با دو بردار ابتدای آن‌ها دارد.



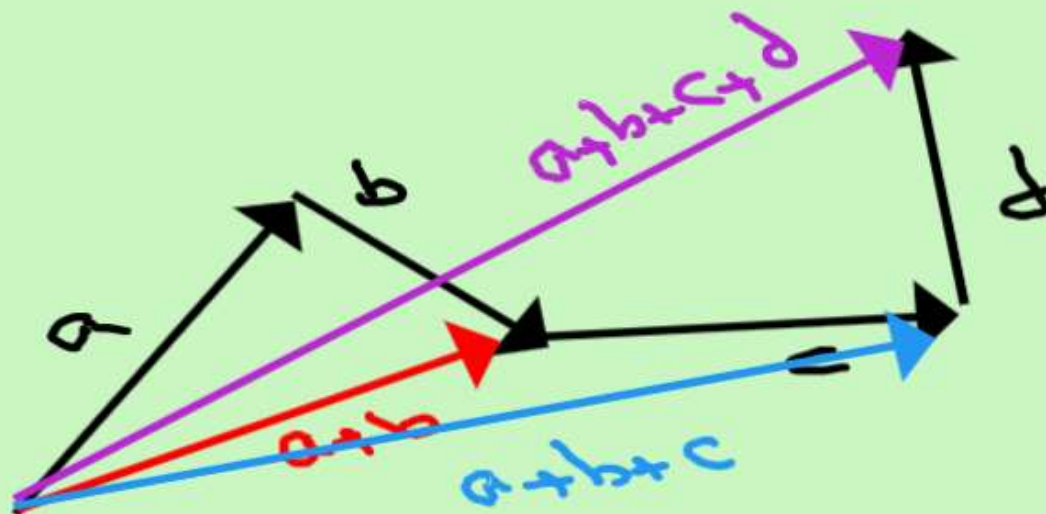
۲- اگر دو بردار a و b در امتداد هم باشند $a \neq 0$ بردار $a+b$ ، در واقع صانع سوم شقی است که بر a و b افتاده و با a ابتدای آن‌ها دارد.



مزبان حبیبی



مثال: اگر \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} بردارهای مثل زیر باشند، آنگاه برقرار است $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ ، کجا؟



مزبان حبیبی



۲- روش جبر جمع دو بردار :

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \text{ و } \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

مثال: $\vec{a} = (2, -1, 5)$ ، $\vec{b} = (1, 1, 2)$

$$\vec{a} + \vec{b} = (2+1, (-1)+1, 5+2) = (3, 0, 7)$$

مزبان حبیبی



تمرین: اگر $\vec{a} = (1, 2, 3)$ و $\vec{b} = (0, 1, 5)$ آنگاه اندازه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ که است؟

$$\vec{a} + \vec{b} = (0+1, 1+2, 5+3) = (1, 3, 8)$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1^2 + 3^2 + 8^2} = \sqrt{1+9+64} = \sqrt{74}$$

مزبان حبیبی



تمرین: اگر $\vec{v} = (-2, 1, 2)$ و $\vec{u} = (1, 2, 3)$ باشد.

الف) اندازه u و اندازه v را بیابید.

ب) بردار $\vec{u} + \vec{v}$ را بیابید.

ج) اندازه بردار $\vec{u} + \vec{v}$ را بیابید.

تکلیف

تکلیف



خواص جمع بردارها:

۱) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ خاصیت جابجایی

۲) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ خاصیت رتبه پذیری

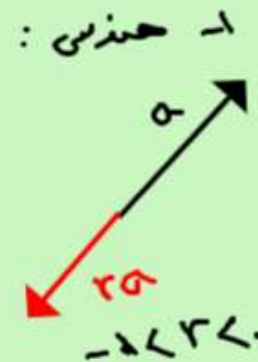
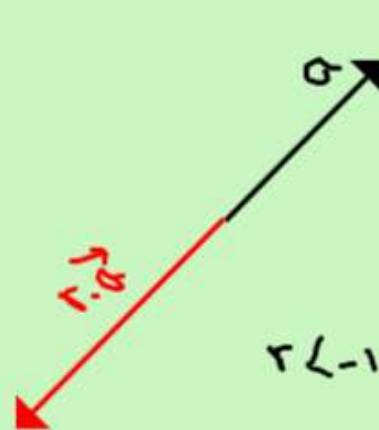
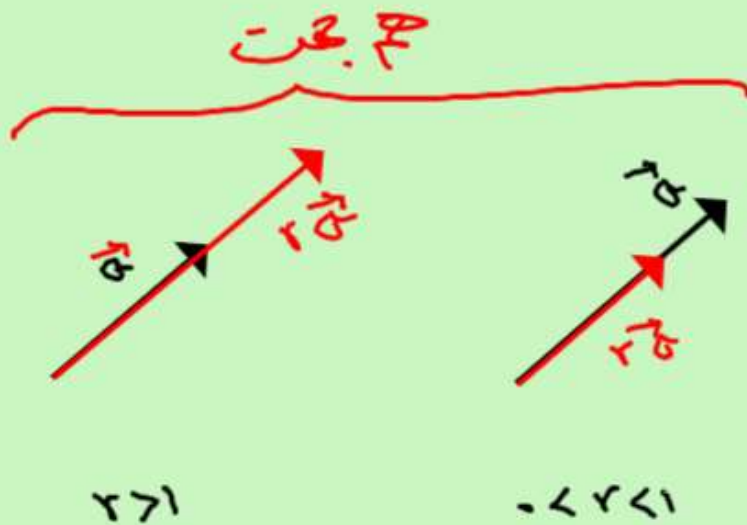
۳) $\vec{a} + (-\vec{a}) = (-\vec{a}) + (\vec{a}) = \vec{0}$ خاصیت معکوس

۴) $\vec{0} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ خاصیت عنصر خنثی

مزبان حبیبی



صنوب عدد در بردار :



مزبان حبیبی



یعنی :

اگر $r > 0$ ⇒ $r\vec{a}$ هم جهت \vec{a} است.

اگر $r < 0$ ⇒ $r\vec{a}$ برعکس جهت \vec{a} دارد.

$$r = 1 \Rightarrow r\vec{a} = 1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$$

$$r = -1 \Rightarrow r\vec{a} = (-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$$

مکتب



م. ب. عدد در بردار (میری)

اگر $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $r \in \mathbb{R}$ ، آنگاه

$$r \cdot \vec{a} = (r \cdot a_1, r \cdot a_2, r \cdot a_3)$$

مثال: $\vec{a} = (2, 1, -1)$ و $r = 2$

$$2\vec{a} = (4, 2, -2)$$

مزبان حبیبی



مکزیس ناگ $a = (2, 1, -1)$ ، $b = (0, 1, 2)$ اندازه بردار

$2a - 3b$ را بیابید.

$$2a - 3b = 2a + (-3b) = 2(2, 1, -1) + (-3) \cdot (0, 1, 2)$$

$$= (4, 2, -2) + (0, -3, -6) = (4, -1, -8)$$

$$|2a - 3b| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 1 + 64} = \sqrt{81} = 9$$

مکزیس ناگ

جزوه های آموزشی، هندسه سه دوازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی



$$b = (2, -1, 1)$$

$$a = (1, 2, 2)$$

تخمین: آرد

$$2a + b \text{ را بیابید}$$

آرد - اندازه بردار

لطیف

مزبان حبیبی



اداره خواص جمع بردارها:

$$3) (r+s)a = r \cdot a + s \cdot a \quad (r, s \in \mathbb{R})$$

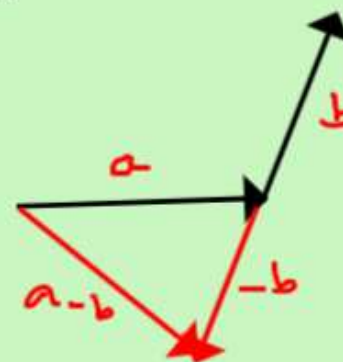
$$4) r \cdot (a+b) = r \cdot a + r \cdot b$$

$$5) (r \cdot s) a = r \cdot (s \cdot a)$$

$$6) 1 \vec{a} = \vec{a}$$

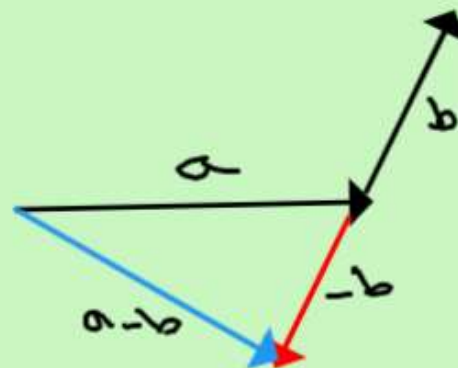
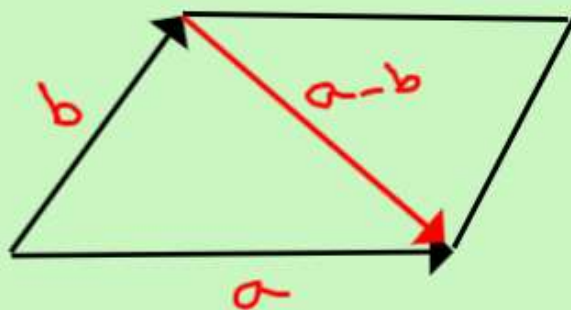
$$7) (-1) \vec{a} = -a$$

$$1.) a - b = a + (-b)$$





۹: تعریفِ تعبردار



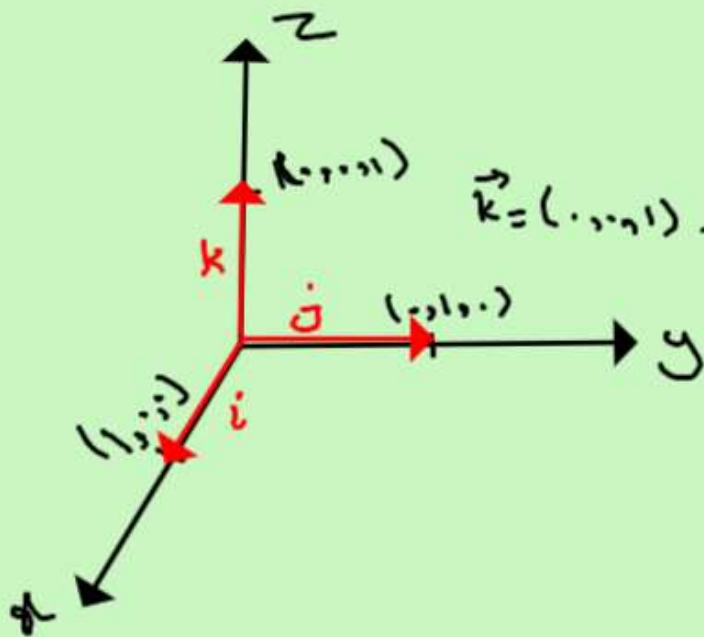


که درجه یک:

سه بردار $\vec{i} = (1, 0, 0)$ و $\vec{j} = (0, 1, 0)$ و $\vec{k} = (0, 0, 1)$

بردارها یکدسته \mathbb{R}^3 می گویند.

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$



مبانی



: 9

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (a_1, a_2, a_3) \\ &= (a_1, 0, 0) + (0, a_2, 0) + (0, 0, a_3) \\ &= a_1(1, 0, 0) + a_2(0, 1, 0) + a_3(0, 0, 1) \\ &= a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}\end{aligned}$$

مثال: $\vec{a} = (r, r, v) = r\vec{i} + r\vec{j} + v\vec{k}$

جزوه های آموزشی، هندسه سه دوازدهم ریاضی، دکتر مهربان حبیبی



مکملیات صفحه ۷۶ کتاب هندسه سه دوازدهم

حرفه بنام

پایه

مهربان حبیبی